भौतिकी

भाग 1

कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक

© NCERT
not to be republished

12091

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

12091–भौतिकी (भाग 1)
कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक

ISBN 81-7450-725-6 (भाग-1)
ISBN 81-7450-726-4 (भाग-2)

प्रथम संस्करण
अप्रैल 2007 चैत्र 1929

पुनर्मुद्रण
नवंबर 2007, फ़रवरी 2009,
जनवरी 2010, जनवरी 2011,
जनवरी 2012, दिसंबर 2012,
दिसंबर 2013, जनवरी 2015,
दिसंबर 2015, फ़रवरी 2017,
दिसंबर 2017, फ़रवरी 2019,
जनवरी 2020, जनवरी 2021

संशोधित संस्करण
दिसंबर 2022 अग्रहायण 1944

पुनर्मुद्रण
मार्च 2024 चैत्र 1946

PD 10T SU

© राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, 2007, 2022

₹ 200.00

एन.सी.ई.आर.टी. वाटरमार्क 80 जी.एस.एम. पेपर पर मुद्रित।

प्रकाशन प्रभाग में सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, श्री अरविंद मार्ग, नयी दिल्ली 110 016 द्वारा प्रकाशित तथा बी.एम. ऑफ़सेट प्रिंटर्स, डी–247/17, सेक्टर–63, नोएडा (उ.प्र.) द्वारा मुद्रित।

सर्वाधिकार सुरक्षित

- प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना इस प्रकाशन के किसी भाग को छापना तथा इलेक्ट्रॉनिकी, मशीनी,फ़ोटोप्रतिलिपि, रिकॉर्डिंग अथवा किसी अन्य विधि से पुन: प्रयोग पद्धति द्वारा उसका संग्रहण अथवा प्रसारण वर्जित है।
- इस पुस्तक की बिक्री इस शर्त के साथ की गई है कि प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना यह पुस्तक अपने मूल आवरण अथवा जिल्द के अलावा किसी अन्य प्रकार से व्यापार द्वारा उधारी पर, पुनर्विक्रय या किराए पर न दी जाएगी, न बेची जाएगी।
- इस प्रकाशन का सही मूल्य इस पृष्ठ पर मुद्रित है। रबड़ की मुहर अथवा चिपकाई गई पर्ची (स्टिकर) या किसी अन्य विधि द्वारा अंकित कोई भी संशोधित मूल्य गलत है तथा मान्य नहीं होगा।

एन.सी.ई.आर.टी. के प्रकाशन प्रभाग के कार्यालय

एन.सी.ई.आर.टी. कैंपस
श्री अरविंद मार्ग
नयी दिल्ली 110 016 फ़ोन : 011-26562708

108, 100 फीट रोड
हेली एक्सटेंशन, होस्डेकेरे
बनाशंकरी III स्टेज
बेंगलुरु 560 085 फ़ोन : 080-26725740

नवजीवन ट्रस्ट भवन
डाकघर नवजीवन
अहमदाबाद 380 014 फ़ोन : 079-27541446

सी.डब्ल्यू.सी. कैंपस
निकट: धनकल बस स्टॉप पनिहटी
कोलकाता 700 114 फ़ोन : 033-25530454

सी.डब्ल्यू.सी. कॉम्प्लैक्स
मालीगाँव
गुवाहाटी 781 021 फ़ोन : 0361-2674869

प्रकाशन सहयोग

अध्यक्ष, प्रकाशन प्रभाग	:	*अनूप कुमार राजपूत*
मुख्य संपादक	:	*श्वेता उप्पल*
मुख्य उत्पादन अधिकारी	:	*अरुण चितकारा*
मुख्य व्यापार प्रबंधक (प्रभारी)	:	*अमिताभ कुमार*
संपादक	:	*नरेश यादव*
सहायक उत्पादन अधिकारी	:	*सुनील कुमार*

आवरण एवं चित्रांकन

श्वेता राव

© NCERT not to be republished

आमुख

राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा (2005) सुझाती है कि बच्चों के स्कूली जीवन को बाहर के जीवन से जोड़ा जाना चाहिए। यह सिद्धांत किताबी ज्ञान की उस विरासत के विपरीत है जिसके प्रभाववश हमारी व्यवस्था आज तक स्कूल और घर के बीच अंतराल बनाए हुए है। नयी राष्ट्रीय पाठ्यचर्या पर आधारित पाठ्यक्रम और पाठ्यपुस्तकें इस बुनियादी विचार पर अमल करने का प्रयास हैं। इस प्रयास में हर विषय को एक मज़बूत दीवार से घेर देने और जानकारी को रटा देने की प्रवृत्ति का विरोध शामिल है। आशा है कि ये कदम हमें राष्ट्रीय शिक्षा नीति (1986) में वर्णित बाल-केंद्रित व्यवस्था की दिशा में काफ़ी दूर तक ले जाएँगे।

इस प्रयत्न की सफलता अब इस बात पर निर्भर है कि स्कूलों के प्राचार्य और अध्यापक बच्चों को कल्पनाशील गतिविधियों और सवालों की मदद से सीखने और सीखने के दौरान अपने अनुभवों पर विचार करने का कितना अवसर देते हैं। हमें यह मानना होगा कि यदि जगह, समय और आज़ादी दी जाए तो बच्चे बड़ों द्वारा सौंपी गई सूचना-सामग्री से जुड़कर और जूझकर नए ज्ञान का सृजन करते हैं। शिक्षा के विविध साधनों एवं स्रोतों की अनदेखी किए जाने का प्रमुख कारण पाठ्यपुस्तक को परीक्षा का एकमात्र आधार बनाने की प्रवृत्ति है। सर्जना और पहल को विकसित करने के लिए ज़रूरी है कि हम बच्चों को सीखने की प्रक्रिया में पूरा भागीदार मानें और बनाएँ, उन्हें ज्ञान की निर्धारित खुराक का ग्राहक मानना छोड़ दें।

ये उद्देश्य स्कूल की दैनिक ज़िंदगी और कार्यशैली में काफ़ी फेरबदल की माँग करते हैं। दैनिक समय-सारणी में लचीलापन उतना ही ज़रूरी है जितना वार्षिक कैलेंडर के अमल में चुस्ती, जिससे शिक्षण के लिए नियत दिनों की संख्या हकीकत बन सके। शिक्षण और मूल्यांकन की विधियाँ भी इस बात को तय करेंगी कि यह पाठ्यपुस्तक स्कूल में बच्चों के जीवन को मानसिक दबाव तथा बोरियत की जगह खुशी का अनुभव कराने में कितनी प्रभावी सिद्ध होती है। बोझ की समस्या से निपटने के लिए पाठ्यक्रम निर्माताओं ने विभिन्न चरणों में ज्ञान का पुनर्निर्धारण करते समय बच्चों के मनोविज्ञान एवं अध्यापन के लिए उपलब्ध समय का ध्यान रखने की पहले से अधिक सचेत कोशिश की है। इस कोशिश को और गहराने के यत्न में यह पाठ्यपुस्तक सोच-विचार और विस्मय, छोटे समूहों में बातचीत एवं बहस और हाथ से की जाने वाली गतिविधियों को प्राथमिकता देती है।

एन.सी.ई.आर.टी. इस पुस्तक की रचना के लिए बनाई गई पाठ्यपुस्तक निर्माण समिति के परिश्रम के लिए कृतज्ञता व्यक्त करती है। परिषद् विज्ञान एवं गणित पाठ्यपुस्तक सलाहकार समिति के अध्यक्ष, प्रोफ़ेसर जे.वी. नार्लीकर और इस पाठ्यपुस्तक के मुख्य सलाहकार, प्रोफ़ेसर ए.डब्ल्यू. जोशी, जिन्होंने इस समिति के कार्य को निर्देशित किया, की विशेष आभारी है। इस पाठ्यपुस्तक के विकास में कई शिक्षकों ने योगदान किया; इस योगदान को संभव बनाने के लिए हम उनके प्राचार्यों के आभारी हैं। हम उन सभी संस्थाओं और संगठनों के प्रति कृतज्ञ हैं जिन्होंने अपने संसाधनों, सामग्री तथा सहयोगियों की मदद लेने में हमें उदारतापूर्वक सहयोग दिया। प्रोफ़ेसर मृणाल मीरी और प्रोफ़ेसर जी. पी. देशपांडे की अध्यक्षता में मानव संसाधन विकास मंत्रालय के अधीन उच्च माध्यमिक शिक्षा विभाग द्वारा गठित निगरानी समिति (मॉनीटरिंग कमेटी) के सदस्यों के अमूल्य समय और सहयोग के लिए हम कृतज्ञ हैं। व्यवस्थागत सुधारों और अपने प्रकाशनों में निरंतर निखार लाने के प्रति समर्पित एन.सी.ई.आर.टी. टिप्पणियों एवं सुझावों का स्वागत करेगी, जिनसे भावी संशोधनों में मदद ली जा सके।

निदेशक

नयी दिल्ली — राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और

20 नवंबर 2006 — प्रशिक्षण परिषद्

© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

पाठ्यपुस्तकों में पाठ्य सामग्री का पुनर्संयोजन

कोविड-19 महामारी को देखते हुए, विद्यार्थियों के ऊपर से पाठ्य सामग्री का बोझ कम करना अनिवार्य है। *राष्ट्रीय शिक्षा नीति, 2020* में भी विद्यार्थियों के लिए पाठ्य सामग्री का बोझ कम करने और रचनात्मक नज़रिए से अनुभवात्मक अधिगम के अवसर प्रदान करने पर ज़ोर दिया गया है। इस पृष्ठभूमि में, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् ने सभी कक्षाओं में पाठ्यपुस्तकों को पुनर्संयोजित करने की शुरुआत की है। इस प्रक्रिया में रा.शै.अ.प्र.प. द्वारा पहले से ही विकसित कक्षावार सीखने के प्रतिफलों को ध्यान में रखा गया है।

पाठ्य सामग्रियों के पुनर्संयोजन में निम्नलिखित बिंदुओं को ध्यान में रखा गया है —

- एक ही कक्षा में अलग-अलग विषयों के अंतर्गत समान पाठ्य सामग्री का होना;
- एक कक्षा के किसी विषय में उससे निचली कक्षा या ऊपर की कक्षा में समान पाठ्य सामग्री का होना;
- कठिनाई स्तर;
- विद्यार्थियों के लिए सहज रूप से सुलभ पाठ्य सामग्री का होना, जिसे शिक्षकों के अधिक हस्तक्षेप के बिना, वे खुद से या सहपाठियों के साथ पारस्परिक रूप से सीख सकते हों;
- वर्तमान संदर्भ में अप्रासंगिक सामग्री का होना।

वर्तमान संस्करण, ऊपर दिए गए परिवर्तनों को शामिल करते हुए तैयार किया गया पुनर्संयोजित संस्करण है।

© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

प्रस्तावना

प्रस्तुत पुस्तक को विद्यार्थियों, शिक्षकों तथा जनमानस (जिसकी भूमिका अनदेखी नहीं की जा सकती) को सौंपते हुए मुझे हर्ष हो रहा है। 2006 में प्रकाशित कक्षा 12 की पाठ्यपुस्तक की यह स्वाभाविक अनुक्रम है। यह पुस्तक पूर्व प्रकाशित पाठ्यपुस्तक का एक सुव्यवस्थित रूप भी है। इस पुस्तक से *धारा के ऊष्मीय तथा रासायनिक प्रभाव* का अध्याय हटा दिया गया है। इस विषय को सी.बी.एस.ई. के पाठ्यक्रम से भी हटा दिया गया है। इसी प्रकार *संचार* के अध्याय से काफी विषय-वस्तु कम की गई है। इस अध्याय को आसानी से समझने योग्य रूप में पुन: लिखा गया है।

यद्यपि अधिकांश अन्य अध्याय पिछले संस्करणों पर ही आधारित हैं, फिर भी बहुत से भाग तथा अनुभाग पुन: लिखे गए हैं। देश के विभिन्न भागों के शिक्षकों से मिले अनेक सुझावों ने पाठ्यपुस्तक निर्माण समिति का मार्गदर्शन किया है।

कक्षा 11 तथा कक्षा 12 दोनों ही कक्षाओं की इन पुस्तकों के निर्माण में महत्त्व दिए जाने वाले बिंदुओं में मूल परिवर्तन किया गया है। दोनों ही पुस्तकों को विद्यार्थियों को बिना यह मानकर प्रेषित किया जा रहा है कि वे भौतिकी का अध्ययन उच्चतर माध्यमिक स्तर से आगे भी करेंगे। यह नया दृष्टिकोण राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा (2005) में दिए गए प्रेक्षणों एवं सुझावों के आधार पर प्रेरित है। इसी प्रकार, आज के शैक्षिक घटनाक्रम, जिसमें कोई विद्यार्थी विविध विषयों का कोई भी संयोजन/चयन कर सकता है, हम यह नहीं मान सकते कि भौतिकी का अध्ययन करने वाला विद्यार्थी गणित का अध्ययन भी कर रहा है। अत: भौतिकी की विषय वस्तु को 'एकला चलो' रूप में प्रस्तुत करना ही एक विकल्प है।

कक्षा 11 की पाठ्यपुस्तक की भाँति, कई अध्यायों में कुछ रोचक बॉक्स सामग्री भी सम्मिलित की गई है। ये पढ़ाने अथवा परीक्षा के लिए नहीं है। इन बॉक्सों को पाठ्यपुस्तक में सम्मिलित करने का उद्देश्य पाठकों के ध्यान को आकर्षित करना, विज्ञान एवं प्रौद्योगिकी के अन्य क्षेत्रों अथवा दैनिक जीवन में कुछ अनुप्रयोगों को दर्शाना, सरल प्रयोग सुझाना, भौतिकी के विभिन्न क्षेत्रों में अभिधारणाओं में संबंध, एकरसता अथवा नीरसता को तोड़कर पुस्तक को सजीव बनाना है।

पुस्तक के प्रत्येक अध्याय के अंत में सारांश, विचारणीय विषय, अभ्यास तथा अतिरिक्त अभ्यास एवं उदाहरण जैसे विशिष्ट लक्षणों को बनाए रखा गया है। संकल्पनाओं पर आधारित कई अभ्यासों को अध्यायों के अंत में दिए गए अभ्यासों से 'उदाहरण एवं उनके हल' के रूप में पाठ्य सामग्री में स्थानांतरित किया गया है। यह आशा की जाती है कि ऐसा करने से अध्याय में दी गई संकल्पनाएँ अधिक बोधगम्य बन जाएँगी। बहुत से नए उदाहरण तथा अभ्यास जोड़े गए हैं। उन विद्यार्थियों के लिए जो आगे भी भौतिकी का अध्ययन करना चाहते हैं, उनके लिए विचारणीय विषय तथा अतिरिक्त अभ्यास काफ़ी उपयोगी और विचारशील सिद्ध होंगे। *पुस्तक से बाहर के साधन* प्रदान करने तथा *ई-शिक्षा* को प्रोत्साहित करने की दृष्टि से प्रत्येक अध्याय में कुछ प्रासंगिक वेबसाइट के पते *ई-भौतिकी* शीर्षक के अंतर्गत प्रदान किए गए हैं। ये साइटें विद्यार्थियों को कुछ विशिष्ट विषयों पर अतिरिक्त सामग्री तथा अन्योन्य क्रियात्मक निदर्शन/प्रयोग प्रदान करती हैं।

भौतिकी की जटिल संकल्पनाओं की समझ, व्यापक बोध तथा महत्त्व जानना आवश्यक है। विद्यार्थियों को इस प्रकार के प्रश्न पूछना/सीखना चाहिए कि 'हम इसे क्यों तथा कैसे जानें' आदि। व्यापक रूप से वह यह पाएँगे कि भौतिकी तथा विज्ञान के क्षेत्र में लगभग सदैव ही 'क्यों' के प्रश्न का उत्तर नहीं पाया जाता। परंतु यह स्वयं में एक सीखने का अनुभव है, क्या आप ऐसा नहीं समझते! इसके विपरीत, 'कैसे' वाले प्रश्नों के अधिकांश प्राकृतिक परिघटनाओं के प्रकरण में भौतिक विज्ञानियों ने तर्कसंगत व सुविवेचित उत्तर दिए हैं। वास्तव में, यह समझने के पश्चात कि घटनाएँ कैसे होती हैं, बहुत सी परिघटनाओं का उपयोग करके मानव के उपयोग के प्रौद्योगिकीय अनुप्रयोग विकसित करना संभव हो पाया है।

उदाहरण के लिए, पुस्तक के किसी प्रकथन पर विचार कीजिए, जैसे 'ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन धनावेशित पट्टिका द्वारा आकर्षित होता है' अथवा 'इस प्रयोग में प्रकाश (अथवा इलेक्ट्रॉन) तरंग की भाँति व्यवहार करता है।' आप यह अनुभव करेंगे कि इसके 'क्यों' का उत्तर देना संभव नहीं है। यह प्रश्न 'दर्शनशास्त्र' अथवा 'तत्वमीमांसा' के क्षेत्र के अंतर्गत आता है। परंतु हम 'कैसे' का उत्तर दे सकते हैं, हम आरोपित बल ज्ञात कर सकते हैं, हम फोटॉन (अथवा इलेक्ट्रान) की तरंगदैर्घ्य

माप सकते हैं, हम यह निर्धारित कर सकते हैं कि विभिन्न परिस्थितियों में वस्तुएँ कैसे व्यवहार करती हैं तथा इन परिघटनाओं का उपयोग हम अपने लाभ के लिए उपकरण विकसित करने में कर सकते हैं।

समिति के सदस्यों के साथ उच्चतर माध्यमिक स्तर की इन पुस्तकों के लिए कार्य करने में मुझे प्रसन्नता हुई है। पुस्तक निर्माण समिति, पुनरीक्षण समिति तथा संपादन मंडल में कॉलेज तथा विश्वविद्यालयों के शिक्षक, भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थानों के शिक्षक, राष्ट्रीय संस्थानों एवं प्रयोगशालाओं के वैज्ञानिकों के उच्चतर माध्यमिक, साथ-साथ विद्यालयों के शिक्षक सम्मिलित किए गए थे। विभिन्न समितियों में उच्चतर माध्यमिक विद्यालयों के शिक्षकों से प्राप्त सुझावों एवं विवेचनात्मक आलोचना अत्यंत प्रशंसनीय पाए गए। अधिकांश बॉक्स सामग्री किसी न किसी समिति के सदस्य द्वारा विकसित की गई है, परंतु उनमें से तीन मित्रों एवं हितैषियों द्वारा जो इन समितियों के सदस्य नहीं हैं, विकसित की गई हैं। हम अध्याय 3, 4 (भाग 1) तथा अध्याय 9 (भाग 2) की बॉक्स सामग्री का उपयोग करने की अनुमति देने के लिए क्रमशः पुणे के डॉ. पी.एन. सेन, दिल्ली की प्रोफ़ेसर रूपमंजरी घोष तथा मुंबई के डॉ. राजेश वी. खापर्डे का आभार प्रकट करते हैं। हम पुनरीक्षण कार्यशाला तथा संपादन कार्यशाला के प्रतिभागियों के प्रति भी आभार प्रकट करते हैं, जिन्होंने पाठ्यपुस्तक की प्रथम पांडुलिपि पर चर्चा करके परिष्कृत किया। हम प्रोफ़ेसर कृष्ण कुमार, निदेशक एन.सी.ई.आर.टी. के प्रति भी आभार प्रकट करते हैं जिन्होंने विज्ञान शिक्षा में सुधार के राष्ट्रीय प्रयास के एक भाग के रूप में इस पुस्तक को प्रस्तुत करने का कार्यभार हमें सौंपा। मैं एन.सी.ई.आर.टी. के संयुक्त निदेशक प्रोफ़ेसर जी. रवीन्द्रा का भी समय-समय पर सहायता देने के लिए धन्यवाद करता हूँ। प्रोफ़ेसर हुकुम सिंह, अध्यक्ष, विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग, एन.सी.ई.आर.टी. भी हमारे इस कार्य में हर संभव सहायता के लिए इच्छुक रहे हैं।

हम अपने सम्मानित प्रयोक्ताओं, विशेषकर विद्यार्थियों एवं शिक्षकों से प्राप्त समीक्षा एवं सुझावों का आदर करते हैं। हम अपने युवा पाठकों की भौतिकी के रोमांचक कार्य क्षेत्र की ओर अग्रसर होने की कामना करते हैं।

ए.डब्ल्यू. जोशी
मुख्य सलाहकार
पाठ्यपुस्तक निर्माण समिति

© NCERT not to be republished

पाठ्यपुस्तक निर्माण समिति

अध्यक्ष, विज्ञान और गणित पाठ्यपुस्तकों की सलाहकार समिति

जे.वी. नार्लीकर, *इमेरिटस प्रोफ़ेसर*, अंतर-विश्वविद्यालय केंद्र– खगोलविज्ञान और खगोलभौतिकी (आई.यू.सी.ए.ए.), गणेशखिंड, पूना विश्वविद्यालय परिसर, पुणे

मुख्य सलाहकार

ए.डब्ल्यू. जोशी, *हॉनरेरी विज़िटिंग साइंटिस्ट*, एन.सी.आर.ए., पूना विश्वविद्यालय परिसर, पुणे
(*भूतपूर्व प्रोफ़ेसर*, भौतिकी विभाग, पूना विश्वविद्यालय)

सदस्य

अंजली क्षीरसागर, *रीडर,* भौतिकी विभाग, पूना विश्वविद्यालय, पुणे
अतुल मोदी, *प्रवक्ता (एस.जी.)*, वी.ई.एस. कला, विज्ञान एवं वाणिज्य महाविद्यालय, मुंबई
अनुराधा माथुर, *पी.जी.टी.,* मॉडर्न स्कूल, बसंत विहार, नयी दिल्ली
अलिका खरे, *प्रोफ़ेसर,* भौतिकी विभाग, भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, गुवाहाटी
आर. जोशी, *प्रवक्ता (एस.जी.)*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली
ए.के. घटक, *इमेरिटस प्रोफ़ेसर,* भौतिकी विभाग, भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, नयी दिल्ली
एच.सी. प्रधान, *प्रोफ़ेसर*, होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र, (टी.आई.एफ.आर.), मुंबई
एन. पंचपकेशन, *प्रोफ़ेसर (अवकाशप्राप्त)*, भौतिकी एवं खगोलभौतिकी विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली
एस.एन. प्रभाकर, *पी.जी.टी.*, डी.एम. स्कूल, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, एन.सी.ई.आर.टी., मैसूर
एस.के. उपाध्याय, *पी.जी.टी.*, जवाहर नवोदय विद्यालय, मुज़फ़्फ़रनगर
एस.के. दाश, *रीडर*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली
एस. राय चौधरी, *प्रोफ़ेसर*, भौतिकी एवं खगोलभौतिकी विज्ञान, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली
चित्रा गोयल, *पी.जी.टी.,* राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, त्यागराज नगर, नयी दिल्ली
बी.के. शर्मा, *प्रोफ़ेसर,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली
विश्वजीत कुलकर्णी, *टीचर (ग्रेड I),* उच्चतर माध्यमिक अनुभाग, श्रीमती पार्वतीबाई चोगुले महाविद्यालय, मारगो, गोवा
वी.एच. रायबागकर, *रीडर,* नौरोसजी वाडिया महाविद्यालय, पुणे

सदस्य-समन्वयक (अंग्रेज़ी संस्करण)

वी.पी. श्रीवास्तव, *रीडर*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली

हिंदी अनुवादक

आर.एस. दास, *अवकाशप्राप्त उपप्रधानाचार्य,* बलवंत राय मेहता विद्याभवन सीनियर सेकंडरी स्कूल, नयी दिल्ली
कन्हैया लाल, *अवकाशप्राप्त प्राचार्य,* शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली
जे.पी. अग्रवाल, *अवकाशप्राप्त प्राचार्य,* शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली
शशि प्रभा, *प्रवक्ता,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली

सदस्य-समन्वयक

गगन गुप्त, *रीडर*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली

© NCERT not to be republished

भारत का संविधान

भाग 4क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51 क

मूल कर्तव्य – भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –

(क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्रध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;

(ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे;

(ग) भारत की संप्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण बनाए रखे;

(घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;

(ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो महिलाओं के सम्मान के विरुद्ध हों;

(च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे;

(छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;

(ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे;

(झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;

(ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत् प्रयास करे, जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू सके; और

(ट) यदि माता-पिता या संरक्षक है, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य को शिक्षा के अवसर प्रदान करे।

© NCERT not to be republished

आभार

इस पुस्तक को अंतिम स्वरूप प्रदान करने के लिए आयोजित कार्यशाला में भाग लेने वाले निम्नलिखित प्रतिभागियों की बहुमूल्य टिप्पणियों के लिए परिषद् निम्नलिखित का आभार व्यक्त करती है : आर.ए. गोयल, *अवकाशप्राप्त प्राचार्य,* शिक्षा निदेशालय, दिल्ली; एन.सी. जैन, *पी.जी.टी.*, एस.ए.सी.जी. सर्वोदय विद्यालय नं. 2, लुडलो कैसल, नयी दिल्ली; के.सी. शर्मा, *प्रवाचक*, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान (एन.सी.ई.आर.टी.), अजमेर; नीलम सहगल, *पी.जी.टी.*, केंद्रीय विद्यालय, जे.एन.यू. परिसर, नयी दिल्ली; डी.सी. पांडेय, *अवकाशप्राप्त शिक्षा अधिकारी,* शिक्षा निदेशालय, दिल्ली; पी.एन. वार्ष्णेय, *अवकाशप्राप्त प्राचार्य,* शिक्षा निदेशालय, दिल्ली।

परिषद् सन 2017 में पाठ्य के पुनरीक्षण और परिष्करण में अमूल्य योगदान के लिए ए.के. श्रीवास्तव, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली; अरनब सेन, एन.ई.आर.आइ.ई., शिलांग; एल.एस. चौहान, आर.आइ.ई., भोपाल; ओ.एन. अवस्थी (रिटायर्ड), आर.आइ.ई., भोपाल; रचना गर्ग, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली; रामन नंबूदरी, आर.आइ.ई., मैसुरू; आर.आर. कोइरेंग, डी.सी.एस., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली; शशि प्रभा, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली; और एस.वी. शर्मा, आर.आइ.ई., अजमेर का भी आभार व्यक्त करती है।

शैक्षिक व प्रशासनिक सहयोग के लिए परिषद् हुकुम सिंह, *प्रोफ़ेसर* तथा *विभागाध्यक्ष,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली की आभारी है।

परिषद् ए.पी.सी. कार्यालय तथा डी.ई.एस.एम. के प्रशासनिक स्टॉफ को उनके सहयोग के लिए आभार प्रकट करती है। इस पुस्तक में सहयोग के लिए परिषद् मुसर्रत परवीन, मनोज मोहन *कॉपी एडीटर;* रणधीर ठाकुर *प्रूफ़ रीडर;* ॠतु शर्मा, इन्द्र कुमार *डीटीपी ऑपरेटर;* दीपक कपूर *कंप्यूटर स्टेशन प्रभारी,* डी.ई.एस.एम., विजय कंप्यूटर्स (पुस्तक की टाइपिंग के लिए) और प्रकाशन विभाग का हार्दिक आभार ज्ञापित करती है।

© NCERT not to be republished

भारत का संविधान

भाग-3 (अनुच्छेद 12-35)
(अनिवार्य शर्तों, कुछ अपवादों और युक्तियुक्त निर्बंधन के अधीन)
द्वारा प्रदत्त

मूल अधिकार

समता का अधिकार

- विधि के समक्ष एवं विधियों के समान संरक्षण;
- धर्म, मूलवंश, जाति, लिंग या जन्मस्थान के आधार पर;
- लोक नियोजन के विषय में;
- अस्पृश्यता और उपाधियों का अंत।

स्वातंत्र्य-अधिकार

- अभिव्यक्ति, सम्मेलन, संघ, संचरण, निवास और वृत्ति का स्वातंत्र्य;
- अपराधों के लिए दोष सिद्धि के संबंध में संरक्षण;
- प्राण और दैहिक स्वतंत्रता का संरक्षण;
- छः से चौदह वर्ष की आयु के बच्चों को निःशुल्क एवं अनिवार्य शिक्षा;
- कुछ दशाओं में गिरफ्तारी और निरोध से संरक्षण।

शोषण के विरुद्ध अधिकार

- मानव के दुर्व्यापार और बलात श्रम का प्रतिषेध;
- परिसंकटमय कार्यों में बालकों के नियोजन का प्रतिषेध।

धर्म की स्वतंत्रता का अधिकार

- अंतःकरण की और धर्म के अबाध रूप से मानने, आचरण और प्रचार की स्वतंत्रता;
- धार्मिक कार्यों के प्रबंध की स्वतंत्रता;
- किसी विशिष्ट धर्म की अभिवृद्धि के लिए करों के संदाय के संबंध में स्वतंत्रता;
- राज्य निधि से पूर्णतः पोषित शिक्षा संस्थाओं में धार्मिक शिक्षा या धार्मिक उपासना में उपस्थित होने के संबंध में स्वतंत्रता।

संस्कृति और शिक्षा संबंधी अधिकार

- अल्पसंख्यक-वर्गों को अपनी भाषा, लिपि या संस्कृति विषयक हितों का संरक्षण;
- अल्पसंख्यक-वर्गों द्वारा अपनी शिक्षा संस्थाओं का स्थापन और प्रशासन।

सांविधानिक उपचारों का अधिकार

- उच्चतम न्यायालय एवं उच्च न्यायालय के निर्देश या आदेश या रिट द्वारा प्रदत्त अधिकारों को प्रवर्तित कराने का उपचार।

© NCERT not to be republished

विषय-सूची

आमुख *iii*
पाठ्यपुस्तकों में पाठ्य सामग्री का पुनर्संयोजन *v*
प्रस्तावना *vii*

अध्याय 1
वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

1.1 भूमिका 1
1.2 वैद्युत आवेश 1
1.3 चालक तथा विद्युतरोधी 3
1.4 वैद्युत आवेश के मूल गुण 4
1.5 कूलॉम नियम 6
1.6 बहुल आवेशों के बीच बल 11
1.7 विद्युत क्षेत्र 14
1.8 विद्युत क्षेत्र रेखाएँ 19
1.9 वैद्युत फ्लक्स 21
1.10 वैद्युत द्विध्रुव 23
1.11 एकसमान बाह्य क्षेत्र में द्विध्रुव 27
1.12 संतत आवेश वितरण 28
1.13 गाउस नियम 29
1.14 गाउस नियम के अनुप्रयोग 33

अध्याय 2
स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता

2.1 भूमिका 44
2.2 स्थिरवैद्युत विभव 46
2.3 बिंदु आवेश के कारण विभव 47
2.4 वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव 48
2.5 आवेशों के निकाय के कारण विभव 50
2.6 समविभव पृष्ठ 53
2.7 आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा 54
2.8 बाह्य क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा 57
2.9 चालक–स्थिरवैद्युतिकी 60
2.10 परावैद्युत तथा ध्रुवण 64
2.11 संधारित्र तथा धारिता 66

© NCERT not to be republished

2.12 समांतर पट्टिका संधारित्र 67
2.13 धारिता पर परावैद्युत का प्रभाव 68
2.14 संधारित्रों का संयोजन 70
2.15 संधारित्र में संचित ऊर्जा 72

अध्याय 3
विद्युत धारा

3.1 भूमिका 79
3.2 विद्युत धारा 79
3.3 चालक में विद्युत धारा 80
3.4 ओम का नियम 81
3.5 इलेक्ट्रान का अपवाह एवं प्रतिरोधकता का उद्गम 83
3.6 ओम के नियम की सीमाएँ 87
3.7 विभिन्न पदार्थों की प्रतिरोधकता 88
3.8 प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता 88
3.9 विद्युत ऊर्जा, शक्ति 90
3.10 सेल, विद्युत वाहक बल (emf), आंतरिक प्रतिरोध 91
3.11 श्रेणी तथा पार्श्वक्रम में सेल 93
3.12 किरखोफ के नियम 95
3.13 व्हीटस्टोन सेतु 98

अध्याय 4
गतिमान आवेश और चुंबकत्व

4.1 भूमिका 105
4.2 चुंबकीय बल 106
4.3 चुंबकीय क्षेत्र में गति 110
4.4 विद्युत धारा अवयव के कारण चुंबकीय क्षेत्र, बायो-सावर्ट नियम 111
4.5 विद्युत धारावाही वृत्ताकार पाश के अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र 113
4.6 ऐम्पियर का परिपथीय नियम 116
4.7 परिनालिका 119
4.8 दो समांतर विद्युत धाराओं के बीच बल–ऐम्पियर 121
4.9 विद्युत धारा पाश पर बल आघूर्ण, चुंबकीय द्विध्रुव 123
4.10 चल कुंडली गैल्वेनोमीटर 128

अध्याय 5
चुंबकत्व एवं द्रव्य

5.1 भूमिका 135
5.2 छड़ चुंबक 136
5.3 चुंबकत्व एवं गाउस नियम 141

© NCERT not to be republished

5.4 चुंबकीकरण एवं चुंबकीय तीव्रता 144
5.5 पदार्थों के चुंबकीय गुण 146

अध्याय 6
वैद्युतचुंबकीय प्रेरण

6.1 भूमिका 152
6.2 फैराडे एवं हेनरी के प्रयोग 153
6.3 चुंबकीय फ्लक्स 154
6.4 फैराडे का प्रेरण का नियम 155
6.5 लेंज का नियम तथा ऊर्जा संरक्षण 158
6.6 गतिक विद्युत वाहक बल 160
6.7 प्रेरकत्व 163
6.8 प्रत्यावर्ती धारा जनित्र 168

अध्याय 7
प्रत्यावर्ती धारा

7.1 भूमिका 174
7.2 प्रतिरोधक पर प्रयुक्त ac वोल्टता 175
7.3 ac धारा एवं वोल्टता का घूर्णी सदिश द्वारा निरूपण—कलासमंजक (फेजर्स) 178
7.4 प्रेरक पर प्रयुक्त ac वोल्टता 178
7.5 संधारित्र पर प्रयुक्त ac वोल्टता 181
7.6 श्रेणीबद्ध LCR परिपथ पर प्रयुक्त ac वोल्टता 183
7.7 ac परिपथों में शक्ति : शक्ति गुणांक 187
7.8 ट्रांसफॉर्मर 191

अध्याय 8
वैद्युतचुंबकीय तरंगें

8.1 भूमिका 198
8.2 विस्थापन धारा 199
8.3 वैद्युतचुंबकीय तरंगें 202
8.4 वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम 205

उत्तर 212
पारिभाषिक शब्दावली 218

© NCERT not to be republished

मुखावरण

(http://nobelprize.org तथा 2006 में भौतिकी के नोबेल पुरस्कार से रूपांतरित)

विश्व के विकास के विभिन्न चरण

पश्चावरण

(http://www.iter.org तथा
http://www.dae.gov.in से रूपांतरित)

अंतर्राष्ट्रीय तापनाभिकीय प्रायोगिक रिएक्टर (ITER) युक्ति का व्यवच्छेदित दृश्य। आधार पर खड़ा व्यक्ति स्केल दर्शा रहा है।

ITER एक संयुक्त अंतर्राष्ट्रीय अनुसंधान एवं विकास परियोजना है जिसका उद्देश्य संलयन शक्ति की वैज्ञानिक एवं तकनीकी संभाव्यता का निदर्शन करना है।

भारत इस परियोजना के सात पूर्ण भागीदारी राष्ट्रों में से एक है। अन्य भागीदार यूरोपीय संघ (EURATOM द्वारा निरूपित), जापान, चीन गणराज्य, कोरिया गणराज्य, रूस फेडेरेशन तथा संयुक्त राज्य अमेरिका हैं। ITER का निर्माण यूरोप में फ्रांस के दक्षिण में कैडारके में किया जाएगा तथा इससे 500 MW की संलयन शक्ति उत्पन्न होगी।

सूर्य तथा तारों की ऊर्जा का स्रोत नाभिकीय संलयन है। पृथ्वी पर संलयन-अनुसंधान का उद्देश्य यह निदर्शित करना है कि इस ऊर्जा स्रोत का उपयोग पर्यावरण हितैषी तथा सुरक्षात्मक रूप से विद्युत उत्पन्न करने में किया जा सकता है तथा संसार की बढ़ती जनसंख्या की आवश्यकताओं की पूर्ति के लिए इसके प्रचुर ईंधन भंडार (संपदा) उपलब्ध हैं।

भारत की भूमिका को विस्तार से जानने के लिए परमाणु ऊर्जा विभाग (DAE) की उपरिलिखित वेबसाइट में उपलब्ध *Nuclear India*, Vol. 39, No. 11-12, May-June 2006 का संस्करण देखिए।

© NCERT not to be republished

उत्तर

अध्याय 1

1.1 6×10^{-3} N (प्रतिकर्षी)

1.2 (a) 12 cm (b) 0.2 N (आकर्षी)

1.3 2.4×10^{39} । यह एक प्रोटॉन तथा एक इलेक्ट्रॉन (समान दूरियों पर स्थित होने पर) के बीच लगे वैद्युत बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल का अनुपात है।

1.5 आवेश उत्पन्न अथवा नष्ट नहीं होता। यह केवल एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित होता है।

1.6 0 N

1.8 (a) 5.4×10^{6} N C^{-1} OB के अनुदिश; (b) 8.1×10^{-3} N OA के अनुदिश

1.9 कुल आवेश शून्य है। द्विध्रुव आघूर्ण = 7.5×10^{-8} C m; z-अक्ष के अनुदिश

1.10 10^{-4} N m

1.11 (a) 2×10^{12} ऊन से पॉलीथीन पर (b) हाँ, परंतु नगण्य मात्रा का (= 2×10^{-18} kg उदाहरण में)

1.12 (a) 1.5×10^{-2} N (b) 0.24 N

1.13 आवेश 1 तथा 2 ऋणात्मक हैं, आवेश 3 धनात्मक है। कण-3 का आवेश-संहति अनुपात अधिकतम है।

1.14 25.98 N m^2/C

1.15 शून्य/ घन में प्रवेश करने वाली रेखाओं की संख्या घन से निर्गत रेखाओं की संख्या के समान है।

1.16 (a) 0.07 μ C (b) नहीं, केवल यह कि वर्ग के भीतर नेट आवेश शून्य है।

1.17 2.2×10^{5} N m^2/C

1.18 1.9×10^{5} N m^2/C

1.19 (a) -10^{3} N m^2/C क्योंकि दोनों प्रकरणों में परिबद्ध आवेश समान है।
(b) – 8.8 nC

1.20 – 6.67 nC

1.21 (a) 1.45×10^{-3}C (b) 1.6×10^{8} Nm^2/C

1.22 10 μC/m

1.23 (a) शून्य (b) शून्य (c) 1.9 N/C

1.24 9.81×10^{-4} mm

© NCERT not to be republished

अध्याय 2

2.1 10 cm, 40 cm धनावेश से दूर ऋणावेश की ओर।

2.2 2.7×10^{6} V

2.3 (a) AB के अभिलंबवत एवं इसके मध्य बिंदु से होकर जाने वाले तल के प्रत्येक बिंदु पर विभव शून्य है।

(b) तल के अभिलंब AB दिशा में

2.4 (a) शून्य

(b) 10^{5} N C^{-1}

(c) 4.4×10^{4} N C^{-1}

2.5 96 pF

2.6 (a) 3 pF

(b) 40 V

2.7 (a) 9 pF

(b) 2×10^{-10} C, 3×10^{-10} C, 4×10^{-10} C

2.8 18 pF, 1.8×10^{-9} C

2.9 (a) V = 100 V, C = 108 pF, $Q = 1.08 \times 10^{-8}$ C

(b) $Q = 1.8 \times 10^{-9}$ C, C = 108 pF, V = 16.6 V

2.10 1.5×10^{-8} J

2.11 6×10^{-6} J

अध्याय 3

3.1 30 A

3.2 17 Ω, 8.5 V

3.3 1027 °C

3.4 2.0×10^{-7} Ωm

3.5 0.0039 °C^{-1}

3.6 867°C

3.7 शाखा AB में धारा (4/17) A ;

शाखा AD में धारा = (6/17) A;

शाखा BC में धारा (6/17) A;

शाखा BD में धारा = (–2/17) A;

शाखा CD में धारा (–4/17) A; तथा परिपथ में कुल धारा = (10/17) A

3.8 11.5 V श्रेणीक्रम में संयोजित प्रतिरोधक बाह्य स्रोत से ली गई धारा को सीमित करता है। इसकी अनुपस्थिति में धारा घातक रूप से बढ़ जाएगी।

3.9 2.7×10^{4} s (7.5 h)

अध्याय 4

4.1 $\pi \times 10^{-4}$ T $\simeq 3.1 \times 10^{-4}$ T

4.2 3.5×10^{-5} T

4.3 4×10^{-6} T ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर

© NCERT not to be republished

4.4 1.2×10^{-5} T दक्षिण की ओर

4.5 0.6 N m^{-1}

4.6 8.1×10^{-2} N; बल की दिशा फ्लेमिंग के बाएँ हाथ के नियम द्वारा दी जाती है।

4.7 2×10^{-5} N; आकर्षण बल, A के लंबवत B की ओर।

4.8 $8\pi \times 10^{-3}$ T $\simeq 2.5 \times 10^{-2}$ T

4.9 0.96 N m

4.10 (a) 1.4 (b) 1

4.11 4.2 cm

4.12 18 MHz

4.13 (a) 3.1 Nm (b) नहीं, उत्तर नहीं बदलता क्योंकि सूत्र ($\tau = NIA \times B$) किसी भी आकार के समतल लूप के लिए सही है।

अध्याय 5

5.1 0.36 J T^{-1}

5.2 (a) **m, B** के समांतर है। $U = -mB = -4.8 \times 10^{-2}$ J; स्थायी

(b) **m, B** के प्रतिसमांतर है। $U = +mB = +4.8 \times 10^{-2}$ J; अस्थायी

5.3 0.60 J T^{-1} परिनालिका की अक्ष के अनुदिश, दिशा धारा-प्रवाह की दिशा पर निर्भर।

5.4 7.5×10^{-2} J

5.5 (a) (i) 0.33 J (ii) 0.66 J

(b) (i) 0.33 J परिमाण का बल आघूर्ण जो चुंबकीय आघूर्ण सदिश को **B** के अनुदिश लाने की प्रवृत्ति रखता है। (ii) शून्य।

5.6 (a) 1.28 A m^2 अक्ष के अनुदिश, दिशा धारा की दिशा पर निर्भर, जिसे दाएँ हाथ के पेंच के नियम द्वारा ज्ञात कर सकते हैं।

(b) एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में बल शून्य है; बल आघूर्ण = 0.048 Nm जिसकी दिशा ऐसी है कि यह परिनालिका की अक्ष को (अर्थात चुंबकीय आघूर्ण सदिश को) **B** के अनुदिश लाने की कोशिश करता है।

5.7 (i) 0.96 G, S-N दिशा के अनुदिश।

(ii) 0.48 G, N-S दिशा के अनुदिश।

अध्याय 6

6.1 (a) qrpq के अनुदिश

(b) prq के अनुदिश, yzx के अनुदिश

(c) yzx के अनुदिश

(d) zyx के अनुदिश

(e) xry के अनुदिश

(f) कोई प्रेरित धारा नहीं क्योंकि क्षेत्र रेखाएँ लूप तल में स्थित हैं।

© NCERT not to be republished

6.2 (a) adcd के अनुदिश (आकार परिवर्तन के समय पृष्ठ से गुज़रने वाला फ्लक्स बढ़ता है, अतः प्रेरित धारा, निरोधी फ्लक्स उत्पन्न करती है)।

(b) a′d′c′b′ के अनुदिश (इस प्रक्रम में फ्लक्स घटता है)

6.3 7.5×10^{-6} V

6.4 (a) 2.4×10^{-4} V, जो 2 s तक बना रहेगा।

(b) 0.6×10^{-4} V, जो 8 s तक बना रहेगा।

6.5 100 V

6.6 (a) 1.5×10^{-3} V, (b) पश्चिम से पूर्व की ओर (c) पूर्वी सिरा

6.7 4H

6.8 30 Wb

अध्याय 7

7.1 (a) 2.20 A

(b) 484 W

7.2 (a) $\frac{300}{\sqrt{2}} = 212.1\,\text{V}$

(b) $10\sqrt{2} = 14.1\,\text{A}$

7.3 15.9 A

7.4 2.49 A

7.5 प्रत्येक अवस्था में शून्य।

7.6 1.1×10^3 s^{-1}

7.7 2,000 W

7.8 (a) 50 rad s^{-1}

(b) 40 Ω, 8.1 A

(c) $V_{Lrms} = 1437.5$ V, $V_{Crms} = 1437.5$ V, $V_{Rrms} = 230$ V

$$V_{LCrms} = I_{rms}\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right) = 0$$

अध्याय 8

8.1 (a) $C = \varepsilon_0 A/d = 8.0$ pF

$$\frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{0.15}{80.1 \times 10^{-12}} = 1.87 \times 10^{9}\ \text{V s}^{-1}$$

(b) $i_d = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\Phi_E$. अब, यदि सिरों की त्रुटियों की उपेक्षा कर दें तो संधारित्र की प्लेटों के बीच $\Phi_E = EA$

© NCERT not to be republished

इसलिए $i_d = \varepsilon_0 A \frac{d\Phi_E}{dt}$

$\therefore E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$. $\therefore \frac{dE}{dt} = \frac{i}{\varepsilon_0 A}$, इसे प्रयोग करने पर $i_d = i = 0.15$ A

(c) जी हाँ, बशर्ते धारा से हमारा आशय चालन एवं विस्थापन धाराओं का योग हो।

8.2 (a) $I_{rms} = V_{rms}\, \omega C = 6.9\ \mu A$

(b) हाँ; अभ्यास 8.1 (b) की व्युत्पत्ति तब भी सही होगी जब i समय के साथ दोलन कर रही हो।

(c) सूत्र $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{r}{R^2} i_d$

प्रभावी रहता है तब भी जब i_d (और इसलिए B) समय के साथ दोलन करता है। सूत्र दर्शाता है कि वे कला में दोलन करते हैं। चूँकि $i_d = i$, अत:

$B_0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{r}{R^2} i_0$, जहाँ B_0 एवं i_0 क्रमशः दोलित चुंबकीय क्षेत्र एवं धारा के आयाम हैं।

$i_0 = \sqrt{2} I_{rms} = 9.76\ \mu A$; $r = 3$ cm एवं $R = 6$ cm, $B_0 = 1.63 \times 10^{-11}$ T

8.3 निर्वात में सभी विद्युत चुंबकीय तरंगों की चाल समान होती है : $c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}

8.4 **E** और **B** in x-y समतल में हैं और परस्पर लंबवत हैं, 10 m

8.5 तरंगदैर्घ्य बैंड : 40 m – 25 m.

8.6 10^9 Hz

8.7 153 N/C

8.8 (a) 400 nT, 3.14×10^8 rad/s, 1.05 rad/m, 6.00 m

(b) $\mathbf{E}$ = 120 N/C sin (1.05 rad/m)]x – (3.14 × 10^8 rad/s)t]} $\hat{\mathbf{j}}$

$\mathbf{B}$ = 400 nT sin (1.05 rad/m)]x – (3.14 × 10^8 rad/s)t]} $\hat{\mathbf{k}}$

8.9 फ़ोटॉन ऊर्जा (for λ = 1 m)

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19}} \text{eV} = 1.24 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम के चित्र में अन्य तरंगदैर्घ्यों हेतु फ़ोटॉन ऊर्जा 10 की घातों के सन्निकट गुणा करके प्राप्त की जा सकती है। किसी स्रोत द्वारा उत्सर्जित फ़ोटॉन की ऊर्जा, स्रोत के सुसंगत ऊर्जा स्तरों का अंतराल इंगित करती है। उदाहरणार्थ, फ़ोटॉन ऊर्जा = 1.24×10^6 eV = 1.24 MeV के संगत तरंगदैर्घ्य $\lambda = 10^{-12}$ m है। यह इंगित करती है कि नाभिकीय ऊर्जा स्तरों में (जिन स्तरों के मध्य संक्रमण γ-किरण उत्सर्जन करता है) प्रतिरूपतः लगभग 1 MeV का ऊर्जा अंतराल है। इसी प्रकार, दृश्य तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m के संगत फ़ोटॉन ऊर्जा = 2.5 eV है। यह दर्शाता है कि ऊर्जा स्तरों (जिन स्तरों के मध्य संक्रमण दृश्य विकिरण देता है) के मध्य प्रतिरूपतः कुछ eV का अंतराल है।

© NCERT not to be republished

8.10 (a) $\lambda = (c/\nu) = 1.5 \times 10^{-2}$ m

(b) $B_0 = (E_0/c) = 1.6 \times 10^{-7}$ T

(c) **E** क्षेत्र में ऊर्जा घनत्व, $u_E = (1/2)\varepsilon_0 E^2$

B क्षेत्र में ऊर्जा घनत्व, $u_B = (1/2\mu_0)B^2$

$E = cB$ और $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ के प्रयोग से, $u_E = u_B$

© NCERT not to be republished

पारिभाषिक शब्दावली

अंत: बिंदु	End points
अंतरातारकीय	Interstellar
अंतरिक्ष विकिरण	Cosmic radiation
अंशाकन	Calibration
अग्र दिशा	Forward direction
अतिचालक	Super conducting
अधोमुखी	Downward
अध्यारोपण का सिद्धांत	Principal of Superposition
अर्धचालक	Semiconductor
अनंत	Infinite
अनुक्रमानुपाती	Directly proportional
अनुचुंबकत्व	Paramagnetism
अनुदासित	Unneutralised
अनुदिश	Along
अनुदैर्घ्य	Longitudinal
अनुनाद	Resonance
अनुनाद की तीक्ष्णता	Sharpness of Resonance
अनुनादी आवृत्ति	Resonant frequency
अनुप्रयुक्त	Applied
अनुप्रस्थ	Transverse
अनुप्रस्थ-काट	Cross-section
अनुरूप	Analogous
अन्योन्य प्रेरण	Mutual induction
अपचायी ट्रांसफ़ॉर्मर	Step-down transformer
अपवाह	Drift
अभिकल्पना	Design
अभिकेंद्र बल	Centripetal force
अभिगृहीत	Postulate
अभिधारणा	Assumption
अवमंदित दोलन	Damped Oscillation
असंतत	Discontinuous
असांतत्य	Discontinuity
आंतरिक प्रतिरोध	Internal resistance
आनति	Inclination
आनुभविक	Empirical
आयन मंडल	Ionosphere
आयनी क्रिस्टल	Ionic crystal
आवेश	Charge
आवेश घनत्व	Charge density
उच्चायी ट्रांसफ़ॉर्मर	Step-up transformer
उपरिमुखी	Upward
उपांत प्रभाव	Fringing of the field
उपार्जित	Acquired
उभयनिष्ट विभवांतर	Common potential
ऐंठन नियतांक	Torsional constant
ऐमीटर	Ammeter
ओम का नियम	Ohm's law
कंपनिक चाल	Vibrational speed
कलासमंजक (फेज़र्स)	Phasors
काल अंतराल	Time interval
किरखोफ़ नियम	Kirchhoff's rule
कुंडलन	Winding
कुंडलिनी	Helical
क्वांटमीकरण	Quantisation
क्षयित	Dissipation
गतिज विद्युत वाहक बल	Motional electromotive force
गतिशीलता	Mobility
गाउस नियम	Gauss' law
गाउसीय पृष्ठ	Gaussian surface
गुणता कारक	Quality factor
गुणात्मक रूप में	Qualitatively
गैल्वेनोमीटर (धारामापी)	Galvanometer

© NCERT not to be republished

पारिभाषिक शब्दावली

घर्षण	Friction
घूर्ण चुंबकीय अनुपात	Gyromagnetic ratio
चक्रणीय कोणीय संवेग	Spin angular momentum
चालक	Conductor
चालकता	Conductivity
चालन धारा	Conduction current
चुंबकत्वावशेष	Remanence
चुंबकशीलता	Magnetic permeability
चुंबकीय एकध्रुव	Magnetic monopole
चुंबकीय तीव्रता	Magnetic intensity
चुंबकीय द्विध्रुव	Magnetic dipole
चुंबकीय प्रवृत्ति	Magnetic susceptibility
चुंबकीय फ्लक्स	Magnetic flux
जड़त्व आघूर्ण	Moment of inertia
जनित्र	Generator
जॉकी	Jockey
ज्यावक्रीय	Sinusoidal
तड़ित	Lightning
तात्क्षणिक	Instantaneously
ताप प्रवणता	Temperature gradient
तापीय चाल	Thermal speed
तुल्य प्रतिरोध	Equivalent resistance
तुल्य प्रतिरोधक	Equivalent resistor
त्वरण	Acceleration
दिक्पात	Declination
दोलन	Oscillation
द्विगामी कुंजी	Two way key
द्वितीयक कुंडली	Secondary coil
द्विध्रुव आघूर्ण	Dipole moment
धारणशीलता	Retentivity
धारा नियंत्रक	Rheostate
धारामापी/गैल्वेनोमीटर	Galvanometer
धारिता	Capacitance
ध्रुवता	Polarity
ध्रुवण	Polarisation
ध्रुवांतर/त्रिज्य सदिश	Radius vector
ध्रुवीय अणु	Polar molecule
नति	Dip
नमन कोण	Angle of dip
निरक्षीय समतल	Equatorial plane
निर्वात	Vacuum
निष्पत्ति	Result
नेटवर्क	Network
नैज	Intrinsic
पतली गोलीय कोष्ठिका	Thin spherical shell
परावैद्युत	Dielectric
परावैद्युत सामर्थ्य	Dielectric strength
परावैद्युतांक	Permittivity
परिघटना	Phenomenon
परिनालिका	Solenoid
परिपथिकी	Circuitry
परिपथीय नियम	Circuital law
परिबद्ध	Bounding
परिमाणात्मक	Qualitative
परिमित	Finite
परिरोधन	Confinement
पश्च दिशा	Backward direction
पारगम्यता	Permeability
पार्श्व संयोजन	Parallel connection
पाश/लूप	Loop
पाश नियम	Loop rule
पोटेंशियोमीटर	Potentiometer
प्रणोदित दोलन	Forced Oscillation
प्रतिचुंबकत्व	Diamagnetism
प्रतिबाधा	Impedance
प्रतिरोध	Resistance
प्रतिरोधकता	Resistivity
प्रत्यानयन आघूर्ण	Restoring torque
प्रत्यावर्ती धारा	Alternating current
प्रवर्धन	Propagation
प्रवर्धित	Amplification
प्राचलों	Surfaces
प्राथमिक कुंडली	Primary coil
प्रेरक	Inductor
प्रेरकीय प्रतिघात	Inductive reactance
प्रेरण	Induction
प्लग कुंजी	Plug key
फ्लक्स-क्षरण	Flux-leakage
फ्लक्स-बंधता/फ्लक्स-ग्रंथिका	Flux-linkage
बैंड विस्तार	Bandwidth
भँवर धारा	Eddy current
भू-चुंबकत्व	Earth's magnetism
मरोड़ तुला/विमोटन तुला	Torsion balance

© NCERT not to be republished

मानक प्रतिरोध	Standard resistors
मिश्रातु	Alloy
मीटर सेतु	Meter bridge
मूल	Basic
योज्यता स्थिरांक	Additive constant
यादृच्छिक	Arbitrary/Random
याम्योत्तर	Meridian
रेडियोएक्टिव	Radioactive
रैखिक समदैशिक परावैद्युत	Linear isotropic dielectrics
लघुगणकीय पैमाना	Logarithmic scale
लघु लौह चुंबकीय	Ferrimagnetic
लौह चुंबकत्व	Ferromagnetism
वर्ण कोड	Colour code
वाटहीन धारा	Wattless current
विक्षेप	Deflection
विक्षुब्ध	Disturb
विद्युत अपघटन	Electrolysis
विद्युत अपघटनी विलयन	Electrolytic solution
विद्युत अपघटनी सेल	Electrolytic cell
विद्युत अपघट्य	Electrolyte
विद्युत चुंबकीय	Electromagnetic
विद्युत चुंबकीय अवमंदन	Electromagnetic damping
विद्युत चुंबकीय तरंगें	Electromagnetic waves
विद्युत चुंबकीय परिघटना	Electromagnetic phenomenon
विद्युत चुंबकीय प्रेरण	Electromagnetic induction
विद्युतदर्शी	Electroscope
विद्युत द्विध्रुव	Electric dipole
विद्युतधारा घनत्व	Electric current density
विद्युतरोधी	Insulator
विद्युतशीलता	Permitivity
विभव प्रवणता	Potential gradient
विभवपात	Potential drop
विभवमापी (पोटेंशियोमीटर)	Potentiometer
विभवांतर	Potential difference
विश्रांति काल	Relaxation time
विवर्तन	Diffraction
विस्थापन धारा	Displacement current
वैद्युत चतुर्ध्रुवी	Electric quadrupole
वैद्युत प्रवृत्ति	Electric susceptibility
वैद्युत विस्थापन	Electric displacement
वोल्टता अनुमतांक	Voltage rating
वोल्टमीटर	Voltmeter
व्युत्क्रम-वर्ग	Inverse-square
व्युत्क्रमानुपाती	Inversely proportional
व्हीटस्टोन सेतु	Wheatstone bridge
शक्ति गुणांक	Power factor
शिल्प तथ्य	Artefact
शून्य विक्षेप	Zero deflection
शैथिल्य	Hysterisis
श्रेणी संयोजन	Series connection
संकल्पना	Concept
संघट्टन	Collision
संचायक बैटरी	Storage battery
संतुलन प्रतिबंध	Balance condition
संतुलन बिंदु	Balance point
संधारित्र	Capacitor
संधारित्र प्रतिघात	Capacitive reactance
संधि नियम	Junction rule
संभरण	Supply
संयोजी तार	Connecting wire
संरक्षण	Conservation
सन्निकटन	Approximation
सममिति	Symmetry
समविभव पृष्ठ	Equipotential surface
समस्वरण	Tuning
समांतर पट्टिका संधारित्र	Parallel plate capacitor
समोर्जी	Mono-energetic
सार्वत्रिक	Universal
स्थिरवैद्युत अनुरूप	Electrostatic analog
स्थिरवैद्युत परिरक्षण	Electrostatic shielding
स्थिरवैद्युत विभव	Electrostatic potential
सौर पवन	Solar wind
स्पैक्ट्रम	Spectrum
स्व-प्रेरण	Self-Induction

© NCERT not to be republished

12091CH01

अध्याय 1

वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

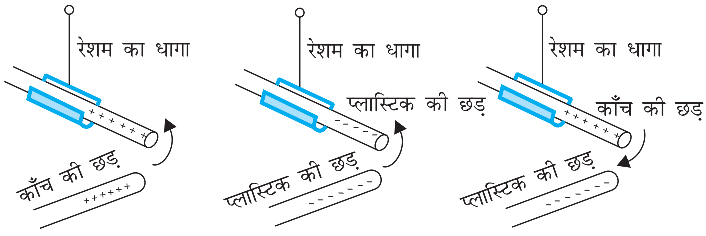
© NCERT not to be republished

1.1 भूमिका

हम सभी को, विशेषकर शुष्क मौसम में, स्वेटर अथवा संश्लिष्ट वस्त्रों को शरीर से उतारते समय चट-चट की ध्वनि सुनने अथवा चिनगारियाँ देखने का अनुभव होगा। क्या आपने कभी इस परिघटना का स्पष्टीकरण खोजने का प्रयास किया है? विद्युत विसर्जन का एक अन्य सामान्य उदाहरण आकाश में गर्जन के समय तड़ित दिखाई देना है। विद्युत झटके के संवेदन का अनुभव हमें उस समय भी होता है जब हम किसी कार का दरवाज़ा खोलते हैं अथवा जब हम अपनी बस की सीट पर खिसकने के पश्चात उसमें लगी लोहे की छड़ को पकड़ते हैं। इन अनुभवों के होने के कारण हमारे शरीर में से होकर उन वैद्युत आवेशों का विसर्जित होना है जो विद्युतरोधी पृष्ठों पर रगड़ के कारण एकत्र हो जाते हैं। आपने यह भी सुना होगा कि यह वैद्युत आवेश (स्थिरवैद्युत) के उत्पन्न होने के कारण है। इस अध्याय तथा अगले अध्याय में भी हम इसी विषय पर चर्चा करेंगे। स्थिर से तात्पर्य है वह सब कुछ जो समय के साथ परिवर्तित अथवा गतिमय नहीं होता। *स्थिरवैद्युतिकी के अंतर्गत हम स्थिर आवेशों द्वारा उत्पन्न बलों, क्षेत्रों तथा विभवों के विषय में अध्ययन करते हैं।*

1.2 वैद्युत आवेश

इतिहास के अनुसार लगभग 600 ई. पूर्व हुई इस तथ्य की खोज का श्रेय, कि ऊन अथवा रेशमी-वस्त्र से रगड़ा गया ऐम्बर हलकी वस्तुओं को आकर्षित करता है, ग्रीस देश के मिलेटस के निवासी थेल्स को जाता है। 'इलेक्ट्रिसिटी' शब्द भी ग्रीस की भाषा के शब्द *इलेक्ट्रॉन* से व्युत्पन्न हुआ है जिसका अर्थ *ऐम्बर* है। उस समय पदार्थों के ऐसे बहुत से युगल ज्ञात थे जो परस्पर रगड़े



चित्र 1.1 छड़ें: सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित तथा विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

जाने पर भूसे के तिनकों, सरकंडे की गोलियों, कागज़ के छोटे टुकड़ों आदि हलकी वस्तुओं को आकर्षित कर लेते थे।

यह भी प्रेक्षित किया गया कि यदि ऊन अथवा रेशम के कपड़े से रगड़ी हुई दो काँच की छड़ों को एक-दूसरे के निकट लाएँ तो वे एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं [चित्र 1.1(a)]। ऊन की वे लड़ियाँ अथवा रेशम के कपड़े के वे टुकड़े जिनसे इन छड़ों को रगड़ा गया था, वे भी परस्पर एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं परंतु काँच की छड़ तथा ऊन एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं। इसी प्रकार, बिल्ली की समूर से रगड़ी हुई दो प्लास्टिक की छड़ें एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं [चित्र 1.1(b)] परंतु समूर को आकर्षित करती हैं। इसके विपरीत, प्लास्टिक की छड़ें काँच की छड़ों को आकर्षित करती हैं [चित्र 1.1(c)] तथा सिल्क अथवा ऊन जिससे काँच की छड़ों को रगड़ा गया था, को प्रतिकर्षित करती हैं। काँच की छड़ समूर को प्रतिकर्षित करती है।

वर्षों के प्रयास तथा सावधानीपूर्वक किए गए प्रयोगों एवं उनके विश्लेषणों द्वारा सरल प्रतीत होने वाले ये तथ्य स्थापित हो पाए हैं। विभिन्न वैज्ञानिकों द्वारा किए गए बहुत से सावधानीपूर्ण अध्ययनों के पश्चात यह निष्कर्ष निकाला गया है कि एक राशि होती है, जिसे वैद्युत आवेश कहते हैं और यह केवल दो प्रकार के ही हो सकते हैं। वैद्युत आवेश कहलाने वाली राशि के केवल दो प्रकार ही होते हैं। हम कहते हैं कि प्लास्टिक एवं काँच की छड़, रेशम, समूर, सरकंडे की गोलियाँ आदि पिंड विद्युन्मय हो गए हैं। रगड़ने पर ये वैद्युत आवेश अर्जित कर लेते हैं। आवेश दो प्रकार के होते हैं तथा हम यह पाते हैं कि (i) *सजातीय आवेश* एक-दूसरे को प्रतिकर्षित तथा (ii) *विजातीय आवेश* एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं। वह गुण जो दो प्रकार के आवेशों में भेद करता है, *आवेश की ध्रुवता* कहलाता है।

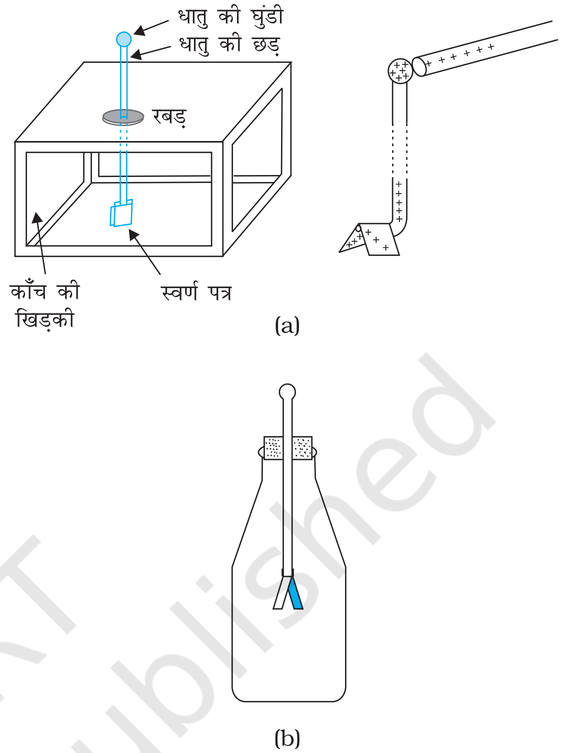
जब काँच की छड़ को रेशम से रगड़ते हैं तो छड़ एक प्रकार का आवेश अर्जित करती है तथा रेशम दूसरे प्रकार का आवेश अर्जित करता है। यह उन सभी वस्तुओं के युगल के लिए सत्य है जो विद्युन्मय होने के लिए परस्पर रगड़े जाते हैं। अब यदि विद्युन्मय काँच की छड़ को उस रेशम के संपर्क में लाते हैं जिससे उसे रगड़ा गया था, तो वे अब एक-दूसरे को आकर्षित नहीं करते। ये अब अन्य हलकी वस्तुओं को भी आकर्षित अथवा प्रतिकर्षित नहीं करते जैसा कि ये विद्युन्मय होने पर कर रहे थे।

इस प्रकार, रगड़ने के पश्चात वस्तुओं द्वारा अर्जित आवेश आवेशित वस्तुओं को एक-दूसरे के संपर्क में लाने पर लुप्त हो जाता है। इन प्रेक्षणों से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं? यह तो केवल इतना बताता है कि वस्तुओं द्वारा अर्जित विजातीय आवेश एक-दूसरे के प्रभाव को निष्फल कर देते हैं। इसीलिए अमेरिकी वैज्ञानिक बेंजामिन फ्रेंकलिन ने आवेशों को धनात्मक तथा ऋणात्मक कहा। परिपाटी के अनुसार काँच की छड़ अथवा बिल्ली के समूर पर आवेश धनात्मक कहलाता है तथा प्लास्टिक-छड़ अथवा रेशम पर आवेश ऋणात्मक कहलाता है। जब किसी वस्तु पर कोई आवेश होता है तो वह वस्तु *विद्युन्मय* अथवा *आवेशित* (आविष्ट) कही जाती है। जब उस पर कोई आवेश नहीं होता तब उसे *अनावेशित* कहते हैं।

आवेशों की उपस्थिति के संसूचन के लिए एक सरल उपकरण *स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी* है [चित्र 1.2 (a)]। इसमें एक बॉक्स में धातु की एक छड़ ऊर्ध्वाधरत: लगी होती है जिसके निचले सिरे पर सोने के वर्क की दो पट्टियाँ बँधी होती हैं। जब कोई आवेशित वस्तु छड़ के ऊपरी सिरे को छूती है तो छड़ में होता हुआ आवेश सोने के वर्कों पर आ जाता है और वे एक-दूसरे से दूर हट जाते हैं। आवेश जितना अधिक होता है, वर्कों के निचले सिरों के बीच उतनी ही अधिक दूरी हो जाती है।

आइए, अब यह समझें कि द्रव्य से बनी वस्तुएँ क्यों आवेश को अर्जित करती हैं।

सभी पदार्थ परमाणुओं और/अथवा अणुओं से बने हैं। यद्यपि वस्तुएँ सामान्यतः वैद्युत उदासीन होती हैं, उनमें आवेश तो होते हैं परंतु उनके ये आवेश ठीक-ठीक संतुलित होते हैं। अणुओं को सँभालने वाला रासायनिक बल, ठोसों में परमाणुओं को एकसाथ थामे रखने वाले बल, गोंद का आसंजक बल, पृष्ठ तनाव से संबद्ध बल—इन सभी बलों की मूल प्रकृति *वैद्युतीय* है, और ये आवेशित कणों के बीच लगने वाले विद्युत बलों से उत्पन्न होते हैं। इस प्रकार, वैद्युतचुंबकीय बल सर्वव्यापी है और यह हमारे जीवन से संबद्ध प्रत्येक क्षेत्र में सम्मिलित है। अतः यह आवश्यक है कि हम इस प्रकार के बल के विषय में अधिक जानकारी प्राप्त करें।



चित्र 1.2 विद्युतदर्शी (a) स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी (b) सरल विद्युतदर्शी की रूपरेखा।

किसी उदासीन वस्तु को आवेशित करने के लिए हमें उससे एक प्रकार के आवेश को जोड़ने अथवा हटाने की आवश्यकता होती है। जब हम यह कहते हैं कि कोई वस्तु आवेशित है तो हम सदैव ही इस आवेश के आधिक्य अथवा अभाव का उल्लेख करते हैं। ठोसों में कुछ इलेक्ट्रॉन परमाणु में कम कसकर आबद्ध होने के कारण, वे आवेश होते हैं जो एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित हो जाते हैं। इस प्रकार कोई वस्तु अपने कुछ इलेक्ट्रॉन खोकर धनावेशित हो सकती है। इसी प्रकार किसी वस्तु को इलेक्ट्रॉन देकर ऋणावेशित भी बनाया जा सकता है। जब हम काँच की छड़ को रेशम से रगड़ते हैं तो छड़ के कुछ इलेक्ट्रॉन रेशम के कपड़े में स्थानांतरित हो जाते हैं। इस प्रकार छड़ धनावेशित तथा रेशम ऋणावेशित हो जाता है। रगड़ने की प्रक्रिया में कोई नया आवेश उत्पन्न नहीं होता। साथ ही स्थानांतरित होने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या वस्तु में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों की संख्या की तुलना में एक बहुत छोटा अंश होती है।

1.3 चालक तथा विद्युतरोधी

कुछ पदार्थ तुरंत ही अपने में से होकर विद्युत को प्रवाहित होने देते हैं जबकि कुछ अन्य ऐसा नहीं करते। जो पदार्थ आसानी से अपने में से होकर विद्युत को प्रवाहित होने देते हैं उन्हें *चालक* कहते हैं। उनमें ऐसे वैद्युत आवेश (इलेक्ट्रॉन) होते हैं जो पदार्थ के भीतर गति के लिए अपेक्षाकृत स्वतंत्र होते हैं। धातुएँ, मानव तथा जंतु शरीर और पृथ्वी चालक हैं। काँच, पॉर्सेलेन, प्लास्टिक, नॉयलोन, लकड़ी जैसी अधिकांश अधातुएँ अपने से होकर प्रवाहित होने वाली विद्युत पर उच्च प्रतिरोध लगाती हैं। इन्हें *विद्युतरोधी* कहते हैं। अधिकांश पदार्थ ऊपर वर्णित इन दो वर्गों में से किसी एक में आते हैं।*

जब कुछ आवेश किसी चालक पर स्थानांतरित होता है तो वह तुरंत ही उस चालक के समस्त पृष्ठ पर फैल जाता है। इसके विपरीत यदि कुछ आवेश किसी विद्युतरोधी को दें तो वह वहीं पर रहता है। ऐसा क्यों होता है, यह आप अगले अध्याय में सीखेंगे।

* एक तीसरी श्रेणी जिसे *अर्धचालक* कहते हैं, आवेशों की गति में अवरोध उत्पन्न करती है। इस अवरोध का परिमाण चालकों तथा विद्युतरोधियों के मध्यवर्ती होता है।

© NCERT not to be republished

पदार्थों का यह गुण हमें बताता है कि सूखे बालों में कंघी करने अथवा रगड़ने पर नॉयलोन या प्लास्टिक की कंघी क्यों आवेशित हो जाती है, परंतु धातु की वस्तुएँ जैसे चम्मच आवेशित क्यों नहीं होती? धातुओं से आवेश का क्षरण हमारे शरीर से होकर धरती में हो जाता है, ऐसा होने का कारण यह है कि धातु तथा हमारा शरीर दोनों ही विद्युत के अच्छे चालक हैं। परंतु यदि धातु की छड़ पर लकड़ी अथवा प्लास्टिक का हैंडिल लगा है और उसके धातु के भाग को स्पर्श नहीं किया गया है, तो वह आवेशित होने का संकेत दे देती है।

1.4 वैद्युत आवेश के मूल गुण

हमने यह देखा है कि दो प्रकार के आवेश होते हैं– धनावेश तथा ऋणावेश तथा इनमें एक-दूसरे के प्रभाव को निरस्त करने की प्रवृत्ति होती है। अब, हम यहाँ वैद्युत आवेश के अन्य गुणों का वर्णन करेंगे।

यदि आवेशित वस्तुओं का साइज़ उनके बीच की दूरी की तुलना में बहुत कम होता है तो हम उन्हें बिंदु आवेश मानते हैं। यह मान लिया जाता है कि वस्तु का संपूर्ण आवेश आकाश में एक बिंदु पर संकेंद्रित है।

1.4.1 आवेशों की योज्यता

अब तक हमने आवेश की परिमाणात्मक परिभाषा नहीं दी है; इसे हम अगले अनुभाग में समझेंगे। अंतरिम रूप में हम यह मानेंगे कि ऐसा किया जा सकता है और फिर आगे बढ़ेंगे। यदि किसी निकाय में दो बिंदु आवेश q_1 तथा q_2 हैं तो निकाय का कुल आवेश q_1 तथा q_2 को बीजगणितीय रीति से जोड़ने पर प्राप्त होता है, अर्थात आवेशों को वास्तविक संख्याओं की भाँति जोड़ा जा सकता है अथवा आवेश द्रव्यमान की भाँति अदिश राशि है। यदि किसी निकाय में n आवेश $q_1, q_2, q_3 ... q_n$, हैं तो निकाय का कुल आवेश $q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n$ है। आवेश का द्रव्यमान की भाँति ही परिमाण होता है दिशा नहीं होती। तथापि आवेश तथा द्रव्यमान में एक अंतर है। किसी वस्तु का द्रव्यमान सदैव धनात्मक होता है जबकि कोई आवेश या तो धनात्मक हो सकता है अथवा ऋणात्मक। किसी निकाय के आवेश का योग करते समय उसके उपयुक्त चिह्न का उपयोग करना होता है। उदाहरणार्थ, किसी निकाय में किसी यादृच्छिक मात्रक में मापे गए पाँच आवेश +1, +2, –3, +4 तथा –5 हैं, तब उसी मात्रक में निकाय का कुल आवेश = (+1) + (+2) + (–3) + (+4) + (–5) = –1 है।

1.4.2 वैद्युत आवेश संरक्षित है

हम इस तथ्य की ओर पहले ही संकेत दे चुके हैं कि जब वस्तुएँ रगड़ने पर आवेशित होती हैं तो एक वस्तु से दूसरी वस्तु में इलेक्ट्रॉनों का स्थानांतरण होता है, कोई नया आवेश उत्पन्न नहीं होता है, और न ही आवेश नष्ट होता है। वैद्युत आवेशयुक्त कणों को दृष्टि में लाएँ तो हमें आवेश के संरक्षण की धारणा समझ में आएगी। जब हम दो वस्तुओं को परस्पर रगड़ते हैं तो एक वस्तु जितना आवेश प्राप्त करती है, दूसरी वस्तु उतना आवेश खोती है। बहुत सी आवेशित वस्तुओं के किसी वियुक्त निकाय के भीतर, वस्तुओं में अन्योन्य क्रिया के कारण, आवेश पुनः वितरित हो सकते हैं, परंतु यह पाया गया है कि *वियुक्त निकाय का कुल आवेश सदैव संरक्षित रहता है।* आवेश-संरक्षण को प्रायोगिक रूप से स्थापित किया जा चुका है।

यद्यपि किसी प्रक्रिया में आवेशवाही कण उत्पन्न अथवा नष्ट किए जा सकते हैं, परंतु किसी वियुक्त निकाय के नेट आवेश को उत्पन्न करना अथवा नष्ट करना संभव नहीं है। कभी-कभी प्रकृति आवेशित कण उत्पन्न करती है : कोई न्यूट्रॉन एक प्रोटॉन तथा एक इलेक्ट्रॉन में रूपांतरित हो जाता

है। इस प्रकार उत्पन्न प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन पर, परिमाण में समान एवं विजातीय (विपरीत) आवेश उत्पन्न होते हैं तथा इस रचना से पूर्व और रचना के पश्चात का कुल आवेश शून्य रहता है।

1.4.3 वैद्युत आवेश का क्वांटमीकरण

प्रायोगिक रूप से यह स्थापित किया गया है कि सभी मुक्त आवेश परिमाण में आवेश की मूल इकाई, जिसे e द्वारा दर्शाया जाता है, के पूर्णांकी गुणज हैं। इस प्रकार, किसी वस्तु के आवेश q को सदैव इस प्रकार दर्शाया जाता है –

$$q = ne$$

यहाँ n कोई धनात्मक अथवा ऋणात्मक पूर्णांक है। आवेश की यह मूल इकाई इलेक्ट्रॉन अथवा प्रोटॉन के आवेश का परिमाण है। परिपाटी के अनुसार, इलेक्ट्रॉन के आवेश को ऋणात्मक मानते हैं; इसीलिए किसी इलेक्ट्रॉन पर आवेश $-e$ तथा प्रोटॉन पर आवेश $+e$ द्वारा व्यक्त करते हैं।

वैद्युत आवेश सदैव e का पूर्णांक गुणज होता है। इस तथ्य को *आवेश का क्वांटमीकरण* कहते हैं। भौतिकी में ऐसी बहुत सी अवस्थितियाँ हैं जहाँ कुछ भौतिक राशियाँ क्वांटीकृत हैं। आवेश के क्वांटमीकरण का सुझाव सर्वप्रथम अंग्रेज़ प्रयोगकर्ता फैराडे द्वारा खोजे गए विद्युत अपघटन के प्रायोगिक नियमों से प्राप्त हुआ था। सन् 1912 में मिलिकन ने इसे वास्तव में प्रायोगिक रूप से निदर्शित किया था।

मात्रकों की अंतर्राष्ट्रीय प्रणाली (SI) में आवेश का मात्रक *कूलॉम* है, जिसका प्रतीक C है। एक कूलॉम को विद्युत धारा के मात्रक के पदों में परिभाषित किया जाता है जिसके विषय में आप अगले अध्याय में सीखेंगे। इस परिभाषा के अनुसार, एक कूलॉम वह आवेश है जो किसी तार में 1 A (ऐम्पियर) धारा 1 सेकंड तक प्रवाहित करता है [भौतिकी की पाठ्यपुस्तक कक्षा 11, भाग 1 का अध्याय 1 देखिए]। इस प्रणाली में, आवेश की मूल इकाई

$$e = 1.602192 \times 10^{-19}\ \text{C}$$

इस प्रकार, –1C आवेश में लगभग 6×10^{18} इलेक्ट्रॉन होते हैं। स्थिरवैद्युतिकी में इतने विशाल परिमाण के आवेशों से यदा-कदा ही सामना होता है और इसीलिए हम इसके छोटे मात्रकों 1 μC (माइक्रोकूलॉम) = 10^{-6} C अथवा 1 mC (मिलीकूलॉम) = 10^{-3} C का उपयोग करते हैं।

यदि केवल इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन ही विश्व में आवेश के मूल मात्रक हैं तो सभी प्रेक्षित आवेशों को e का पूर्णांक गुणज होना चाहिए। इस प्रकार यदि किसी वस्तु में n_1 इलेक्ट्रॉन तथा n_2 प्रोटॉन हैं तो उस वस्तु पर कुल आवेश $n_2 \times e + n_1 \times (-e) = (n_2 - n_1)\, e$ है। चूँकि n_1 तथा n_2 पूर्णांक हैं, इनका अंतर भी एक पूर्णांक है। अतः किसी वस्तु पर आवेश सदैव e का पूर्णांक गुणज होता है जिसे e के चरणों में ही घटाया अथवा बढ़ाया जा सकता है।

किंतु, मूल मात्रक e का साइज़ बहुत छोटा होता है और स्थूल स्तर पर हम कुछ μC के आवेशों को व्यवहार में लाते हैं, इस पैमाने पर यह तथ्य दृष्टिगोचर नहीं होता कि किसी वस्तु का आवेश e के मात्रकों में घट अथवा बढ़ सकता है। आवेश की कणिकीय प्रकृति लुप्त हो जाती है और यह सतत प्रतीत होता है।

इस स्थिति की तुलना बिंदु तथा रेखा की ज्यामितीय परिकल्पनाओं से की जा सकती है। दूर से देखने पर कोई बिंदुकित रेखा हमें सतत प्रतीत होती है परंतु वह वास्तव में सतत नहीं होती। जिस प्रकार एक-दूसरे के अत्यधिक निकट के बहुत से बिंदु हमें सतत रेखा का आभास देते हैं, उसी प्रकार एक साथ लेने पर बहुत से छोटे आवेशों का संकलन भी सतत आवेश वितरण जैसा दिखाई देता है।

© NCERT not to be republished

स्थूल स्तर पर हम ऐसे आवेशों से व्यवहार करते हैं जो इलेक्ट्रॉन e के आवेश की तुलना में परिमाण में अत्यधिक विशाल होते हैं। चूँकि $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, परिमाण में 1μC आवेश में एक इलेक्ट्रॉन के आवेश का लगभग 10^{13} गुना आवेश होता है। इस पैमाने पर, यह तथ्य कि किसी वस्तु में आवेश की कमी अथवा वृद्धि केवल e के मात्रकों में ही हो सकती है, इस कथन से सर्वथा भिन्न नहीं है कि आवेश सतत मान ग्रहण कर सकता है। इस प्रकार, स्थूल स्तर पर आवेश के क्वांटीकरण का कोई व्यावहारिक महत्त्व नहीं है तथा इसकी उपेक्षा की जा सकती है। सूक्ष्म स्तर पर जहाँ आवेश के परिमाण e के कुछ दशक अथवा कुछ शतक कोटि के होते हैं अर्थात जिनकी गणना की जा सकती है, वहाँ पर आवेश विविक्त प्रतीत होते हैं तथा आवेश के क्वांटमीकरण की उपेक्षा नहीं की जा सकती। अत: यह जानना बहुत महत्वपूर्ण है कि किस परिमाण के आवेश की बात हो रही है।

उदाहरण 1.1 यदि किसी पिंड से एक सेकंड में 10^9 इलेक्ट्रॉन किसी अन्य पिंड में स्थानांतरित होते हैं तो 1C आवेश के स्थानांतरण में कितना समय लगेगा?

हल 1 सेकंड में पिंड से 10^9 इलेक्ट्रॉन निकलते हैं, अत: पिंड द्वारा 1s में दिया जाने वाला आवेश $1.6 \times 10^{-19} \times 10^9$ C $= 1.6 \times 10^{-10}$ C
तब 1 C आवेश के संचित होने के समय का आकलन 1 C ÷ $(1.6 \times 10^{-10}$ C/s) $= 6.25 \times 10^9$ s $= 6.25 \times 10^9 \div (365 \times 24 \times 3600)$ वर्ष = 198 वर्ष। इस प्रकार जिस पिंड से 10^9 इलेक्ट्रॉन प्रति सेकंड की दर से उत्सर्जन हो रहा है, उससे 1 C आवेश संचित करने में लगभग 200 वर्ष लगेंगे। अत: बहुत से व्यावहारिक कार्यों की दृष्टि से एक कूलॉम आवेश का एक अति विशाल मात्रक है।
तथापि यह जानना भी अति महत्वपूर्ण है कि किसी पदार्थ के 1 घन सेंटीमीटर टुकड़े में लगभग कितने इलेक्ट्रॉन होते हैं। 1 cm भुजा के ताँबे के घन में लगभग 2.5×10^{24} इलेक्ट्रॉन होते हैं।

उदाहरण 1.1

उदाहरण 1.2 एक कप जल में कितने धन तथा ऋण आवेश होते हैं?

हल मान लीजिए कि एक कप जल का द्रव्यमान 250 g है। जल का अणु द्रव्यमान 18 g है। इस प्रकार एक मोल (= 6.02×10^{23} अणु) जल का द्रव्यमान 18 g है। अत: एक कप जल में अणुओं की संख्या = $(250/18) \times 6.02 \times 10^{23}$ ।
जल के प्रत्येक अणु में दो हाइड्रोजन परमाणु तथा एक ऑक्सीजन परमाणु होता है, अर्थात, 10 इलेक्ट्रॉन तथा 10 प्रोटॉन होते हैं। अत: कुल धन तथा कुल ऋण आवेश परिमाण में समान होते हैं। आवेश का यह परिमाण = $(250/18) \times 6.02 \times 10^{23} \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19}$ C = 1.34×10^7 C

उदाहरण 1.2

1.5 कूलॉम नियम

कूलॉम नियम दो बिंदु आवेशों के बीच लगे बल के विषय में एक मात्रात्मक प्रकथन है। जब आवेशित वस्तुओं के साइज़ उनको पृथक करने वाली दूरी की तुलना में बहुत कम होते हैं तो ऐसी आवेशित वस्तुओं के साइज़ों की उपेक्षा की जा सकती है और उन्हें *बिंदु आवेश* माना जा सकता है। कूलॉम ने दो बिंदु आवेशों के बीच लगे बल की माप की और यह पाया कि यह बल दोनों आवेशों के परिमाणों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती है तथा यह दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है। इस प्रकार यदि दो बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच निर्वात में पृथकन r है, तो इनके बीच लगे बल (**F**) का परिमाण है

$$F = k \frac{|q_1 \; q_2|}{r^2} \qquad (1.1)$$

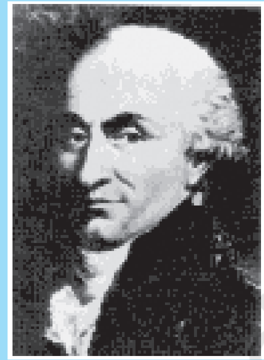
© NCERT not to be republished

अपने प्रयोगों से किस प्रकार कूलॉम इस नियम तक पहुँचे? कूलॉम ने धातु के दो आवेशित गोलों के बीच लगे बल की माप के लिए ऐंठन तुला* का उपयोग किया। जब दो गोलों के बीच पृथकन प्रत्येक गोले की त्रिज्या की तुलना में बहुत अधिक होता है तो प्रत्येक आवेशित गोले को बिंदु आवेश मान सकते हैं। तथापि आरंभ करते समय गोलों पर आवेश अज्ञात थे। तब वह किस प्रकार समीकरण (1.1) जैसे संबंध को खोज पाए? कूलॉम ने निम्नलिखित सरल उपाय सोचा–मान लीजिए धातु के गोले पर आवेश q है। यदि इस गोले को इसके सर्वसम किसी अन्य अनावेशित गोले के संपर्क में रख दें तो आवेश q दोनों गोलों पर फैल जाएगा। सममिति के अनुसार, प्रत्येक गोले पर $q/2$** आवेश होगा। इस प्रक्रिया को दोहराकर हम $q/2$, $q/4$ आदि आवेश प्राप्त कर सकते हैं। कूलॉम ने आवेशों के नियत युगल के लिए दूरियों में परिवर्तन करके विभिन्न दूरियों के लिए बल की माप की। तत्पश्चात उन्होंने प्रत्येक युगल के लिए दूरी नियत रखकर युगलों में आवेशों में परिवर्तन किया। विभिन्न दूरियों पर आवेशों के विभिन्न युगलों के लिए बलों की तुलना करके कूलॉम समीकरण (1.1) के संबंध पर पहुँच गए।

कूलॉम नियम जो कि एक सरल गणितीय कथन है, उस तक आरंभ में, ऊपर वर्णित प्रयोगों के आधार पर पहुँचा गया। यद्यपि इन मूल प्रयोगों ने इसे स्थूल स्तर पर स्थापित किया, अवपरमाणुक स्तर ($r \sim 10^{-10}$ m) तक भी इसे स्थापित किया जा चुका है।

कूलॉम ने अपने नियम की खोज बिना आवेशों के परिमाणों के सही संज्ञान के, की थी। वास्तव में, इसे विपरीत अनुप्रयोग के लिए उपयोग में लाया जा सकता है–कूलॉम के नियम का उपयोग अब हम आवेश के मात्रक को परिभाषित करने के लिए कर सकते हैं। समीकरण (1.1) के संबंध में अब तक k का मान यादृच्छिक है। हम k के लिए किसी भी धनात्मक मान का चयन कर सकते हैं। k का चयन आवेश के मात्रक का साइज़ निर्धारित करता है। SI मात्रकों में k का मान लगभग $9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ है। इस चयन के फलस्वरूप आवेश का जो मात्रक प्राप्त होता है उसे कूलॉम कहते हैं जिसकी परिभाषा हमने पहले अनुच्छेद 1.4 में दे दी है। समीकरण (1.1) में k का यह मान रखने पर हम यह पाते हैं कि $q_1 = q_2 = 1$ C तथा $r = 1$ m के लिए

$$F = 9 \times 10^9 \text{ N}$$



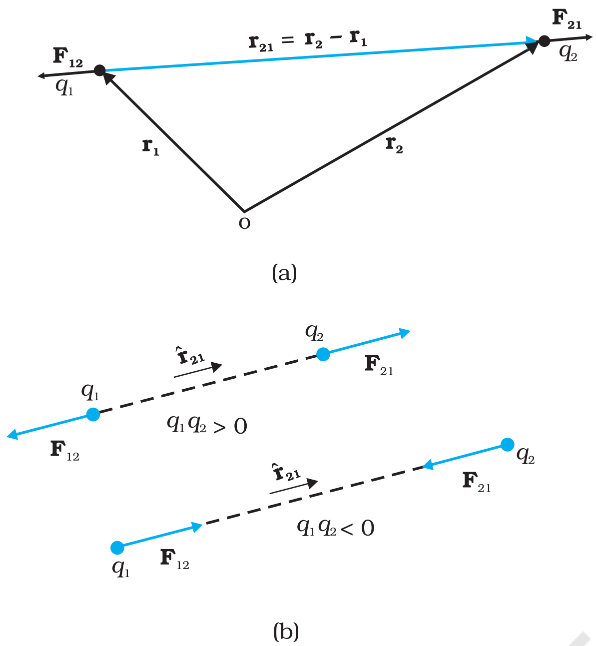
चार्ल्स ऑगस्टिन डे कूलॉम (1736 – 1806) फ्रांसीसी भौतिकविद कूलॉम ने वेस्टइंडीज में एक फौजी इंजीनियर के रूप में अपना कैरियर आरंभ किया। सन् 1776 में वे पेरिस लौट आए तथा एक छोटी सी संपत्ति बनाकर एकांत में अपना शोध कार्य करने लगे। बल के परिमाण को मापने के लिए इन्होंने एक ऐंठन तुला का आविष्कार किया और इसका उपयोग इन्होंने छोटे आवेशित गोलों के बीच लगने वाले आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बलों को ज्ञात करने में किया। इस प्रकार, सन् 1785 में ये व्युत्क्रम वर्ग नियम को खोज पाए जिसे आज कूलॉम का नियम कहते हैं। इस नियम का पूर्व अनुमान प्रिस्टले तथा कैवेंडिश ने लगा लिया था परंतु कैवेंडिश ने अपने परिणाम कभी प्रकाशित नहीं किए। कूलॉम ने सजातीय तथा विजातीय चुंबकीय ध्रुवों के बीच लगने वाले व्युत्क्रम वर्ग नियम का भी पता लगाया।

अर्थात 1 C वह आवेश है जो निर्वात में 1 m दूरी पर रखे इसी परिमाण के किसी अन्य सजातीय आवेश को 9×10^9 न्यूटन बल से प्रतिकर्षित करे। स्पष्ट रूप से, 1 C व्यावहारिक कार्यों के लिए आवेश का बहुत बड़ा मात्रक है। स्थिरवैद्युतिकी में, व्यवहार में इसके छोटे मात्रकों जैसे 1mC तथा 1 μC का उपयोग किया जाता है।

* ऐंठन तुला बल मापने की एक सुग्राही युक्ति है। इस तुला का उपयोग बाद में कैवेंडिश ने दो पिंडों के बीच लगे गुरुत्वाकर्षण बल की माप के लिए भी करके न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम को सत्यापित किया।

** इसमें आवेशों की योज्यशीलता तथा आवेशों के संरक्षण की अवधारणाएँ अंतर्निहित हैं। दो आवेशों (प्रत्येक $q/2$) के संयोजन से कुल आवेश q बनता है।

© NCERT not to be republished



चित्र 1.3 (a) ज्यामिति तथा (b) आवेशों के बीच आरोपित बल।

बाद की सुविधा के लिए समीकरण (1.1) के नियतांक k को प्राय: $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ लिखते हैं, जिससे कूलॉम नियम को इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \tag{1.2}$$

ε_0 को *मुक्त आकाश या निर्वात की विद्युतशीलता* अथवा *परावैद्युतांक* कहते हैं। SI मात्रकों में ε_0 का मान

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2\ N^{-1} m^{-2}}$$

बल एक सदिश है, अत: कूलॉम नियम को सदिश संकेतन में लिखा उत्तम होता है। मान लीजिए q_1 तथा q_2 आवेशों के स्थिति सदिश क्रमशः $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ हैं [चित्र 1.3(a) देखिए]। हम q_2 के द्वारा q_1 पर आरोपित बल को $\mathbf{F}_{12}$ तथा q_1 के द्वारा q_2 पर आरोपित बल को $\mathbf{F}_{21}$ द्वारा व्यक्त करते हैं। दो बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 को सुविधा के लिए 1 तथा 2 अंक द्वारा व्यक्त किया गया है। साथ ही 1 से 2 की ओर जाते सदिश को $\mathbf{r}_{21}$ द्वारा व्यक्त किया गया है–

$$\mathbf{r}_{21} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

इसी प्रकार 2 से 1 की ओर जाते सदिश को $\mathbf{r}_{12}$ द्वारा व्यक्त किया जाता है–

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}_{21}$$

सदिशों $\mathbf{r}_{21}$ तथा $\mathbf{r}_{12}$ के परिमाणों का संकेतन क्रमशः r_{21} एवं r_{12} द्वारा होता है ($r_{n21} = r_{n12}$)। किसी सदिश की दिशा का विशेष उल्लेख उस सदिश के अनुदिश एकांक सदिश द्वारा किया जाता है। बिंदु 1 से 2 की ओर (अथवा 2 से 1 की ओर) इंगित करने वाले एकांक सदिश की परिभाषा हम इस प्रकार करते हैं :

$$\hat{\mathbf{r}}_{21} = \frac{\mathbf{r}_{21}}{r_{21}}, \quad \hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}, \quad \hat{\mathbf{r}}_{21} = -\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

क्रमशः $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर अवस्थित बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच लगे कूलॉम बल नियम को तब इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1\ q_2}{r_{21}^2}\ \hat{\mathbf{r}}_{21} \tag{1.3}$$

समीकरण (1.3) के संबंध में कुछ टिप्पणियाँ प्रासंगिक हैं :

- समीकरण (1.3) q_1 तथा q_2 के किसी भी चिह्न, धनात्मक अथवा ऋणात्मक के लिए मान्य है। यदि q_1 तथा q_2 समान चिह्न के हैं (या तो दोनों ही धनात्मक अथवा दोनों ही ऋणात्मक हैं) तब $\mathbf{F}_{21}$, $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ के अनुदिश है, जो प्रतिकर्षण को प्रदर्शित करता है जैसा सजातीय आवेशों के लिए होना ही चाहिए। यदि q_1 तथा q_2 के विपरीत चिह्न हैं तब $\mathbf{F}_{21}$, $-\hat{\mathbf{r}}_{21}$ के अनुदिश है, जो आकर्षण को प्रदर्शित करता है तथा विजातीय आवेशों के लिए हम इसी की आशा करते हैं। इस प्रकार हमें सजातीय तथा विजातीय आवेशों के प्रकरणों के लिए पृथक-पृथक समीकरण लिखने की आवश्यकता नहीं है। समीकरण (1.3) दोनों ही प्रकरणों को सही-सही प्रकट कर देती है [चित्र 1.3(b) देखिए]।

© NCERT not to be republished

- q_2 के कारण q_1 पर आरोपित बल $\mathbf{F}_{12}$ को समीकरण (1.3) में 1 तथा 2 में सरल अंतर्परिवर्तन करके प्राप्त किया जा सकता है, अर्थात

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \; q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

इस प्रकार, कूलॉम नियम न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुरूप ही है।

- कूलॉम नियम (समीकरण 1.3) से निर्वात में स्थित दो आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच आरोपित बल प्राप्त होता है। यदि आवेश किसी द्रव्य में स्थित हैं अथवा दोनों आवेशों के बीच के रिक्त स्थान में कोई द्रव्य भरा है, तब इस द्रव्य के आवेशित अवयवों के कारण स्थिति जटिल बन जाती है। अगले अध्याय में हम द्रव्य में स्थिरवैद्युतिकी पर विचार करेंगे।

उदाहरण 1.3 दो वैद्युत आवेशों के बीच स्थिर वैद्युत बल के लिए कूलॉम नियम तथा दो स्थिर बिंदु द्रव्यमानों के बीच गुरुत्वाकर्षण बल के लिए न्यूटन का नियम दोनों में ही बल आवेशों/द्रव्यमानों के बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। (a) इन दोनों बलों के परिमाण ज्ञात करके इनकी प्रबलताओं की तुलना की जाए (i) एक इलेक्ट्रॉन तथा एक प्रोटॉन के लिए, (ii) दो प्रोटॉनों के लिए। (b) इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन में पारस्परिक आकर्षण के वैद्युत बल के कारण इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के त्वरण आकलित कीजिए जबकि इनके बीच की दूरी 1 Å (= 10^{-10} m) है। (m_p = 1.67 × 10^{-27} K, m_e = 9.11 × 10^{-31} kg)

हल

(a) (i) एक इलेक्ट्रॉन तथा एक प्रोटॉन के बीच वैद्युत बल जबकि इनके बीच की दूरी r है :

$$F_e = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

यहाँ पर ऋणात्मक चिह्न आकर्षण बल को इंगित करता है। इसके तदनुरूपी गुरुत्वाकर्षण बल (जो सदैव धनात्मक है) :

$$F_G = -G\frac{m_p \; m_e}{r^2}$$

यहाँ m_p तथा m_e क्रमशः प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान हैं।

$$\left|\frac{F_e}{F_G}\right| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 G m_p m_e} = 2.4\times10^{39}$$

(ii) इसी प्रकार r दूरी पर स्थित दो प्रोटॉनों के बीच वैद्युत बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल के परिमाणों का अनुपात–

$$\left|\frac{F_e}{F_G}\right| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 G m_p m_p} = 1.3\times10^{36}$$

तथापि यहाँ यह उल्लेख करना महत्वपूर्ण है कि यहाँ पर दो बलों के चिह्नों में अंतर है। दो प्रोटॉनों के लिए गुरुत्वाकर्षण बल आकर्षी है तथा कूलॉम बल प्रतिकर्षी है। नाभिक के भीतर इन बलों के वास्तविक मान (नाभिक के भीतर दो प्रोटॉनों के बीच की दूरी ~ 10^{-15} m है): F_e ~ 230 N है जबकि F_G ~ 1.9 × 10^{-34} N हैं।

इन दोनों बलों का (विमाहीन) अनुपात यह दर्शाता है कि गुरुत्वाकर्षण बल की तुलना में वैद्युत बल अत्यंत प्रबल होते हैं।

उदाहरण 1.3

भौतिकी

कूलॉम के नियम का प्रभावी सजीव चित्रण
http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/bu_semester2/menu_semester2.html

© NCERT not to be republished

उदाहरण 1.3

(b) एक प्रोटॉन द्वारा एक इलेक्ट्रॉन पर आरोपित वैद्युत बल **F** परिमाण में एक इलेक्ट्रॉन द्वारा एक प्रोटॉन पर आरोपित बल समान है; तथापि इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के द्रव्यमान भिन्न होते हैं। इस प्रकार बल का परिमाण है

$$|\mathbf{F}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = 8.987 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \times (1.6 \times 10^{-19}\text{C})^2 \;/\; (10^{-10}\text{m})^2$$

$$= 2.3 \times 10^{-8} \text{ N}$$

न्यूटन के गति के दूसरे नियम $F = ma$ के अनुसार इलेक्ट्रॉन में उत्पन्न त्वरण

$a = 2.3\times10^{-8}$ N / 9.11×10^{-31} kg $= 2.5 \times 10^{22}$ m/s^2

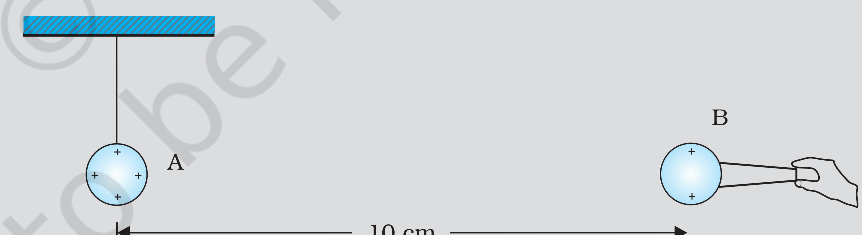
इसकी गुरुत्वीय त्वरण से तुलना करने पर हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि इलेक्ट्रॉन की गति पर गुरुत्वीय क्षेत्र का प्रभाव नगण्य है तथा किसी प्रोटॉन द्वारा इलेक्ट्रॉन पर आरोपित कूलॉम बल की क्रिया के अधीन इलेक्ट्रॉन में उत्पन्न त्वरण अत्यधिक है।

प्रोटॉन के लिए त्वरण का मान

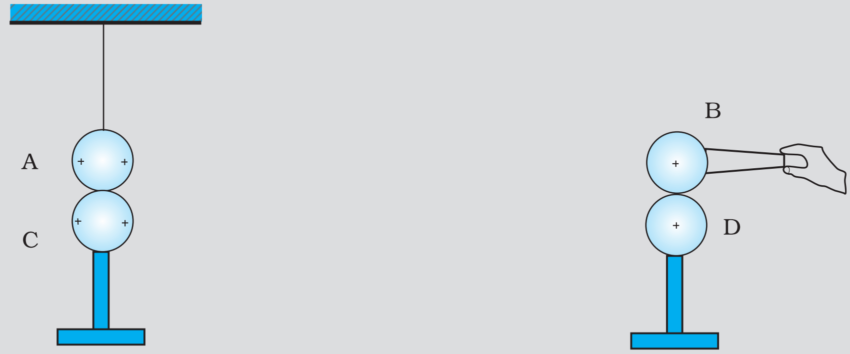
2.3×10^{-8} N / 1.67×10^{-27} kg $= 1.4 \times 10^{19}$ m/s^2 है।

उदाहरण 1.4

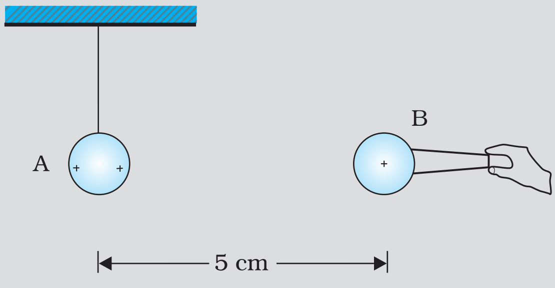
उदाहरण 1.4 धातु का आवेशित गोला A नाइलॉन के धागे से निलंबित है। विद्युतरोधी हत्थी द्वारा किसी अन्य धातु के आवेशित गोले B को A के इतने निकट लाया जाता है कि चित्र 1.4(a) में दर्शाए अनुसार इनके केंद्रों के बीच की दूरी 10 cm है। गोले A के परिणामी प्रतिकर्षण को नोट किया जाता है (उदाहरणार्थ– गोले पर चमकीला प्रकाश पुंज डालकर तथा अंशांकित पर्दे पर बनी इसकी छाया का विक्षेपण मापकर)। A तथा B गोलों को चित्र 1.4(b) में दर्शाए अनुसार, क्रमशः अनावेशित गोलों C तथा D से स्पर्श कराया जाता है। तत्पश्चात चित्र 1.4(c) में दर्शाए अनुसार C तथा D को हटाकर B को A के इतना निकट लाया जाता है कि इनके केंद्रों के बीच की दूरी 5.0 cm हो जाती है। कूलॉम नियम के अनुसार A का कितना अपेक्षित प्रतिकर्षण है? गोले A तथा C एवं गोले B तथा D के साइज़ सर्वसम हैं। A तथा B के केंद्रों के पृथकन की तुलना में इनके साइज़ों की उपेक्षा कीजिए।



(a)



(b)



चित्र 1.4

हल मान लीजिए गोले A पर मूल आवेश q तथा गोले B पर मूल आवेश q' है। दोनों गोलों के केंद्रों के बीच दूरी r पर, प्रत्येक पर लगे स्थिर वैद्युत बल का परिमाण

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}$$

यहाँ r की तुलना में गोलों A तथा B के साइज़ नगण्य हैं। जब कोई सर्वसम परंतु अनावेशित गोला C गोले A को स्पर्श करता है तो A तथा C पर आवेश का पुनर्वितरण होता है और सममिति द्वारा प्रत्येक गोले पर आवेश $(q/2)$ होता है। इसी प्रकार, B तथा D के स्पर्श के पश्चात इनमें प्रत्येक पर पुनर्वितरित आवेश $(q'/2)$ होता है। अब यदि A तथा B का पृथकन आधा रह जाए तो प्रत्येक पर स्थिरवैद्युत बल

$$F' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q/2)(q'/2)}{(r/2)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(qq')}{r^2} = F$$

इस प्रकार B के कारण A पर स्थिरवैद्युत बल अपरिवर्तित रहता है।

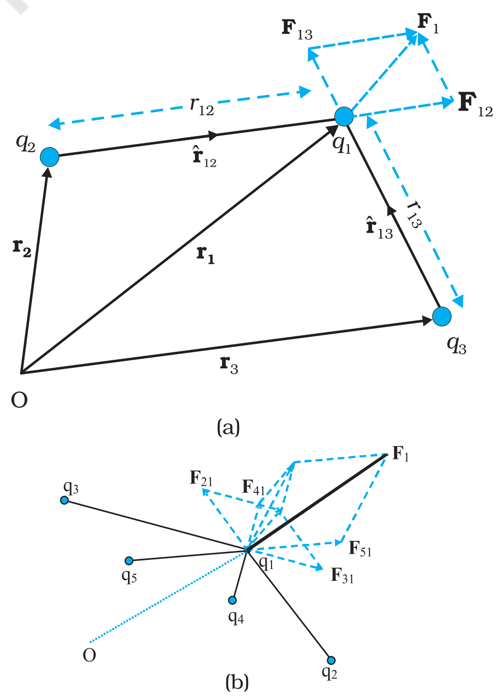
उदाहरण 1.4

1.6 बहुल आवेशों के बीच बल

दो आवेशों के बीच पारस्परिक वैद्युत बल कूलॉम नियम द्वारा प्राप्त होता है। उस स्थिति में किसी आवेश पर आरोपित बल का परिकलन कैसे करें, जहाँ उसके निकट एक आवेश न होकर उसे बहुत से आवेश चारों ओर से घेरे हों? निर्वात में स्थित n स्थिर आवेशों $q_1, q_2, q_3, ..., q_n$ के निकाय पर विचार कीजिए। q_1 पर $q_2, q_3, ..., q_n$ के कारण कितना बल लगता है? इसका उत्तर देने के लिए कूलॉम नियम पर्याप्त नहीं है। याद कीजिए, यांत्रिक मूल के बलों का संयोजन सदिशों के संयोजन के समांतर चतुर्भुज नियम द्वारा किया जाता है। क्या यही स्थिरवैद्युत मूल के बलों पर भी लागू होता है?

प्रयोगों द्वारा यह सत्यापित हो चुका है कि *किसी आवेश पर कई अन्य आवेशों के कारण बल उस आवेश पर लगे उन सभी बलों के सदिश योग के बराबर होता है जो इन आवेशों द्वारा इस आवेश पर एक-एक कर लगाया जाता है। किसी एक आवेश द्वारा लगाया गया विशिष्ट बल अन्य आवेशों की उपस्थिति के कारण प्रभावित नहीं होता। इसे अध्यारोपण का सिद्धांत कहते हैं।*

इस अवधारणा को भलीभाँति समझने के लिए तीन आवेशों q_1, q_2 तथा q_3 के निकाय, जिसे चित्र 1.5(a) में दर्शाया गया है, पर विचार कीजिए। किसी एक आवेश, जैसे q_1 पर अन्य दो आवेशों q_2 तथा q_3 के कारण बल को इनमें से प्रत्येक आवेश के कारण लगे बलों का सदिश संयोजन करके प्राप्त किया जा सकता है। इस प्रकार यदि q_2 के कारण q_1 पर बल को $\mathbf{F}_{12}$ द्वारा



चित्र 1.5 (a) तीन आवेशों (b) बहुल आवेशों के निकाय।

© NCERT not to be republished

निर्दिष्ट किया जाता है, तो $\mathbf{F}_{12}$ को समीकरण (1.3) द्वारा अन्य आवेशों की उपस्थिति होते हुए भी इस प्रकार व्यक्त किया जाता है :

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

इसी प्रकार q_3 के कारण q_1 पर लगा कूलॉम बल जिसे $\mathbf{F}_{13}$ द्वारा निर्दिष्ट करते हैं तथा जिसे लिख सकते हैं

$$\mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{\mathbf{r}}_{13}$$

यह भी q_3 के कारण q_1 पर लगा कूलॉम बल ही है, जबकि अन्य आवेश q_2 उपस्थित हैं।

इस प्रकार q_1 पर दो आवेशों q_2 तथा q_3 के कारण कुल बल $\mathbf{F}_1$ है

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{\mathbf{r}}_{13} \qquad (1.4)$$

चित्र 1.5(b) में दर्शाए अनुसार तीन से अधिक आवेशों के निकाय के लिए उपरोक्त परिकलन का व्यापकीकरण किया जा सकता है।

अध्यारोपण के सिद्धांत के अनुसार आवेशों $q_1, q_2, ..., q_n$ के किसी निकाय में आवेश q_1 पर q_2 द्वारा लगा बल कूलॉम नियम द्वारा लगे बल के समान होता है, अर्थात यह अन्य आवेशों $q_3, q_4, ..., q_n$ की उपस्थिति से प्रभावित नहीं होता। आवेश q_1 पर सभी आवेशों द्वारा लगा कुल बल $\mathbf{F}_1$ तब $\mathbf{F}_{12}, \mathbf{F}_{13}, ..., \mathbf{F}_{1n}$ का सदिश योग होगा। अतः

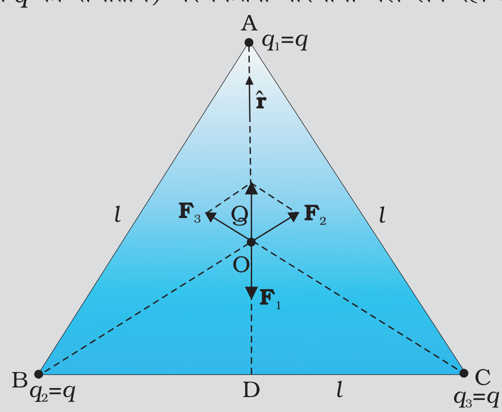
$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + ... + \mathbf{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{\mathbf{r}}_{13} + ... + \frac{q_1 q_n}{r_{1n}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1n}\right]$$

$$= \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=2}^{n}\frac{q_i}{r_{1i}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1i} \qquad (1.5)$$

सदिशों के संयोजन की सामान्य विधि, समांतर चतुर्भुज के नियम द्वारा सदिश योग प्राप्त किया जाता है। वास्तव में मूल रूप से समस्त स्थिरवैद्युतिकी कूलॉम नियम तथा अध्यारोपण के सिद्धांत का एक परिणाम है।

उदाहरण 1.5

उदाहरण 1.5 तीन आवेशों q_1, q_2, q_3 पर विचार कीजिए जिनमें प्रत्येक q के बराबर है तथा l भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित है। त्रिभुज के केंद्रक पर चित्र 1.6 में दर्शाए अनुसार स्थित आवेश Q (जो q का सजातीय) पर कितना परिणामी बल लग रहा है?



चित्र 1.6

हल दिए गए l भुजा के समबाहु त्रिभुज ABC में यदि हम भुजा BC पर AD लंब खींचें तो AD = AC cos 30º = $(\sqrt{3}/2)\,l$ तथा A से केंद्रक की दूरी AD = (2/3) AD = $(1/\sqrt{3})l$ सममिति से AO = BO = CO

इस प्रकार

A पर स्थित आवेश q के कारण Q पर बल, $\mathbf{F_1} = \dfrac{3}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{l^2}$ AO के अनुदिश

B पर स्थित आवेश q के कारण Q पर बल, $\mathbf{F_2} = \dfrac{3}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{l^2}$ BO के अनुदिश

C पर स्थित आवेश q के कारण Q पर बल, $\mathbf{F_3} = \dfrac{3}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{l^2}$ CO के अनुदिश

बलों $\mathbf{F_2}$ तथा $\mathbf{F_3}$ का परिणामी समांतर चतुर्भुज नियम द्वारा $\dfrac{3}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{l^2}$ OA के अनुदिश है।

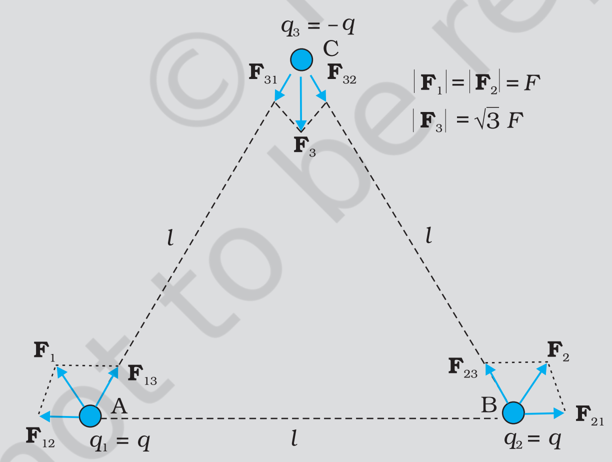
इसीलिए, Q पर कुल बल = $\dfrac{3}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{l^2}(\hat{\mathbf{r}}-\hat{\mathbf{r}}) = 0$ यहाँ $\hat{\mathbf{r}}$, OA के अनुदिश एकांक सदिश है।

सममिति द्वारा भी यह स्पष्ट है कि उन तीनों बलों का योग शून्य होगा।

मान लीजिए परिणामी बल शून्येतर था परंतु किसी दिशा में था। विचार कीजिए कि क्या हुआ होता यदि इस निकाय को O के गिर्द (परितः) 60º पर घूर्णन कराया जाता।

उदाहरण 1.5

उदाहरण 1.6 चित्र 1.7 में दर्शाए अनुसार किसी समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित आवेशों q, q, तथा $-q$ पर विचार कीजिए। प्रत्येक आवेश पर कितना बल लग रहा है?



चित्र 1.7

हल चित्र 1.7 में दर्शाए अनुसार, A पर स्थित आवेश q पर अन्य आवेशों जैसे B पर स्थित q के कारण बल $\mathbf{F}_{12}$ BA के अनुदिश तथा C पर स्थित $-q$ के कारण बल $\mathbf{F}_{13}$ AC के अनुदिश है। समांतर चतुर्भुज नियम द्वारा A पर स्थित q पर कुल बल $\mathbf{F}_1$ है

$\mathbf{F}_1 = F\,\hat{\mathbf{r}}_1$ यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_1$ BC के अनुदिश एकांक सदिश है।

आवेशों के प्रत्येक युगल के लिए आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बलों के परिमाण F समान हैं तथा

$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$$

उदाहरण 1.6

© NCERT not to be republished

उदाहरण 1.6

इस प्रकार B पर स्थित आवेश q पर कुल बल $\mathbf{F}_2 = F\,\hat{\mathbf{r}}_2$ यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_2$ AC के अनुदिश एकांक सदिश है।

इसी प्रकार, C पर स्थित आवेश $-q$ पर कुल बल $\mathbf{F}_3 = \sqrt{3}\ F\hat{\mathbf{n}}$ है। यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ एकांक सदिश है जिसकी दिशा $\angle$BCA को समद्विभाजित करने वाली रेखा के अनुदिश है।

यहाँ रोचक बात यह है कि तीनों आवेशों पर लगे बलों का योग शून्य है, अर्थात

$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0$

यह परिणाम चौंकाने वाला नहीं है। यह इस तथ्य का अनुसरण करता है कि कूलॉम नियम तथा न्यूटन के तृतीय नियम के बीच सामंजस्य है। इस कथन की निष्पत्ति आपके अभ्यास के लिए छोड़ी जा रही है।

1.7 विद्युत क्षेत्र

माना निर्वात में एक बिंदु आवेश Q मूल बिंदु O पर रखा है। यदि एक अन्य बिंदु आवेश q, बिंदु P पर रखा जाए, जहाँ **OP** = **r**, तो आवेश Q, q पर कूलॉम के नियमानुसार बल लगाएगा। हम यह प्रश्न पूछ सकते हैं : यदि आवेश q को हटा लें तो Q के परिवेश में क्या बचेगा? क्या कुछ भी नहीं बचेगा? यदि ऐसा है तो P पर आवेश q रखने पर इस पर बल कैसे लगता है? इस प्रकार के प्रश्नों का उत्तर देने के लिए प्रारंभिक वैज्ञानिकों ने क्षेत्र की अवधारणा प्रस्तुत की। इसके अनुसार हम कहते हैं कि आवेश Q अपने चारों ओर विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जब इसमें कोई अन्य आवेश q बिंदु P पर लाया जाता है तो क्षेत्र इस पर बल आरोपित करता है।

किसी बिंदु **r** पर आवेश Q द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.6)$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/\mathrm{r}$, मूल बिंदु से बिंदु **r** तक मात्रक सदिश है। इस प्रकार, समीकरण (1.6) स्थिति सदिश **r** के प्रत्येक मान के लिए विद्युत क्षेत्र का संगत मान बताती है। शब्द 'क्षेत्र' यह बताता है कि किस प्रकार कोई वितरित राशि (जो सदिश अथवा अदिश हो सकती है) स्थिति के साथ परिवर्तित होती है। आवेश के प्रभाव को विद्युत क्षेत्र के अस्तित्व में समाविष्ट किया गया है। आवेश Q द्वारा आवेश q पर आरोपित बल **F** को हम इस प्रकार प्राप्त करते हैं :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.7)$$

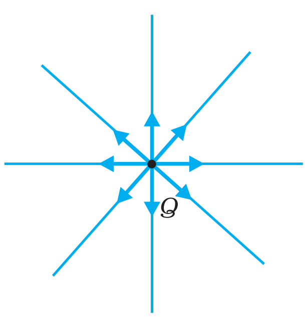
ध्यान दीजिए आवेश q भी आवेश Q पर परिमाण में समान परंतु दिशा में विपरीत बल आरोपित करता है। Q तथा q आवेशों के बीच स्थिरवैद्युत बल को हम आवेश q तथा Q के विद्युत क्षेत्र के बीच अन्योन्य क्रिया अथवा विलोमतः के रूप में समझ सकते हैं। यदि हम आवेश q की स्थिति को सदिश **r** द्वारा निर्दिष्ट करें, तो यह q की अवस्थिति पर एक बल **F** का अनुभव करता है जो आवेश q तथा विद्युत क्षेत्र **E** के गुणनफल के बराबर है। इस प्रकार

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\,\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (1.8)$$

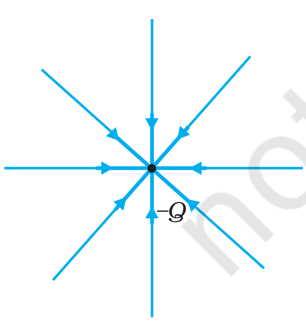
समीकरण (1.8) विद्युत क्षेत्र के SI मात्रक को N/C* के रूप में परिभाषित करती है।

यहाँ कुछ महत्वपूर्ण टिप्पणियाँ की जा सकती हैं:

(i) समीकरण (1.8) से यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि यदि q एकांक है तो आवेश Q के कारण विद्युत क्षेत्र का आंकिक मान इसके द्वारा आरोपित बल के बराबर होता है। इस प्रकार



(a)



(b)

चित्र 1.8 (a) आवेश Q के कारण विद्युत क्षेत्र, (b) आवेश $-Q$ के कारण विद्युत क्षेत्र।

* अगले अध्याय में विद्युत क्षेत्र के लिए एक अन्य वैकल्पिक मात्रक V/m पर विचार किया जाएगा।

© NCERT not to be republished

दिक्स्थान में किसी बिंदु पर आवेश Q के कारण विद्युत क्षेत्र को उस बल के रूप में पारिभाषित किया जा सकता है जिसे कोई एकांक धनावेश उस बिंदु पर रखे जाने पर अनुभव करता है। वह आवेश Q जो विद्युत क्षेत्र उत्पन्न कर रहा है *स्रोत आवेश* कहलाता है तथा आवेश q जो स्रोत आवेश के प्रभाव का परीक्षण करता है, को *परीक्षण आवेश* कहते हैं। ध्यान दीजिए स्रोत आवेश को अपनी मूल अवस्थिति पर ही रहना चाहिए। तथापि, यदि किसी आवेश q को Q के चारों ओर कहीं लाया जाता है, तो Q स्वयं भी आवेश q के कारण वैद्युत बल का अनुभव करने के लिए बाध्य है और उसमें गति करने की प्रवृत्ति होगी। इससे मुक्ति का केवल एक ही उपाय है कि हम q को उपेक्षणीय छोटा बनाएँ, तब बल $\mathbf{F}$ उपेक्षणीय छोटा होता है परंतु अनुपात $\mathbf{F}/q$ एक परिमित राशि होती है तथा विद्युत क्षेत्र को पारिभाषित करती है :

$$\mathbf{E} = \lim_{q \to 0} \left(\frac{\mathbf{F}}{q} \right) \quad (1.9)$$

इस समस्या (आवेश Q को आवेश q की उपस्थिति के कारण विक्षुब्ध न होने देना) से मुक्ति का एक व्यावहारिक उपाय यह है कि आवेश Q को किन्हीं अनिर्दिष्ट बलों द्वारा अपनी अवस्थिति पर बाँधे रखा जाए। यह विलक्षण प्रतीत हो सकता है, परंतु व्यवहार में ऐसा ही होता है। जब हम आवेशित की समतल चादर के कारण परीक्षण आवेश q पर लगे वैद्युत बल पर विचार करते हैं (अनुच्छेद 1.14), तब चादर पर आवेश, चादर के भीतर अनिर्दिष्ट आवेशित अवयवों द्वारा लगे बलों के कारण अपनी अवस्थितियों पर ही बँधे रहते हैं।

(ii) ध्यान दीजिए, आवेश Q के कारण विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ की परिभाषा यद्यपि प्रभावी रूप से परीक्षण आवेश q के पदों में की जाती है, तथापि यह q पर निर्भर नहीं करती है। इसका कारण यह है कि बल $\mathbf{F}$ आवेश q के अनुक्रमानुपाती है, इसलिए अनुपात $\mathbf{F}/q$ आवेश q पर निर्भर नहीं करता है। Q के कारण q पर बल आवेश q की किसी विशेष अवस्थिति से आवेश Q के चारों ओर के दिक्स्थान में कहीं भी हो सकती है। इस प्रकार Q के कारण विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ दिक्स्थान निर्देशांक $\mathbf{r}$ पर भी निर्भर करता है। सारे दिक्स्थान में आवेश की विभिन्न स्थितियों के लिए हमें विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ के भिन्न मान प्राप्त होते हैं। विद्युत क्षेत्र का अस्तित्व त्रिविमीय दिक्स्थान के प्रत्येक बिंदु पर होता है।

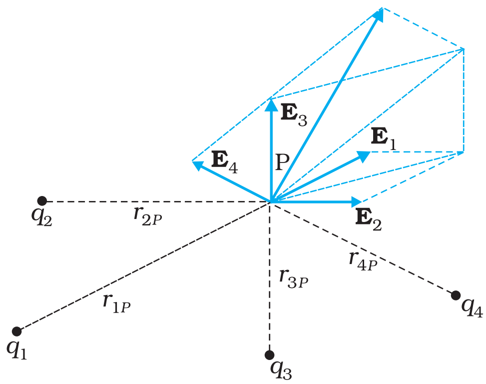
(iii) धनावेश के कारण विद्युत क्षेत्र आवेश से बाहर की ओर उन्मुख त्रिज्यीय होता है। इसके विपरीत, यदि स्रोत आवेश ऋणात्मक है तो विद्युत क्षेत्र सदिश, हर बिंदु पर त्रिज्यीय, किंतु अंदर की ओर उन्मुख होता है।

(iv) चूँकि आवेश Q के कारण आवेश q पर लगे बल $\mathbf{F}$ का परिमाण केवल आवेश Q से आवेश q के बीच की दूरी r पर निर्भर करता है, विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ का परिमाण भी केवल दूरी r पर निर्भर करता है। इस प्रकार, आवेश Q से समान दूरियों पर इसके कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ का परिमाण समान होता है। इस प्रकार किसी गोले के केंद्र पर स्थित बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ का परिमाण उसके पृष्ठ के हर बिंदु पर समान होता है; दूसरे शब्दों में, वह क्षेत्र गोलीय रूप से सममित होता है।

1.7.1 आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र

आइए, $q_1, q_2, ..., q_n$ आवेशों के एक निकाय पर विचार करते हैं जिनके किसी मूल बिंदु O के सापेक्ष स्थिति सदिश क्रमशः $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n$ हैं। किसी एकल आवेश के कारण दिक्स्थान के किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की ही भाँति आवेशों के निकाय के कारण दिक्स्थान के किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र को उस बिंदु पर रखे किसी एकांक धनावेश द्वारा अनुभव किए जाने वाले बल द्वारा परिभाषित किया जाता है। यहाँ यह माना जाता है कि एकांक आवेश के कारण $q_1, q_2, ..., q_n$ आवेशों की मूल स्थितियाँ विक्षुब्ध नहीं होतीं। बिंदु P, जिसे स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ द्वारा निर्दिष्ट किया जाता

© NCERT not to be republished



चित्र 1.9 आवेशों के निकाय के कारण किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र पृथक-पृथक आवेशों के कारण उस बिंदु पर वैद्युत क्षेत्रों के सदिश योग के बराबर होता है।

है, पर विद्युत क्षेत्र को निर्धारित करने के लिए हम कूलॉम नियम तथा अध्यारोपण के सिद्धांत का उपयोग करते हैं।

$\mathbf{r}_1$ पर स्थित आवेश q_1 के कारण अवस्थिति $\mathbf{r}$ पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}_1$ इस प्रकार व्यक्त किया जाता है।

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}}\hat{\mathbf{r}}_{1P}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_{1P}$ आवेश q_1 से P की दिशा में एकांक सदिश है तथा r_{1P} आवेश q_1 तथा P के बीच की दूरी है। इसी प्रकार $\mathbf{r}_2$ पर स्थित आवेश q_2 के कारण अवस्थिति $\mathbf{r}$ पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}_2$ को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$\mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}}\hat{\mathbf{r}}_{2P}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_{2P}$ आवेश q_2 से P की दिशा में एकांक सदिश है तथा r_{2P} आवेश q_2 तथा P के बीच की दूरी है। इसी प्रकार के व्यंजक $q_3, q_4, ..., q_n$ आवेशों के विद्युत क्षेत्रों $\mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4, ..., \mathbf{E}_n$ लिखे जा सकते हैं। अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा आवेशों के निकाय के कारण $\mathbf{r}$ पर विद्युत क्षेत्र (चित्र 1.9 में दर्शाए अनुसार) इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है–

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) + ... + \mathbf{E}_n(\mathbf{r})$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1P} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{2P} + ... + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_n}{r_{nP}^2}\hat{\mathbf{r}}_{nP}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{iP}^2}\hat{\mathbf{r}}_{iP} \qquad (1.10)$$

$\mathbf{E}$ एक सदिश राशि है जिसका मान दिक्स्थान में एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर जाने पर परिवर्तित हो जाता है तथा यह स्रोत आवेशों की स्थितियों से निर्धारित होता है।

1.7.2 विद्युत क्षेत्र का भौतिक अभिप्राय

आपको आश्चर्य हो सकता है कि हमें यहाँ विद्युत क्षेत्र की धारणा से परिचित क्यों कराया जा रहा है। वैसे भी, आवेशों के किसी भी निकाय के लिए मापने योग्य राशि किसी आवेश पर लगा बल है जिसे सीधे ही कूलॉम नियम तथा अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा (समीकरण 1.5) निर्धारित किया जा सकता है। फिर विद्युत क्षेत्र नामक इस मध्यवर्ती राशि को प्रस्तावित क्यों किया जा रहा है?

स्थिरवैद्युतिकी के लिए विद्युत क्षेत्र की अभिधारणा सुगम तो है पर वास्तव में आवश्यक नहीं है। विद्युत क्षेत्र आवेशों के किसी निकाय के वैद्युत पर्यावरण को अभिलक्षित करने का सुरुचि संपन्न उपाय है। आवेशों के निकाय के चारों ओर के दिक्स्थान में किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र आपको यह बताता है कि निकाय को विक्षुब्ध किए बिना यदि इस बिंदु पर कोई एकांक धनात्मक परीक्षण आवेश रखे तो वह कितना बल अनुभव करेगा। विद्युत क्षेत्र आवेशों के निकाय का एक अभिलक्षण है तथा विद्युत क्षेत्र के निर्धारण के लिए आपके द्वारा उस बिंदु पर रखे जाने वाले परीक्षण आवेश पर निर्भर नहीं करता। भौतिकी में *क्षेत्र* शब्द का उपयोग व्यापक रूप से उस राशि को निर्दिष्ट करने के लिए किया जाता है, जो दिक्स्थान के प्रत्येक बिंदु पर पारिभाषित की जा सके तथा एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर परिवर्तित होती हो। चूँकि बल सदिश राशि है, अतः विद्युत क्षेत्र एक सदिश राशि है।

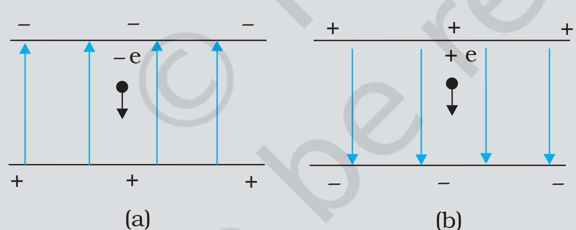
तथापि विद्युत क्षेत्र की अभिधारणा की वास्तविक भौतिक सार्थकता तभी प्रकट होती है जब हम स्थिरवैद्युतिकी से बाहर निकलकर कालाश्रित वैद्युतचुंबकीय परिघटनाओं से व्यवहार करते हैं।

2024-25

© NCERT not to be republished

मान लीजिए हम त्वरित गति से गतिमान दो दूरस्थ आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच लगे बल पर विचार करते हैं। अब, वह अधिकतम चाल जिससे कोई संकेत अथवा सूचना एक स्थान से दूसरे स्थान तक जा सकती है, वह प्रकाश की चाल c है। इस प्रकार, q_2 पर q_1 की किसी गति का प्रभाव तात्क्षणिक उत्पन्न नहीं हो सकता। कारण (q_1 की गति) तथा प्रभाव (q_2 पर बल) के बीच कुछ न कुछ काल विलंब अवश्य होता है। यहीं पर सार्थक रूप में विद्युत क्षेत्र (सही अर्थों में वैद्युतचुंबकीय क्षेत्र) की अवधारणा स्वाभाविक एवं अति उपयोगी है। क्षेत्र का चित्रण इस प्रकार है: *आवेश q_1 की त्वरित गति वैद्युतचुंबकीय तरंगें उत्पन्न करती है जो फिर प्रकाश की चाल से फैलकर q_2 तक पहुँचती है तथा q_2 पर बल लगाती है।* क्षेत्र की अवधारणा काल विलंब का सुचारु रूप से स्पष्टीकरण करती है। इस प्रकार, यद्यपि वैद्युत तथा चुंबकीय बलों की संसूचना केवल आवेशों पर इनके प्रभावों (बलों) द्वारा ही की जा सकती है, उन्हें भौतिक सत्व माना जाता है, ये मात्र गणितीय रचनाएँ ही नहीं हैं। इनकी अपनी *स्वतंत्र गतिकी* है, अर्थात ये अपने नियमों के अनुसार विकसित होते हैं। ये ऊर्जा का परिवहन भी कर सकते हैं। इस प्रकार, कालाश्रित वैद्युतचुंबकीय क्षेत्रों का कोई स्रोत जिसे अल्प समय अंतराल के लिए खोलकर फिर बंद किया जा सकता है, ऊर्जा परिवहन करने वाले वैद्युतचुंबकीय क्षेत्रों को पीछे छोड़ देता है। क्षेत्र की अवधारणा सर्वप्रथम फैराडे ने प्रस्तावित की थी जो भौतिकी की प्रमुख अवधारणाओं में स्थान रखती है।

उदाहरण 1.7 कोई इलेक्ट्रॉन 2.0×10^4 N C^{-1} परिमाण के एकसमान विद्युत क्षेत्र में 1.5 cm दूरी तक गिरता है [चित्र 1.10(a)]। क्षेत्र का परिमाण समान रखते हुए इसकी दिशा उत्क्रमित कर दी जाती है तथा अब कोई प्रोटॉन इस क्षेत्र में उतनी ही दूरी तक गिरता है [चित्र 1.10(b)]। दोनों प्रकरणों में गिरने में लगे समय की गणना कीजिए। इस परिस्थिति की 'गुरुत्व के अधीन मुक्त पतन' से तुलना कीजिए।



चित्र 1.10

हल चित्र 1.10(a) में क्षेत्र उपरिमुखी है, अतः ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन eE परिमाण का अधोमुखी बल अनुभव करता है, यहाँ E विद्युत क्षेत्र का परिमाण है। अतः इलेक्ट्रॉन का त्वरण

$$a_e = eE/m_e$$

यहाँ m_e इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान है।

विरामावस्था से आरंभ करके, इलेक्ट्रॉन के मुक्त रूप से h दूरी तक गिरने में लगा

$$\text{समय}\ t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2h\,m_e}{eE}}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C},\ m_e = 9.11 \times 10^{-31}\text{ kg},$$

$$E = 2.0 \times 10^4\text{ N C}^{-1},\ h = 1.5 \times 10^{-2}\text{ m},$$

$$t_e = 2.9 \times 10^{-9}\text{s}$$

चित्र 1.10 (b) में क्षेत्र अधोमुखी है, अतः धनावेशित प्रोटॉन eE परिमाण का अधोमुखी बल अनुभव करता है। अतः प्रोटॉन का त्वरण

उदाहरण 1.7

उदाहरण 1.7

$a_p = eE/m_p$

यहाँ m_p प्रोटॉन का द्रव्यमान है; $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg । अत: प्रोटॉन द्वारा गिरने में लिया गया समय $t_p = \sqrt{\frac{2h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2hm_p}{eE}} = 1.3 \times 10^{-7}$ s

इस प्रकार, समान दूरी गिरने में भारी कण (प्रोटॉन) अधिक समय लेता है। 'गुरुत्व के अधीन मुक्त पतन' और इस पतन में यही मूल विषमता है क्योंकि गुरुत्व के अधीन पतन में समय वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता। ध्यान दीजिए यहाँ हमने पतन का समय परिकलित करते समय गुरुत्वीय त्वरण की उपेक्षा की है। यह देखने के लिए कि क्या यह न्यायसंगत है, आइए दिए गए विद्युत क्षेत्र में प्रोटॉन का त्वरण परिकलित करते हैं :

$$a_p = \frac{eE}{m_p}$$

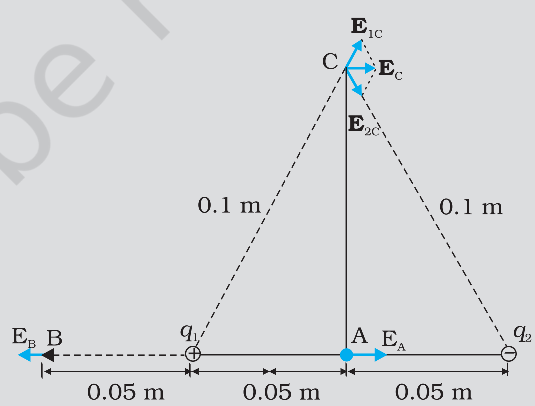
$$= \frac{(1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}) \times (2.0 \times 10^4\ \text{N C}^{-1})}{1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg}}$$

$$= 1.9 \times 10^{12}\ \text{m s}^{-2}$$

यह त्वरण गुरुत्वीय त्वरण ($9.8\ \text{m s}^{-2}$) की तुलना में अत्यंत विशाल है। इलेक्ट्रॉन का त्वरण तो इस त्वरण से भी अधिक है। इस प्रकार, इस उदाहरण में गुरुत्वीय त्वरण के प्रभाव की उपेक्षा की जा सकती है।

उदाहरण 1.8

उदाहरण 1.8 दो बिंदु आवेश q_1 तथा q_2 जिनके परिमाण क्रमश: $+10^{-8}$ C तथा -10^{-8} C हैं एक दूसरे से 0.1 m दूरी पर रखे हैं। चित्र 1.11 में दर्शाए बिंदुओं A, B तथा C पर विद्युत क्षेत्र परिकलित कीजिए।



चित्र 1.11

हल धनावेश q_1 के कारण A पर विद्युत क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_{1A}$ दाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण

$$E_{1A} = \frac{(9 \times 10^9\ \text{Nm}^2\text{C}^{-2}) \times (10^{-8}\ \text{C})}{(0.05\ \text{m})^2} = 3.6 \times 10^4\ \text{N C}^{-1}$$

ऋणावेश q_2 के कारण A पर विद्युत क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_{2A}$ भी दाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण E_A के समान है। अत: A पर कुल विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}_A$ का परिमाण

$E_A = E_{1A} + E_{2A} = 7.2 \times 10^4\ \text{N C}^{-1}$ (यह दाईं ओर निर्दिष्ट है)

धनावेश q_1 के कारण B पर विद्युत क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_{1B}$ बाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण

$$E_{1B} = \frac{(9\times10^9\,\text{Nm}^2\text{C}^{-2})\times(10^{-8}\,\text{C})}{(0.05\,\text{m})^2} = 3.6 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

ऋणावेश q_2 के कारण B पर विद्युत क्षेत्र सदिश $\mathbf{E}_{2B}$ दाईं ओर निर्दिष्ट है तथा इसका परिमाण

$$E_{2B} = \frac{(9\times10^9\,\text{Nm}^2\text{C}^{-2})\times(10^{-8}\,\text{C})}{(0.15\,\text{m})^2} = 4 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$$

B पर कुल विद्युत क्षेत्र का परिमाण

$E_B = E_{1B} - E_{2B} = 3.2 \times 10^4$ N C^{-1} (यह बाईं ओर निर्दिष्ट है)

q_1 तथा q_2 में प्रत्येक के कारण बिंदु C पर विद्युत क्षेत्र सदिश का परिमाण समान है, अत:

$$E_{1C} = E_{2C} = \frac{(9\times10^9\,\text{Nm}^2\text{C}^{-2})\times(10^{-8}\,\text{C})}{(0.10\,\text{m})^2} = 9 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$$

इन दोनों सदिशों की दिशाएँ चित्र 1.11 में दर्शायी गई हैं। इन दो सदिशों के परिणामी सदिश का परिमाण

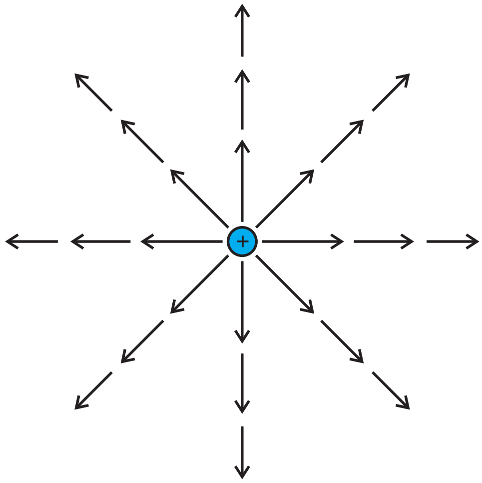
$$E_C = E_{1C}\cos\frac{\pi}{3} + E_{2C}\cos\frac{\pi}{3} = 9 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$$

E_c दाईं ओर निर्दिष्ट है।

उदाहरण 1.8

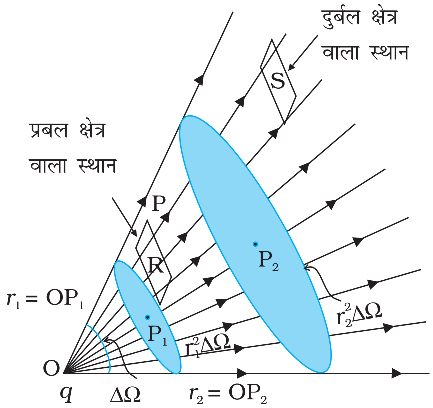
1.8 विद्युत क्षेत्र रेखाएँ

पिछले अनुभाग में हमने विद्युत क्षेत्र का अध्ययन किया। यह एक सदिश राशि है तथा इसे हम सदिशों की भाँति ही निरूपित कर सकते हैं। आइए किसी बिंदु आवेश के कारण **E** को चित्रात्मक निरूपित करने का प्रयास करते हैं। मान लीजिए बिंदु आवेश मूल बिंदु पर स्थित है। प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा के अनुदिश संकेत करते हुए क्षेत्र की तीव्रता की आनुपातिक लंबाई के सदिश खींचिए। चूँकि किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण आवेश से उस बिंदु की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुसार घटता है, मूल बिंदु से दूर जाने पर सदिश की लंबाई निरंतर घटती जाती है तथा इसकी दिशा सदैव बहिर्मुखी अरीय संकेत करती है। चित्र 1.12 इसी चित्रण को दर्शाता है। इस चित्रण में प्रत्येक तीर विद्युत क्षेत्र अर्थात उस तीर के पुच्छ पर स्थित इकाई धन आवेश पर लगने वाला बल दर्शाता है। एक दिशा में संकेत करने वाले तीरों को मिलाने पर प्राप्त परिणामी चित्र क्षेत्र रेखा को निरूपित करता है। इस प्रकार हमें बहुत सी क्षेत्र रेखाएँ प्राप्त होती हैं जिनमें सभी बिंदु आवेश से बाहर की ओर संकेत करती हैं। क्या अब हमने विद्युत क्षेत्र की तीव्रता अथवा परिमाण के विषय में जानकारी नष्ट कर दी है, क्योंकि वह तो तीर की लंबाई में समाई हुई थी? नहीं। अब, क्षेत्र के परिमाण को क्षेत्र रेखाओं के घनत्व द्वारा निरूपित किया जाता है। आवेश के निकट **E** प्रबल होता है। अत: आवेश के निकट क्षेत्र रेखाओं का घनत्व अधिक होता है तथा क्षेत्र रेखाएँ सघन होती हैं। आवेश से दूर जाने पर क्षेत्र दुर्बल होता जाता है तथा क्षेत्र रेखाओं का घनत्व कम होता है परिणामस्वरूप रेखाएँ भी दूर-दूर होती हैं।



चित्र 1.12 बिंदु आवेश का क्षेत्र।

कोई व्यक्ति अधिक रेखाएँ खींच सकता है। परंतु रेखाओं की संख्या महत्वपूर्ण नहीं है। वास्तव में किसी क्षेत्र में असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती हैं। अत: महत्वपूर्ण यह है कि विभिन्न क्षेत्रों में रेखाओं का आपेक्षिक घनत्व क्या है?



चित्र 1.13 विद्युत क्षेत्र प्रबलता की दूरी पर निर्भरता तथा इसका क्षेत्र रेखाओं की संख्या से संबंध।

हम कागज़ के पृष्ठ पर चित्र खींचते हैं अर्थात हम द्विविमीय चित्र खींचते हैं, परंतु हम तीन विमाओं में रहते हैं। अत: यदि हमें क्षेत्र रेखाओं के घनत्व का आकलन करना है तो हमें इन रेखाओं के लंबवत अनुप्रस्थ काट के प्रति एकांक क्षेत्रफल में क्षेत्र रेखाओं की संख्या पर विचार करना होता है। चूँकि किसी बिंदु आवेश से दूरी के वर्ग के अनुसार विद्युत क्षेत्र कम होता जाता है तथा आवेश को परिबद्ध करने वाला क्षेत्र दूरी के वर्ग के अनुसार बढ़ता जाता है, परिबद्ध क्षेत्र से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या सदैव नियत रहती है, चाहे आवेश से उस क्षेत्र की दूरी कुछ भी हो।

हमने आरंभ में यह कहा था कि क्षेत्र रेखाएँ दिक्स्थान के विभिन्न बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र की दिशा के विषय में सूचनाएँ पहुँचाती हैं। कुछ क्षेत्र रेखाओं का समुच्चय खींचने पर विभिन्न बिंदुओं पर क्षेत्र रेखाओं का आपेक्षिक संख्या घनत्व (अर्थात अत्यधिक निकटता) उन बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र की आपेक्षिक प्रबलता इंगित करता है। जहाँ क्षेत्र रेखाएँ सघन होती हैं वहाँ क्षेत्र प्रबल होता है तथा जहाँ दूर-दूर होती हैं वहाँ दुर्बल होता है। चित्र 1.13 में क्षेत्र रेखाओं का समुच्चय दर्शाया गया है। हम बिंदुओं R तथा S पर वहाँ की क्षेत्र रेखाओं के अभिलंबवत दो समान तथा छोटे क्षेत्र अवयवों की कल्पना कर सकते हैं। हमारे चित्रण में इन क्षेत्र अवयवों को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या इन बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्रों के परिमाणों के अनुक्रमानुपाती है। चित्रण यह दर्शाता है कि बिंदु R पर क्षेत्र, बिंदु S पर क्षेत्र की तुलना में अधिक प्रबल है।

क्षेत्रफल पर अथवा क्षेत्र अवयव द्वारा अंतरित घन कोण* पर, क्षेत्र रेखाओं की निर्भरता को समझने के लिए आइए हम क्षेत्रफल और घन कोण (जो कोण का तीन विमाओं में व्यापकीकरण है) के बीच संबंध स्थापित करने का प्रयास करते हैं। याद कीजिए दो विमाओं में किसी (समतल) कोण की परिभाषा किस प्रकार की जाती है। मान लीजिए कोई छोटा अनुप्रस्थ रेखा अवयव Δl बिंदु O से r दूरी पर रखा जाता है। तब O पर Δl द्वारा अंतरित कोण का सन्निकटन $\Delta\theta = \Delta l/r$ के रूप में किया जा सकता है। इसी प्रकार, तीन विमाओं में किसी छोटे लंबवत क्षेत्र ΔS द्वारा दूरी r पर अंतरित घन कोण* को $\Delta\Omega = \Delta S/r^2$ व्यक्त किया जा सकता है। हम जानते हैं कि किसी दिए गए घन कोण में अरीय क्षेत्र रेखाओं की संख्या समान होती है। चित्र 1.13 में आवेश से r_1 तथा r_2 दूरियों पर स्थित दो बिंदुओं P_1 तथा P_2 के लिए घन कोण $\Delta\Omega$ द्वारा P_1 पर अंतरित क्षेत्र अवयव $r_1^2\,\Delta\Omega$ तथा P_2 पर अंतरित क्षेत्र अवयव $r_2^2\,\Delta\Omega$ है। इन क्षेत्र अवयवों को काटने वाली रेखाओं की संख्या (मान लीजिए n) समान है। अत: एकांक क्षेत्र अवयव को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या P_1 पर $n/(r_1^2\,\Delta\Omega)$ तथा P_2 पर $n/(r_2^2\,\Delta\Omega)$ है। इस प्रकार स्पष्ट है कि क्षेत्र रेखाओं की संख्या और इसीलिए क्षेत्र-प्रबलता स्पष्ट रूप से $1/r^2$ पर निर्भर है।

क्षेत्र रेखाओं के चित्रण की खोज फैराडे ने आवेशित विन्यासों के चारों ओर विद्युत क्षेत्र का मानस प्रत्यक्षीकरण करने के एक अंतर्दर्शी अगणितीय उपाय को विकसित करने के लिए की थी। फैराडे ने इन्हें *बल रेखाएँ* कहा था। *यह पद विशेषकर चुंबकीय क्षेत्रों के प्रकरण के लिए कुछ भ्रामक है। इनके लिए अधिक उचित पद क्षेत्र रेखाएँ (वैद्युत अथवा चुंबकीय) है जिसे हमने इस पुस्तक में अपनाया है।*

इस प्रकार विद्युत क्षेत्र रेखाएँ आवेशों के अभिविन्यास के चारों ओर विद्युत क्षेत्र के चित्रात्मक निरूपण का एक उपाय है। व्यापक रूप में, विद्युत क्षेत्र रेखा एक ऐसा वक्र होती है जिसके किसी भी बिंदु पर खींचा गया स्पर्शी उस बिंदु पर लगे नेट बल की दिशा को निरूपित करता है। इस वक्र के किसी बिंदु पर, स्पष्ट रूप से, स्पर्शी द्वारा विद्युत क्षेत्र की दो संभावित दिशाओं में से कोई एक

* घन कोण शंकु की एक माप है। R त्रिज्या के गोले वाले दिए गए शंकु के परिच्छेद पर विचार कीजिए। शंकु के घन कोण $\Delta\Omega$ की परिभाषा इसे $\Delta S/R^2$ के बराबर मानकर करते हैं, यहाँ ΔS शंकु द्वारा गोले पर काटा गया क्षेत्रफल है।

दिशा दर्शाने के लिए वक्र पर तीर का चिह्न अंकित करना आवश्यक है। क्षेत्र रेखा एक दिक्‌स्थान वक्र अर्थात तीन दिशाओं में वक्र होती है।

चित्र 1.14 में कुछ सरल आवेश विन्यासों के चारों ओर क्षेत्र रेखाएँ दर्शायी गई हैं। जैसा कि पहले वर्णन किया जा चुका है, ये क्षेत्र रेखाएँ तीन विमीय दिक्‌स्थान में हैं यद्यपि चित्र में इन्हें केवल एक तल में दर्शाया गया है। एकल धनावेश के कारण क्षेत्र रेखाएँ त्रिज्यत: (अरीय) बहिर्मुखी होती हैं जबकि एकल ऋणावेश के कारण क्षेत्र रेखाएँ त्रिज्यत: अंतर्मुखी होती हैं। दो धनावेशों (q, q) के निकाय के चारों ओर की क्षेत्र रेखाएँ पारस्परिक प्रतिकर्षण का एक सजीव चित्रण प्रस्तुत करती हैं जबकि परिमाण में समान दो विजातीय आवेशों $(q, -q)$ के निकाय, अर्थात किसी द्विध्रुव के चारों ओर क्षेत्र रेखाएँ आवेशों के बीच स्पष्ट पारस्परिक आकर्षण दर्शाती हैं। क्षेत्र रेखाएँ कुछ महत्वपूर्ण सामान्य गुणों का पालन करती हैं–

(i) क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से आरंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त होती हैं। यदि आवेश एकल है तो ये अनंत से आरंभ अथवा अनंत पर समाप्त हो सकती हैं।

(ii) किसी आवेश मुक्त क्षेत्र में, क्षेत्र रेखाओं को ऐसे संतत वक्र माना जा सकता है जो कहीं नहीं टूटते।

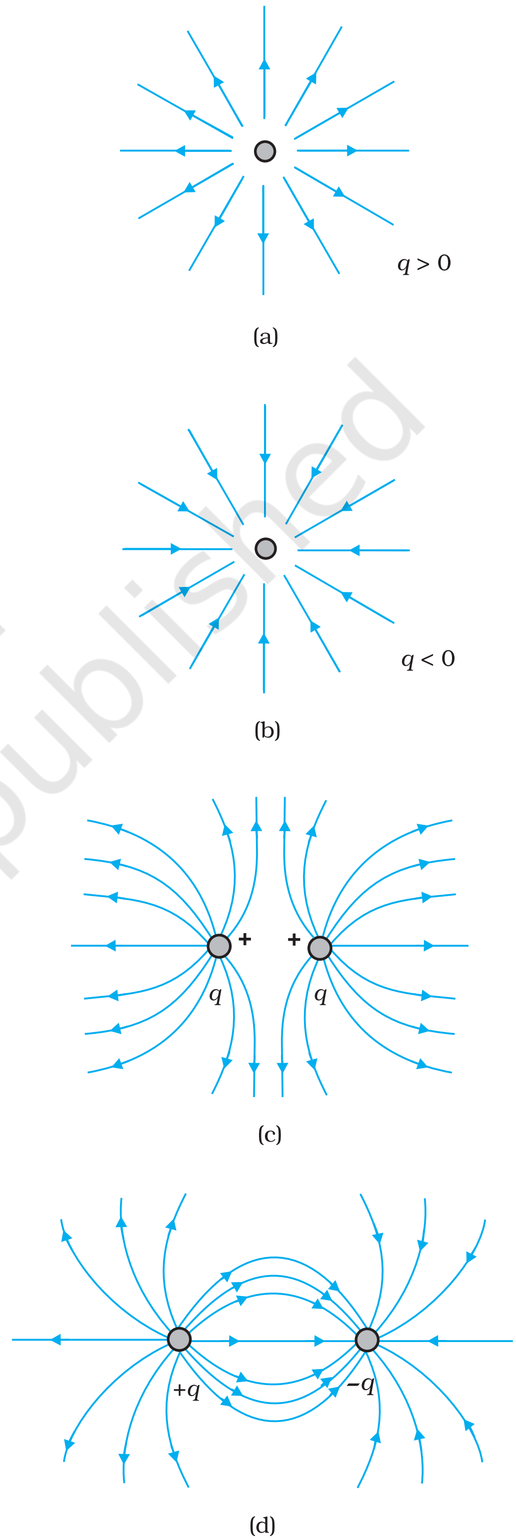
(iii) दो क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को कदापि नहीं काटतीं। (यदि वे ऐसा करें तो प्रतिच्छेदन बिंदु पर क्षेत्र की केवल एक दिशा नहीं होगी, जो निरर्थक है।

(iv) स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखाएँ बंद लूप नहीं बनातीं। यह विद्युत क्षेत्र की संरक्षणात्मक प्रकृति से अनुशासित है (अध्याय 2 देखिए)।

1.9 वैद्युत फ्लक्स

किसी dS क्षेत्रफल के छोटे पृष्ठ से उसके अभिलंबवत $\mathbf{v}$ वेग से प्रवाहित होने वाले किसी द्रव के प्रवाह पर विचार कीजिए। द्रव के प्रवाह की दर इस क्षेत्र से प्रति एकांक समय में गुजरने वाले आयतन $v\, dS$ द्वारा प्राप्त होती है तथा यह उस तल से गुजरने वाले द्रव के फ्लक्स को निरूपित करती है। यदि इस तल (पृष्ठ) पर अभिलंब द्रव के प्रवाह की दिशा अर्थात $\mathbf{v}$ के समांतर नहीं है, और इनके बीच θ कोण बनता है तो $\mathbf{v}$ के लंबवत तल में प्रक्षेपित क्षेत्रफल $dS \cos \theta$ होगा। अत: पृष्ठ dS से बाहर जाने वाला फ्लक्स $\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS$ होता है। विद्युत क्षेत्र के प्रकरण के लिए, हम एक समतुल्य राशि को परिभाषित करते हैं और इसे *वैद्युत फ्लक्स* कहते हैं। तथापि हमें यह ध्यान में रखना चाहिए कि द्रव-प्रवाह के प्रकरण के विपरीत यहाँ प्राकृतिक नियमों के अनुसार प्रेक्षण योग्य राशि का कोई *प्रवाह* नहीं है।

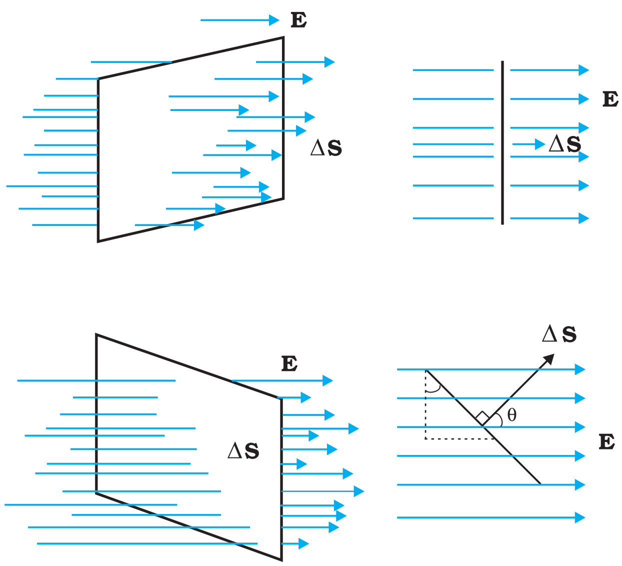
उपरोक्त वर्णित विद्युत क्षेत्र रेखाओं के चित्रण में हमने देखा कि किसी बिंदु पर क्षेत्र के अभिलंबवत रखे एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र प्रबलता की माप होती है। इसका तात्पर्य यह है कि यदि हम किसी बिंदु पर $\mathbf{E}$ के अभिलंबवत कोई ΔS क्षेत्रफल का छोटा समतलीय अवयव रखें तो इससे गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या $E\, \Delta S$ के अनुक्रमानुपाती* है। अब मान लीजिए हम क्षेत्रफल अवयव को किसी



चित्र 1.14 विभिन्न आवेश वितरणों के कारण क्षेत्र रेखाएँ।

* यह कहना उचित नहीं है कि क्षेत्र रेखाओं की संख्या $E\Delta S$ के बराबर है। वास्तव में क्षेत्र रेखाओं की संख्या ऐसा विषय है जो हम कितनी क्षेत्र रेखाएँ खींचने का चयन करते हैं, पर निर्भर है। अत: विभिन्न बिंदुओं पर दिए गए क्षेत्रफल से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की आपेक्षिक संख्या के ज्ञात होने में ही इनकी भौतिक सार्थकता है।

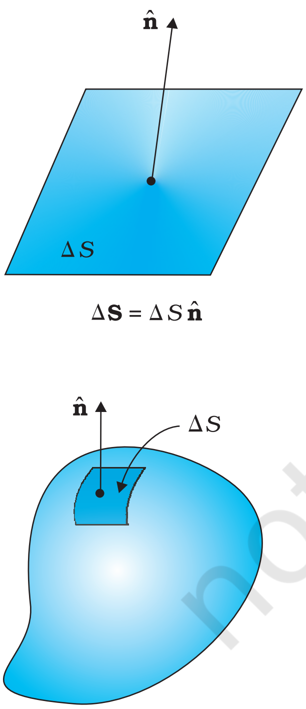
© NCERT not to be republished



चित्र 1.15 **E** तथा $\hat{\mathbf{n}}$ के बीच झुकाव θ पर फ्लक्स की निर्भरता।

कोण θ पर झुका देते हैं। स्पष्ट है अब इस क्षेत्रफल अवयव से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या घट जाएगी। चूँकि E के अभिलंबवत क्षेत्रफल अवयव ΔS का प्रक्षेप $\Delta S \cos\theta$ है, अतः ΔS से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या $E\,\Delta S \cos\theta$ के अनुक्रमानुपाती है। जब $\theta = 90°$ होता है तो क्षेत्र रेखाएँ ΔS के समांतर हो जाती हैं और इससे कोई भी क्षेत्र रेखा नहीं गुजरती (चित्र 1.15 देखिए)।

बहुत से संदर्भों में क्षेत्रफल अवयव के परिमाण के साथ-साथ उसका दिक्‌विन्यास भी महत्वपूर्ण होता है। उदाहरण के लिए, किसी जल-प्रवाह में किसी रिंग से गुजरने वाले जल का परिमाण स्वाभाविक रूप से इस बात पर निर्भर करता है कि आप जल धारा में इसे किस प्रकार पकड़े हुए हैं। यदि आप इसे जल-प्रवाह के अभिलंबवत रखते हैं तो अन्य सभी दिक्‌विन्यासों की तुलना में इस विन्यास में रिंग से अधिकतम जल गुजरेगा। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि क्षेत्रफल-अवयव को सदिश के समान मानना चाहिए। इसमें परिमाण के साथ दिशा भी होती है। समतलीय क्षेत्र की दिशा कैसे निर्दिष्ट की जाए? स्पष्ट रूप से तल पर अभिलंब तल का दिक्‌विन्यास निर्दिष्ट करता है। इस प्रकार समतलीय क्षेत्र सदिश की दिशा इसके अभिलंब के अनुदिश होती है।



चित्र 1.16 अभिलंब $\hat{\mathbf{n}}$ तथा ΔS को परिभाषित करने की परिपाटी।

किसी वक्रित पृष्ठ के क्षेत्रफल को किसी सदिश से कैसे संबद्ध किया जाता है? हम यह कल्पना करते हैं कि वक्रित पृष्ठ बहुत से छोटे-छोटे क्षेत्रफल अवयवों में विभाजित है। इनमें से प्रत्येक छोटा क्षेत्रफल अवयव समतलीय माना जा सकता है और पहले स्पष्टीकरण के अनुसार इससे सदिश संबद्ध किया जा सकता है।

यहाँ एक संदिग्धता पर ध्यान दीजिए। किसी क्षेत्रफल अवयव की दिशा उसके अभिलंब के अनुदिश होती है। परंतु अभिलंब दो दिशाएँ संकेत कर सकता है। किसी क्षेत्रफल अवयव से संबद्ध सदिश की दिशा का चयन किस प्रकार किया जाता है? इस समस्या का समाधान इस संदर्भ में उचित कुछ परिपाटियों के निर्धारण द्वारा किया गया है। बंद पृष्ठों के प्रकरणों के लिए यह परिपाटी अति सरल है। किसी बंद पृष्ठ के प्रत्येक क्षेत्रफल अवयव से संबद्ध सदिश की दिशा *बहिर्मुखी* अभिलंब की दिशा मानी जाती है। इसी परिपाटी का उपयोग चित्र 1.16 में किया गया है। इस प्रकार, किसी बंद पृष्ठ के किसी बिंदु पर क्षेत्रफल अवयव सदिश $\Delta\mathbf{S}$ का मान $\Delta S\ \hat{\mathbf{n}}$ होता है, यहाँ ΔS क्षेत्रफल सदिश का परिमाण तथा $\hat{\mathbf{n}}$ इस बिंदु पर बहिर्मुखी अभिलंब की दिशा में एकांक सदिश है।

अब हम वैद्युत फ्लक्स की परिभाषा पर आते हैं। किसी क्षेत्रफल अवयव $\Delta\mathbf{S}$ से गुजरने वाले वैद्युत फ्लक्स $\Delta\phi$ की परिभाषा इस प्रकार करते हैं :

$$\Delta\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = E\,\Delta S\ \cos\theta \qquad (1.11)$$

जो पहले की भाँति इस क्षेत्रफल अवयव को काटने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती है। यहाँ θ क्षेत्र अवयव $\Delta\mathbf{S}$ तथा $\mathbf{E}$ के बीच का कोण है। पूर्वोक्त परिपाटी के अनुसार बंद पृष्ठ के लिए θ क्षेत्र-अवयव पर बहिर्मुखी अभिलंब तथा $\mathbf{E}$ के बीच का कोण है। ध्यान दीजिए, हम व्यंजक $E\,\Delta S \cos\theta$ पर दो ढंग से विचार कर सकते हैं: $E\,(\Delta S \cos\theta)$ अर्थात E पर क्षेत्र-अभिलंब के प्रक्षेप का $\mathbf{E}$ गुना, अथवा $E_{\perp}\,\Delta S$ अर्थात क्षेत्र-अवयव पर अभिलंब के अनुदिश $\mathbf{E}$ का अवयव गुना क्षेत्र-अवयव का परिमाण। वैद्युत फ्लक्स का मात्रक $N\ C^{-1}\ m^2$ है।

© NCERT not to be republished

समीकरण (1.11) से प्राप्त वैद्युत फ्लक्स की मूल परिभाषा को सैद्धांतिक रूप में, किसी दिए गए पृष्ठ से गुजरने वाले कुल फ्लक्स को परिकलित करने में उपयोग कर सकते हैं। इसके लिए हमें यह करना होता है कि हम पहले पृष्ठ को छोटे-छोटे क्षेत्रफल अवयवों में विभाजित करते हैं और फिर प्रत्येक अवयव के लिए फ्लक्स परिकलित करके उन्हें जोड़कर कुल फ्लक्स प्राप्त कर लेते हैं। अतः पृष्ठ S से गुजरने वाला कुल फ्लक्स ϕ है

$$\phi \simeq \Sigma\, \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} \tag{1.12}$$

यहाँ सन्निकटन चिह्न लगाने का कारण यह है कि हमने छोटे क्षेत्रफल अवयव पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ को नियत माना है। गणितीय रूप से यह केवल तभी यथार्थ है जब आप सीमा $\Delta S \to 0$ लें तथा समीकरण (1.12) में योग को समाकलन के रूप में व्यक्त करें।

1.10 वैद्युत द्विध्रुव

परिमाण में समान एवं विजातीय बिंदु आवेशों q तथा $-q$ का कोई युगल जिनके बीच पृथकन $2a$ है, *वैद्युत द्विध्रुव* कहलाता है। दोनों आवेशों को संयोजित करने वाली रेखा दिक्स्थान में किसी दिशा को परिभाषित करती है। परिपाटी के अनुसार $-q$ से q की दिशा द्विध्रुव की दिशा कहलाती है। $-q$ तथा q की अवस्थितियों का मध्य बिंदु द्विध्रुव का केंद्र कहलाता है।

प्रत्यक्ष रूप से वैद्युत द्विध्रुव का कुल आवेश शून्य होता है। परंतु इसका यह अर्थ नहीं है कि द्विध्रुव का विद्युत क्षेत्र शून्य है। चूँकि आवेश q तथा $-q$ में कुछ पृथकन है, इनके कारण विद्युत क्षेत्र जब जोड़े जाते हैं तब ये एक-दूसरे को यथार्थ रूप से निरस्त नहीं करते। परंतु यदि द्विध्रुव बनाने वाले आवेशों के पृथकन की तुलना में दूरी अधिक ($r >> 2a$) है, तो q एवं $-q$ के कारण क्षेत्र लगभग निरस्त हो जाते हैं। अतः अधिक दूरियों पर किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र $1/r^2$ (एकल आवेश q के कारण विद्युत क्षेत्र की r पर निर्भरता) से भी अधिक गति से मंद होता जाता है। यह गुणात्मक धारणा नीचे दिए गए सुस्पष्ट परिकलन से उत्पन्न हुई है:

1.10.1 वैद्युत द्विध्रुव के कारण क्षेत्र

आवेशों के युगल ($-q$ तथा q) के कारण दिक्स्थान में किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र कूलॉम नियम तथा अध्यारोपण सिद्धांत से ज्ञात किया जा सकता है। निम्नलिखित दो प्रकरणों के परिणाम सरल हैं: (i) जब बिंदु द्विध्रुव के अक्ष पर है, (ii) जब बिंदु द्विध्रुव के *विषुवतीय तल*, अर्थात द्विध्रुव अक्ष के केंद्र से गुजरने वाले द्विध्रुव अक्ष के लंबवत तल में है। किसी व्यापक बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र, आवेश $-q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}_{-q}$ तथा आवेश $+q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}_{+q}$ को सदिशों के समांतर चतुर्भुज नियम द्वारा संयोजित करके प्राप्त किया जाता है।

(i) अक्ष पर स्थित बिंदुओं के लिए

मान लीजिए बिंदु P द्विध्रुव के केंद्र से q की ओर चित्र (1.17a) में दर्शाए अनुसार r दूरी पर है, तब

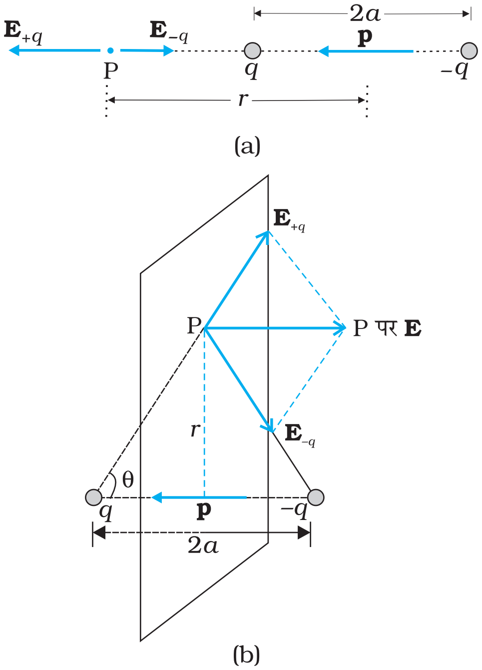
$$\mathbf{E}_{-q} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r+a)^2}\hat{\mathbf{p}} \qquad [1.13(a)]$$

यहाँ $\hat{\mathbf{p}}$ द्विध्रुव अक्ष ($-q$ से q की ओर) के अनुदिश एकांक सदिश है। साथ ही

$$\mathbf{E}_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r-a)^2}\hat{\mathbf{p}} \qquad [1.13(b)]$$

P पर कुल विद्युत क्षेत्र है

© NCERT not to be republished



चित्र 1.17 (a) अक्ष पर स्थित किसी बिंदु, (b) द्विध्रुव के विषुवतीय तल पर स्थित किसी बिंदु पर द्विध्रुव का विद्युत क्षेत्र। द्विध्रुव आघूर्ण **p** सदिश है जिसका परिमाण $p = q \times 2a$ है तथा दिशा $-q$ से q की ओर है।

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{+q} + \mathbf{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]\mathbf{p}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{4ar}{(r^2-a^2)^2}\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.14)$$

$r >> a$ के लिए

$$\mathbf{E} = \frac{4qa}{4\pi\varepsilon_o r^3}\hat{\mathbf{p}} \qquad (r >> a) \qquad (1.15)$$

(ii) विषुवतीय तल पर स्थित बिंदुओं के लिए

दो आवेशों $+q$ तथा $-q$ के कारण विद्युत क्षेत्रों के परिमाण

$$E_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r^2+a^2} \qquad [1.16(a)]$$

$$E_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r^2+a^2} \qquad [1.16(b)]$$

समान हैं।

$\mathbf{E}_{+q}$ तथा $\mathbf{E}_{-q}$ की दिशाएँ चित्र 1.17(b) में दर्शायी गई हैं। स्पष्ट है कि द्विध्रुव अक्ष के अभिलंबवत अवयव एक-दूसरे को निरस्त कर देते हैं। द्विध्रुव अक्ष के अनुदिश अवयव संयोजित हो जाते हैं। कुल विद्युत क्षेत्र $\hat{\mathbf{p}}$ के विपरीत होता है। अत:

$$\mathbf{E} = -(E_{+q} + E_{-q})\cos\theta\ \hat{\mathbf{p}}$$

$$= -\frac{2qa}{4\pi\varepsilon_o(r^2+a^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.17)$$

अधिक दूरियों ($r >> a$) पर

$$\mathbf{E} = -\frac{2qa}{4\pi\varepsilon_o r^3}\hat{\mathbf{p}} \qquad (r >> a) \qquad (1.18)$$

समीकरणों (1.15) तथा (1.18) से स्पष्ट है कि अधिक दूरियों पर द्विध्रुव क्षेत्र में q तथा a पृथक रूप से सम्मिलित नहीं होते; यह इनके संयुक्त गुणनफल qa पर निर्भर करता है। इससे द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा का संकेत मिलता है। किसी वैद्युत द्विध्रुव के *द्विध्रुव आघूर्ण सदिश* **p** की परिभाषा इस प्रकार की जा सकती है:

$$\mathbf{p} = q \times 2a\ \hat{\mathbf{p}} \qquad (1.19)$$

अर्थात यह एक सदिश है जिसका परिमाण आवेश q तथा पृथकन $2a$ (आवेशों q, $-q$ के युगल के बीच की दूरी) तथा दिशा $-q$ से q की ओर होती है। **p** के पदों में, किसी द्विध्रुव का विद्युत क्षेत्र अधिक दूरियों पर एक सरल रूप ले लेता है।

द्विध्रुव अक्ष के किसी बिंदु पर

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o r^3} \qquad (r >> a) \qquad (1.20)$$

विषुवतीय तल के किसी बिंदु पर

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o r^3} \qquad (r >> a) \qquad (1.21)$$

© NCERT not to be republished

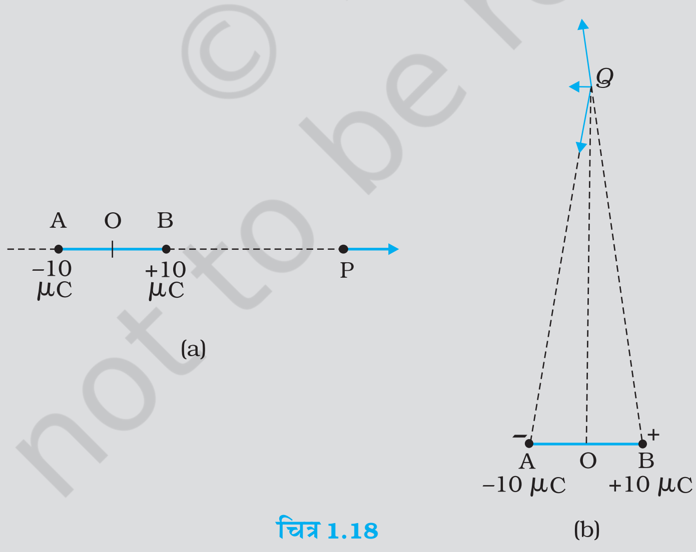
इस महत्वपूर्ण तथ्य पर ध्यान दीजिए कि द्विध्रुव क्षेत्र अधिक दूरियों पर $1/r^2$ के रूप में नहीं वरन् $1/r^3$ के रूप में मंद होता है। इसके अतिरिक्त द्विध्रुव क्षेत्र का परिमाण तथा दिशा केवल दूरी **r** पर ही निर्भर नही है वरन् ये सदिश **r** तथा द्विध्रुव आघूर्ण **p** के बीच के *कोण* पर भी निर्भर करते है।

हम उसके बारे में सोच सकते हैं- जब द्विध्रुव आमाप $2a$ शून्य की ओर अग्रसर होता जाता है, तब आवेश q अनंत की ओर अग्रसर इस प्रकार होता जाता है कि गुणनफल $p = q \times 2a$ एक नियत परिमित संख्या होती है। इस प्रकार के द्विध्रुव को *बिंदु द्विध्रुव* कहते हैं। किसी बिंदु द्विध्रुव के लिए समीकरण (1.20) तथा (1.21) r के सभी मानों के लिए सत्य तथा यथार्थ हैं।

1.10.2 द्विध्रुवों की भौतिक सार्थकता

अधिकांश अणुओं में धनावेशों तथा ऋणावेशों* के केंद्र एक ही स्थान पर होते हैं। इसीलिए इनके द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होते हैं। CO_2 तथा CH_4 अणु इसी प्रकार के हैं। विद्युत क्षेत्र आरोपित किए जाने पर ये द्विध्रुव आघूर्ण विकसित कर लेते हैं परंतु कुछ अणुओं में धनावेशों तथा ऋणावेशों के केंद्र संपाती नहीं होते। अत: विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में भी इनका अपना स्थायी द्विध्रुव आघूर्ण होता है। इस प्रकार के अणुओं को *ध्रुवित अणु* कहते हैं। जल का अणु, H_2O, इस प्रकार के अणुओं का एक उदाहरण है। विविध पदार्थ विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति अथवा अनुपस्थिति में रोचक गुण तथा महत्वपूर्ण अनुप्रयोग प्रस्तुत करते हैं।

उदाहरण 1.9 $\pm 10\ \mu C$ के दो आवेश एक-दूसरे से 5.0 mm दूरी पर स्थित हैं। (a) इस द्विध्रुव के अक्ष पर द्विध्रुव के केंद्र O से चित्र 1.18(a) में दर्शाए अनुसार, धनावेश की ओर 15 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर तथा (b) द्विध्रुव के अक्ष के अभिलंबवत O से, चित्र 1.18(b) में दर्शाए अनुसार गुजरने वाली रेखा से 15 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु Q पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।



चित्र 1.18

हल : (a) बिंदु P पर आवेश $+10\ \mu C$ के कारण क्षेत्र

उदाहरण 1.9

* धनात्मक बिंदु आवेशों के संग्रह को केंद्र की परिभाषा संहति केंद्र की ही भाँति की जाती है जिसके अनुसार

$$\mathbf{r}_{cm} = \frac{\sum_i q_i \mathbf{r}_i}{\sum_i q_i}.$$

$$= \frac{10^{-5}\,C}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,C^2\,N^{-1}\,m^{-2})}\times\frac{1}{(15-0.25)^2\times10^{-4}\,m^2}$$

$= 4.13 \times 10^6\ N\ C^{-1}$ BP के अनुदिश

बिंदु P पर आवेश $-10\ \mu C$ के कारण क्षेत्र

$$= \frac{10^{-5}\,C}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,C^2\,N^{-1}\,m^{-2})}\times\frac{1}{(15+0.25)^2\times10^{-4}\,m^2}$$

$= 3.86 \times 10^6\ N\ C^{-1}$ PA के अनुदिश

A तथा B पर स्थित दो आवेशों के कारण P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र = $2.7 \times 10^5\ N\ C^{-1}$ BP के अनुदिश है।

इस उदाहरण में अनुपात OP/OB काफी अधिक (=60) है। अत:, किसी द्विध्रुव के अक्ष पर अत्यधिक दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात करने के लिए सीधे ही सूत्र के उपयोग द्वारा हम इसी के सन्निकट परिणाम की आशा कर सकते हैं। $2a$ पृथकन के $\pm q$ आवेशों से बने द्विध्रुव के लिए द्विध्रुव के अक्ष के केंद्र से r दूरी पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण

$$E = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (r/a >> 1)$$

यहाँ $p = 2a\,q$ द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण है।

द्विध्रुव अक्ष पर विद्युत क्षेत्र की दिशा सदैव द्विध्रुव आघूर्ण सदिश के अनुदिश (अर्थात $-q$ से q की ओर) होती है। यहाँ, $p = 10^{-5}\ C \times 5 \times 10^{-3}\ m = 5 \times 10^{-8}\ C\ m$

अत:

$$E = \frac{2\times5\times10^{-8}\,C\,m}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,C^2\,N^{-1}\,m^{-2})}\times\frac{1}{(15)^3\times10^{-6}\,m^3} = 2.6 \times 10^5\ N\ C^{-1}$$

द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा AB के अनुदिश है, तथा यह परिणाम पूर्व परिणाम के काफी निकट है।

(b) बिंदु B पर स्थित + 10 μC आवेश के कारण बिंदु Q पर विद्युत क्षेत्र

$$= \frac{10^{-5}\ C}{4\ \pi\ (8.854\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2})}\times\frac{1}{[15^2 + (0.25)^2]\times10^{-4}\ m^2}$$

$= 3.99 \times 10^6\ N\ C^{-1}$ BQ के अनुदिश

बिंदु A पर स्थित $-10\ \mu C$ आवेश के कारण Q पर विद्युत क्षेत्र

$$= \frac{10^{-5}\ C}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,C^2\,N^{-1}\,m^{-2})}\times\frac{1}{[15^2+(0.25)^2]\times10^{-4}m^2}$$

$= 3.99 \times 10^6\ N\ C^{-1}$ QA के अनुदिश

स्पष्ट है कि इन दो समान परिमाण के बलों के OQ दिशा के अनुदिश घटक एक-दूसरे को निरस्त करते हैं परंतु BA के समांतर दिशा के अनुदिश घटक संयोजित हो जाते हैं। अत: A तथा B पर स्थित दो आवेशों के कारण Q पर परिणामी विद्युत क्षेत्र

$$= 2 \times \frac{0.25}{\sqrt{15^2 + (0.25)^2}} \times 3.99 \times 10^6\,N\,C^{-1}\ \text{BA के अनुदिश}$$

$= 1.33 \times 10^5\ N\ C^{-1}$ BA के अनुदिश

(a) की ही भाँति द्विध्रुव के अक्ष के अभिलंबवत किसी बिंदु पर द्विध्रुव विद्युत क्षेत्र के लिए सीधे ही सूत्र के उपयोग द्वारा हम इसी परिणाम की अपेक्षा कर सकते हैं–

उदाहरण 1.9

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (r/a >> 1)$$

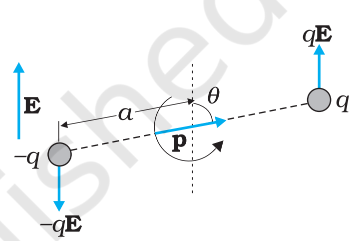
$$= \frac{5\times10^{-8}\,\text{C m}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})} \times \frac{1}{(15)^3\times10^{-6}\,\text{m}^3}$$

$$= 1.33 \times 10^5 \ \ \text{N C}^{-1}.$$

इस प्रकरण में विद्युत क्षेत्र की दिशा आघूर्ण सदिश की दिशा के विपरीत है। तथापि प्राप्त परिणाम पहले प्राप्त हुए परिणाम के अनुरूप हैं।

उदाहरण 1.9

1.11 एकसमान बाह्य क्षेत्र में द्विध्रुव



चित्र 1.19 एकसमान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव।

चित्र 1.19 में दर्शाए अनुसार एकसमान विद्युत क्षेत्र **E** में रखे द्विध्रुव आघूर्ण **p** के स्थायी द्विध्रुव (स्थायी द्विध्रुव से हमारा तात्पर्य यह है कि **p** का **E** से स्वतंत्र अस्तित्व है; यह **E** द्वारा प्रेरित नहीं हुआ है।) पर विचार कीजिए।

यहाँ आवेश q पर q**E** तथा $-q$ पर $-q$**E** बल लग रहे हैं। चूँकि **E** एकसमान है अत: द्विध्रुव पर नेट बल शून्य है। परंतु आवेशों में पृथकन है, अत: बल भिन्न बिंदु पर लगे हैं, जिसके परिणामस्वरूप द्विध्रुव पर बल आघूर्ण कार्य करता है। जब नेट बल शून्य है तो बल आघूर्ण (बल युग्म) मूल बिंदु पर निर्भर नहीं होता। इसका परिमाण प्रत्येक बल के परिमाण तथा बलयुग्म की भुजा (दो प्रतिसमांतर बलों के बीच लंबवत दूरी) के गुणनफल के बराबर होता है।

बल आघूर्ण का परिमाण $= q\,E\times 2\,a\sin\theta$

$$= 2\,q\,a\,E\sin\theta$$

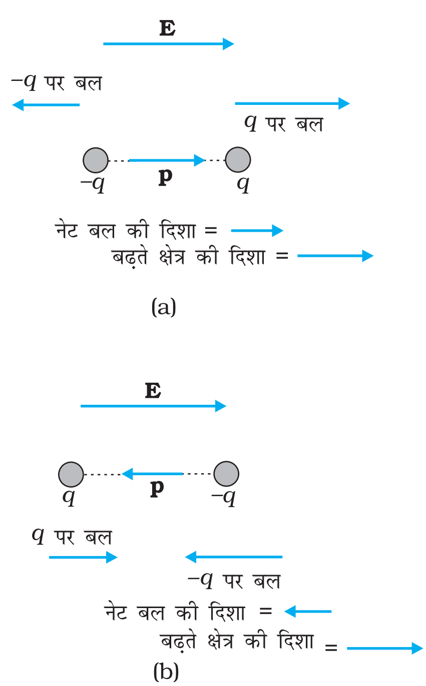
इसकी दिशा कागज़ के तल के अभिलंबवत इससे बाहर की ओर है।

$\mathbf{p}\times\mathbf{E}$ का परिमाण भी $p\,E\sin\theta$ है तथा इसकी दिशा कागज़ के पृष्ठ के अभिलंबवत बाहर की ओर है। अत:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}\times\mathbf{E} \qquad (1.22)$$

यह बल आघूर्ण द्विध्रुव को क्षेत्र **E** के साथ संरेखित करने की प्रवृत्ति रखेगा। जब **p** क्षेत्र **E** के साथ संरेखित हो जाता है तो बल आघूर्ण शून्य होता है।

जब क्षेत्र एकसमान नहीं होता तब क्या होता है? स्पष्ट है, उस प्रकरण में नेट बल शून्येतर हो सकता है। इसके अतिरिक्त, व्यापक रूप से निकाय पर पहले की ही भाँति एक बल आघूर्ण कार्य करेगा। यहाँ व्यापक प्रकरण अंतर्ग्रस्त है, अत: आइए ऐसी सरल स्थिति पर विचार करते हैं जिसमें **p** क्षेत्र **E** के समांतर अथवा प्रतिसमांतर है। दोनों ही प्रकरणों में नेट बल आघूर्ण तो शून्य होता है परंतु यदि **E** एकसमान नहीं है तो द्विध्रुव पर एक नेट बल लगता है।



चित्र 1.20 द्विध्रुव पर वैद्युत बल (a) **p** क्षेत्र **E** के समांतर (b) **p** क्षेत्र **E** के प्रतिसमांतर।

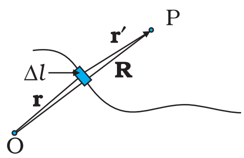
चित्र 1.20 स्वत: स्पष्टीकरण करता है। इसे आसानी से देखा जा सकता है कि जब **p** क्षेत्र **E** के समांतर है तो द्विध्रुव पर बढ़ते क्षेत्र की दिशा में एक नेट बल कार्य करता है। जब **p** क्षेत्र के **E** प्रतिसमांतर होता है तो द्विध्रुव पर घटते क्षेत्र की दिशा में एक नेट बल कार्य करता है। व्यापक रूप में, बल **E** के सापेक्ष **p** के दिक्विन्यास पर निर्भर करता है।

इससे हमारा ध्यान घर्षण विद्युत के सामान्य प्रेक्षणों पर जाता है। शुष्क बालों में फेरी गई कंघी कागज़ के छोटे टुकड़ों को आकर्षित करती है। जैसाकि हम जानते हैं कि कंघी घर्षण द्वारा आवेश अर्जित करती है। परंतु कागज़ आवेशित नहीं है तो फिर इस आकर्षक बल का स्पष्टीकरण कैसे करें? पिछली चर्चा से संकेत

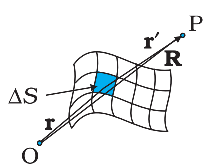
© NCERT not to be republished

पाकर हम कह सकते हैं कि आवेशित कंघी कागज़ के टुकड़ों को ध्रुवित कर देती है, अर्थात कागज़ के टुकड़ों में क्षेत्र की दिशा में नेट द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित कर देती है। इसके अतिरिक्त कंघी के कारण विद्युत क्षेत्र एकसमान नहीं है। इस असमान क्षेत्र के कारण द्विध्रुव पर एक नेट बल कार्यरत हो जाता है। इस स्थिति में यह आसानी से देखा जा सकता है कि कागज़ के टुकड़े कंघी की दिशा में गति करते हैं।

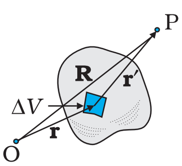
1.12 संतत आवेश वितरण



रैखिक आवेश $\Delta Q = \lambda\, \Delta l$



पृष्ठीय आवेश $\Delta Q = \sigma \Delta S$



आयतनी आवेश $\Delta Q = \rho \Delta V$

चित्र 1.21 रैखिक, पृष्ठीय, आयतनी घनत्वों की परिभाषा। प्रत्येक प्रकरण में चुने गए अवयव (Δl, ΔS, ΔV) स्थूलदर्शीय स्तर पर छोटे हैं परंतु इनमें सूक्ष्मदर्शीय स्तर के अवयवों की एक विशाल संख्या समाहित होती है।

अब तक हमने विविक्त आवेशों $q_1, q_2, ..., q_n$ के आवेश विन्यास के विषय में चर्चा की है। इसका कारण यह है कि ऐसे विन्यासों के लिए गणितीय परिकलन सरल होते हैं जिनमें कलन (कैलकुलस) की आवश्यकता नहीं होती। साथ ही, बहुत से कार्यों के लिए विविक्त आवेशों के पदों में कार्य करना व्यावहारिक नहीं होता और हमें संतत आवेश वितरण की आवश्यकता होती है। उदाहरणार्थ, किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर सूक्ष्म आवेशित अवयवों की अवस्थितियों के पदों में आवेश वितरण का विशेष रूप से उल्लेख करना व्यावहारिक नहीं है। चालक के पृष्ठ पर किसी क्षेत्रफल अवयव ΔS (जो स्थूल स्तर पर बहुत छोटा परंतु इलेक्ट्रॉनों की विशाल संख्या को सम्मिलित करने के लिए पर्याप्त है, देखिए चित्र 1.21) के विषय में विचार करके उस अवयव पर आवेश ΔQ का पृथक-पृथक उल्लेख करना अधिक उपयुक्त है। इसके बाद हम क्षेत्रफल अवयव पर *पृष्ठीय आवेश घनत्व* σ की परिभाषा इस प्रकार करते हैं–

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \tag{1.23}$$

ऐसा हम चालक के पृष्ठ के विभिन्न बिंदुओं पर कर सकते हैं और इस प्रकार एक संतत फलन σ (जिसे पृष्ठीय आवेश घनत्व कहते हैं) पर पहुँचते हैं। इस रूप में वर्णित पृष्ठीय आवेश घनत्व σ आवेश की क्वांटमता तथा सूक्ष्मदर्शीय स्तर* पर आवेश की असंतता वितरण की उपेक्षा करता है। σ स्थूलदर्शीय रूप में पृष्ठीय आवेश घनत्व है जो एक प्रकार से, सूक्ष्मदर्शीय रूप में बड़े परंतु स्थूलदर्शीय रूप में छोटे क्षेत्र अवयव ΔS पर सूक्ष्मदर्शीय आवेश घनत्व है। σ का मात्रक C/m^2 है।

इसी प्रकार के दृष्टिकोण रैखिक आवेश वितरणों तथा आयतनी आवेश वितरणों पर भी लागू होते हैं। किसी तार का *रैखिक आवेश घनत्व* λ की परिभाषा

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l} \tag{1.24}$$

द्वारा की जाती है। यहाँ Δl सूक्ष्म स्तर पर तार का रैखिक अवयव है। तथापि सूक्ष्म आवेशित अवयवों की एक विशाल संख्या इसमें सम्मिलित है तथा ΔQ इस रैखिक अवयव में समाए आवेश हैं। λ का मात्रक C/m है। इसी प्रकार से आयतनी आवेश घनत्व (सरल शब्दों में जिसे आवेश घनत्व भी कहा जाता है) की परिभाषा भी

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \tag{1.25}$$

द्वारा की जाती है। यहाँ ΔQ स्थूल रूप में छोटे आयतन अवयव ΔV में समाए वे आवेश हैं जो सूक्ष्म आवेशित अवयवों की विशाल संख्या को सम्मिलित करते हैं। ρ का मात्रक C/m^3 है।

यहाँ संतत आवेश वितरण की हमारी धारणा यांत्रिकी में हमारे द्वारा अपनाई गई संतत संहति वितरण की धारणा के ही समान है। जब हम किसी द्रव के घनत्व का उल्लेख करते हैं तो उस

* सूक्ष्मदर्शीय स्तर पर, आवेश वितरण असंतत होता है। पृथक आवेश एक आवेशरहित मध्यवर्ती स्थान से पृथकृत होते हैं।

© NCERT not to be republished

समय वास्तव में हम उसके स्थूल घनत्व का ही उल्लेख कर रहे होते हैं। हम द्रव को एक संतत तरल मान लेते हैं तथा उसकी विविक्त आणविक रचना की उपेक्षा कर देते हैं।

विविक्त आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र प्राप्त करने [समीकरण (1.10)] की ही भाँति लगभग इसी ढंग से संतत आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र प्राप्त किया जा सकता है। मान लीजिए किसी दिक्स्थान में संतत आवेश वितरण का आवेश घनत्व ρ है। कोई सुविधाजनक मूल बिंदु O चुनिए तथा मान लीजिए आवेश वितरण में किसी बिंदु का स्थिति सदिश **r** है। आवेश घनत्व ρ एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर भिन्न हो सकता है, अर्थात यह **r** का फलन है। आवेश वितरण को ΔV आमाप के छोटे आयतन अवयवों में विभाजित कीजिए। आयतन अवयव ΔV में आवेश का परिमाण $\rho\Delta V$ है।

अब स्थिति सदिश **R** के साथ किसी भी व्यापक बिंदु P (आवेश वितरण के भीतर अथवा बाहर) पर विचार कीजिए (चित्र 1.21)। कूलॉम नियम द्वारा आवेश $\rho\Delta V$ के कारण विद्युत क्षेत्र

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\rho\,\Delta V}{r'^2}\hat{\mathbf{r}}' \tag{1.26}$$

यहाँ r' आवेश अवयव तथा P के बीच की दूरी है, तथा $\hat{\mathbf{r}}'$ आवेश अवयव से P की दिशा में एकांक सदिश है। अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा आवेश वितरण के कारण कुल विद्युत क्षेत्र विभिन्न आयतन-अवयवों के कारण विद्युत क्षेत्रों का योग करने पर प्राप्त होता है।

$$\mathbf{E} \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{\text{सभी } \Delta V} \frac{\rho\,\Delta V}{r'^2}\hat{\mathbf{r}}' \tag{1.27}$$

ध्यान दीजिए ρ, r', $\hat{\mathbf{r}}'$ सभी के मान एक बिंदु से दूसरे पर परिवर्तित हो सकते हैं। यथार्थ गणितीय विधि में हमें $\Delta V \to 0$ लेना चाहिए और फिर यह योग एक समाकल बन जाता है। परंतु सरलता की दृष्टि से इस चर्चा को हम यही छोड़ रहे हैं। संक्षेप में कूलॉम नियम तथा अध्यारोपण सिद्धांत के उपयोग द्वारा किसी भी आवेश वितरण के लिए चाहे वह विविक्त हो अथवा संतत, अथवा अंशतः विविक्त और अंशतः संतत हो, विद्युत क्षेत्र ज्ञात किया जा सकता है।

1.13 गाउस नियम

वैद्युत फ्लक्स की अवधारणा के सरल अनुप्रयोग के रूप में आइए किसी r त्रिज्या के ऐसे गोले जिसके केंद्र पर कोई बिंदु आवेश q परिबद्ध है, से गुजरने वाले कुल फ्लक्स पर विचार करें। चित्र 1.22 में दर्शाए अनुसार इस गोले को छोटे क्षेत्रफल अवयवों में विभाजित करते हैं।

क्षेत्रफल अवयव $\Delta\mathbf{S}$ से गुजरने वाला फ्लक्स

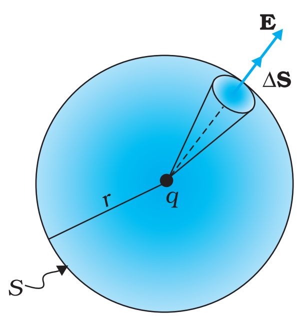
$$\Delta\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}\cdot\Delta\mathbf{S} \tag{1.28}$$

यहाँ हमने एकल आवेश q के कारण विद्युत क्षेत्र के लिए कूलॉम नियम का उपयोग किया है। एकांक सदिश $\hat{\mathbf{r}}$ केंद्र से क्षेत्र अवयव की ओर ध्रुवांतर रेखा के अनुदिश है। अब, चूँकि गोले के पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर अभिलंब उस बिंदु पर ध्रुवांतर रेखा के अनुदिश होता है, क्षेत्र अवयव $\Delta\mathbf{S}$ तथा $\hat{\mathbf{r}}$ दोनों एक ही दिशा में होते हैं। इसीलिए,

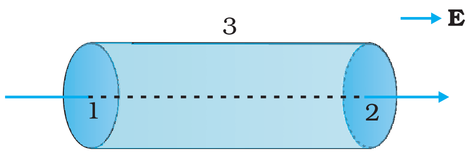
$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\Delta S \tag{1.29}$$

चूँकि एकांक सदिश **r** का परिमाण 1 है।

गोले से गुजरने वाला कुल फ्लस्क सभी क्षेत्र-अवयवों से गुजरने वाले फ्लक्सों का योग करने पर प्राप्त होता है



चित्र 1.22 उस गोले से गुजरने वाला फ्लक्स जिसके केंद्र पर बिंदु आवेश q परिबद्ध है।



चित्र 1.23 सिलिंडर के पृष्ठ से गुजरने वाले एकसमान विद्युत क्षेत्र के फ्लक्स का परिकलन।

$$\phi = \sum_{\text{सभी } \Delta S} \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\, r^2}\Delta S$$

चूँकि गोले का प्रत्येक क्षेत्र अवयव आवेश से समान दूरी r पर है, अतः

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\, r^2}\sum_{\text{सभी } \Delta S}\Delta S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\, r^2}S$$

अब, चूँकि गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्र $S = 4\pi r^2$ है, अतः

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\, r^2}\times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_o} \qquad (1.30)$$

समीकरण (1.30) स्थिरवैद्युतिकी के व्यापक परिणाम, जिसे *गाउस नियम* कहते हैं, का एक सरल दृष्टांत है। हम बिना उपपत्ति के *गाउस नियम* का इस प्रकार उल्लेख करते हैं–

किसी बंद पृष्ठ S से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$= q/\varepsilon_0 \qquad (1.31)$$

यहाँ q पृष्ठ S द्वारा परिबद्ध कुल आवेश है।

इस नियम से यह उपलक्षित होता है कि यदि किसी बंद पृष्ठ द्वारा कोई आवेश परिबद्ध नहीं किया गया है तो उस पृष्ठ से गुजरने वाला कुल फ्लक्स शून्य होता है। इसे हम चित्र 1.23 की सरल अवस्थिति में सुस्पष्ट देख सकते हैं।

यहाँ विद्युत क्षेत्र एकसमान है तथा हम एक ऐसे बंद बेलनाकार पृष्ठ के विषय में विचार कर रहे हैं जिसमें बेलन का अक्ष एकसमान क्षेत्र **E** के समांतर है। इसके पृष्ठ से गुजरने वाला कुल फ्लक्स ϕ है। $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$ यहाँ ϕ_1 तथा ϕ_2 सिलिंडर के पृष्ठ 1 तथा 2 (वृत्ताकार अनुप्रस्थ परिच्छेद के) से गुजरने वाले फ्लक्स को निरूपित करते हैं तथा ϕ_3 बंद पृष्ठ के वक्रित सिलिंडरी भाग से गुजरने वाले फ्लक्स को निरूपित करता है। चूँकि पृष्ठ 3 के प्रत्येक बिंदु पर अभिलंब **E** के लंबवत है, अतः फ्लक्स की परिभाषा के अनुसार $\phi_3 = 0$ । इसके अतिरिक्त पृष्ठ 2 पर बहिर्मुखी अभिलंब **E** के अनुदिश है तथा पृष्ठ 1 पर बहिर्मुखी अभिलंब **E** की दिशा के विपरीत है। अतः

$$\phi_1 = -E\,S_1, \quad \phi_2 = +E\,S_2$$

$$S_1 = S_2 = S$$

यहाँ S वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल है। इस प्रकार कुल फ्लक्स शून्य है, जैसा कि गाउस नियम से संभावित था। इस प्रकार जब आप पाएँ कि एक बंद पृष्ठ के अंदर नेट वैद्युत फ्लक्स शून्य है तो हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि बंद पृष्ठ के अंतर्विष्ट कुल आवेश शून्य है।

गाउस नियम समीकरण (1.31) का अत्यधिक महत्व इस कारण से भी है कि यह व्यापक रूप से सत्य है, तथा केवल उन्हीं सरल प्रकरणों जिन पर हमने ऊपर विचार किया था, लागू नहीं होता है, वरन् सभी प्रकरणों में इसका प्रयोग किया जा सकता है। इस नियम के बारे में, आइए कुछ महत्वपूर्ण तथ्यों पर ध्यान दें–

(i) गाउस नियम प्रत्येक बंद पृष्ठ, चाहे उसकी आकृति तथा आमाप कुछ भी हो, के लिए सत्य है।

(ii) गाउस नियम समीकरण (1.31) के दक्षिण पक्ष के पद q में पृष्ठ द्वारा परिबद्ध सभी आवेशों का योग सम्मिलित है। ये आवेश पृष्ठ के भीतर कहीं भी अवस्थित हो सकते हैं।

(iii) उन परिस्थितियों जिनमें ऐसे पृष्ठ का चयन किया जाता है कि कुछ आवेश पृष्ठ के भीतर तथा कुछ पृष्ठ के बाहर होते हैं, विद्युत क्षेत्र [जिसका फ्लक्स समीकरण (1.31) के वाम पक्ष में दृष्टिगोचर होता है] S के भीतर तथा बाहर स्थित सभी आवेशों के कारण है। तथापि, गाउस

not to be republished © NCERT

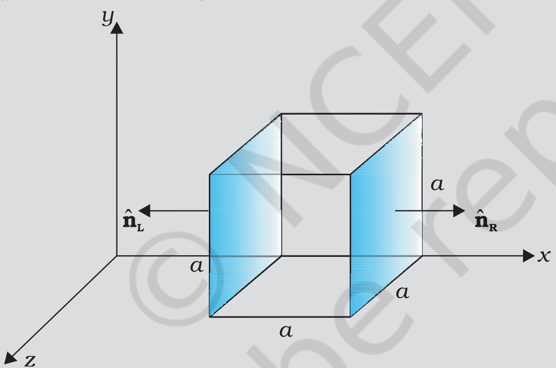
नियम के समीकरण के दक्षिण पक्ष में पद q केवल S के भीतर के कुल आवेशों को निरूपित करता है।

(iv) गाउस नियम के अनुप्रयोग के लिए चयन किए जाने वाले पृष्ठ को गाउसीय पृष्ठ कहते हैं। आप किसी भी गाउसीय पृष्ठ का चयन करके गाउस नियम लागू कर सकते हैं। तथापि, सावधान रहिए गाउसीय पृष्ठ को किसी भी विविक्त आवेश से नहीं गुजरना चाहिए। इसका कारण यह है कि विविक्त आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र को किसी भी आवेश की अवस्थिति पर भलीभाँति परिभाषित नहीं किया गया है। (जैसे ही आप किसी आवेश के निकट जाते हैं, विद्युत क्षेत्र सभी मर्यादाओं से बाहर विकसित होता जाता है) परंतु गाउसीय पृष्ठ संतत आवेश वितरण से गुजर सकता है।

(v) *जब निकाय में कुछ सममिति होती है* तो विद्युत क्षेत्र के परिकलन को अधिक आसान बनाने के लिए गाउस नियम प्रायः उपयोगी होता है। उचित गाउसीय पृष्ठ का चयन इसे सुविधाजनक बना देता है।

(vi) अंत में, गाउस नियम कूलॉम नियम में अंतर्निहित दूरी पर व्युत्क्रम वर्ग निर्भरता पर आधारित है। गाउस नियम का कोई उल्लंघन व्युत्क्रम वर्ग नियम से विचलन को संकेत करेगा।

उदाहरण 1.10 चित्र 1.24 में विद्युत क्षेत्र अवयव $E_x = \alpha x^{1/2}$, $E_y = E_z = 0$ है, जिसमें $\alpha = 800$ N/C m$^{1/2}$ है। (a) घन से गुजरने वाला फ्लक्स, तथा (b) घन के भीतर आवेश परिकलित कीजिए। $a = 0.1$ m मानिए।



चित्र 1.24

हल

(a) चूँकि विद्युत क्षेत्र का केवल x अवयव ही है, x दिशा के लंबवत फलकों के लिए, $\mathbf{E}$ तथा $\Delta\mathbf{S}$ के बीच के कोण $\pm \pi/2$ हैं। अतः फ्लक्स $\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$ घन के केवल दो छायांकित फलकों को छोड़कर शेष सभी फलकों के लिए पृथक-पृथक रूप से शून्य है। अब, बाएँ फलक पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण

$E_L = \alpha x^{1/2} = \alpha a^{1/2}$

(चूँकि बाएँ फलक पर $x = a$)

दाएँ फलक पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण

$E_R = \alpha x^{1/2} = \alpha (2a)^{1/2}$

(चूँकि दाएँ फलक पर $x = 2a$)

इनके तद्नुरूपी फ्लक्स हैं

$\phi_L = \mathbf{E}_L \cdot \Delta\mathbf{S} = \Delta S\, \mathbf{E}_L \cdot \hat{\mathbf{n}}_L = E_L\, \Delta S \cos\theta = -E_L\, \Delta S$, चूँकि $\theta = 180°$

$= -E_L a^2$

$\phi_R = \mathbf{E}_R \cdot \Delta\mathbf{S} = E_R\, \Delta S \cos\theta = E_R\, \Delta S$, चूँकि $\theta = 0°$

$= E_R a^2$

घन से गुजरने वाला नेट फ्लक्स

उदाहरण 1.10

$= \phi_R + \phi_L = E_R a^2 - E_L a^2 = a^2 (E_R - E_L) = \alpha a^2 [(2a)^{1/2} - a^{1/2}]$

$= \alpha a^{5/2} \left(\sqrt{2} - 1\right)$

$= 800 (0.1)^{5/2} \left(\sqrt{2} - 1\right)$

$= 1.05 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$

(b) हम घन के भीतर कुल आवेश q को ज्ञात करने के लिए गाउस नियम का उपयोग कर सकते हैं। हम जानते हैं कि $\phi = q/\varepsilon_0$ अथवा $q = \phi\varepsilon_0$ इसलिए

$q = 1.05 \times 8.854 \times 10^{-12}$ C $= 9.27 \times 10^{-12}$ C

उदाहरण 1.11 कोई विद्युत क्षेत्र धनात्मक x के लिए, धनात्मक x दिशा में एकसमान है तथा उसी परिमाण के साथ परंतु ऋणात्मक x के लिए, ऋणात्मक x दिशा में एकसमान है। यह दिया गया है कि $\mathbf{E} = 200\ \hat{\mathbf{i}}$ N/C जबकि $x > 0$ तथा $\mathbf{E} = -200\ \hat{\mathbf{i}}$ N/C, जबकि $x < 0$ है। 20 cm लंबे 5 cm त्रिज्या के किसी लंबवृत्तीय सिलिंडर का केंद्र मूल बिंदु पर तथा इस अक्ष x के इस प्रकार अनुदिश है कि इसका एक फलक चित्र 1.25 में दर्शाए अनुसार $x = +10$ cm तथा दूसरा फलक $x = -10$ cm पर है। (a) प्रत्येक चपटे फलक से गुजरने वाला नेट बहिर्मुखी फ्लक्स कितना है? (b) सिलिंडर के पार्श्व से गुजरने वाला फ्लक्स कितना है? (c) सिलिंडर से गुजरने वाला नेट बहिर्मुखी फ्लक्स कितना है? (d) सिलिंडर के भीतर नेट आवेश कितना है?

हल

(a) चित्र में हम यह देखते हैं कि बाएँ फलक पर $\mathbf{E}$ तथा $\Delta\mathbf{S}$ समांतर हैं। इसलिए बहिर्मुखी फ्लक्स है

$\phi_L = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S} = -200\ \hat{\mathbf{i}} \cdot \Delta\mathbf{S}$

$= +200\ \Delta S$, चूँकि $\hat{\mathbf{i}} \cdot \Delta\mathbf{S} = -\Delta S$

$= +200 \times \pi\ (0.05)^2 = +1.57 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$

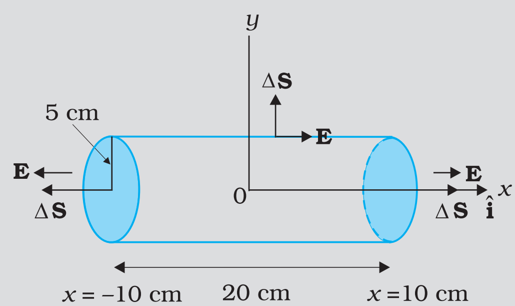
दाएँ फलक पर $\mathbf{E}$ तथा $\Delta\mathbf{S}$ समांतर हैं, इसलिए

$\phi_R = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S} = +1.57 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$

(b) सिलिंडर के पार्श्व के किसी भी बिंदु पर $\mathbf{E}$ क्षेत्र अवयव $\Delta\mathbf{S}$ के लंबवत है, इसलिए $\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S} = 0$ इसलिए सिलिंडर के पार्श्व के बाहर फ्लक्स शून्य है।

(c) सिलिंडर से होकर नेट बहिर्मुखी फ्लक्स

$\phi = (1.57 + 1.57 + 0) = 3.14 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$



चित्र 1.25

(d) सिलिंडर के भीतर नेट आवेश का मान गाउस नियम द्वारा ज्ञात किया जा सकता है जिससे हमें प्राप्त होता है

$q = \varepsilon_0 \phi$

$= 3.14 \times 8.854 \times 10^{-12}$ C

$= 2.78 \times 10^{-11}$ C

उदाहरण 1.11

1.14 गाउस नियम के अनुप्रयोग

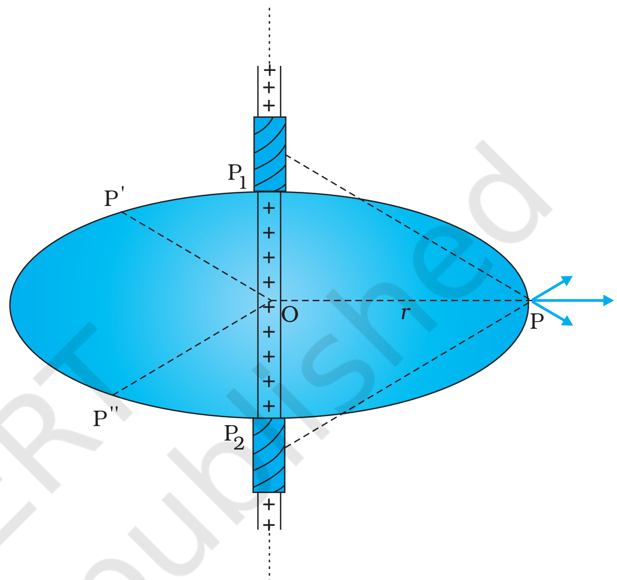
जैसी कि हम ऊपर चर्चा कर चुके हैं कि किसी व्यापक आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र समीकरण (1.27) द्वारा व्यक्त किया जाता है। कुछ विशिष्ट प्रकरणों को छोड़कर, व्यवहार में, इस समीकरण में सम्मिलित संकलन (अथवा समाकलन) की प्रक्रिया दिक्स्थान के सभी बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र प्राप्त करने के लिए कार्यान्वित नहीं की जा सकती। तथापि, कुछ सममित आवेश विन्यासों के लिए गाउस नियम का उपयोग करके विद्युत क्षेत्र को सरल ढंग से प्राप्त करना संभव है। कुछ उदाहरणों से इसे आसानी से समझा जा सकता है।

1.14.1 अनंत लंबाई के एकसमान आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत क्षेत्र

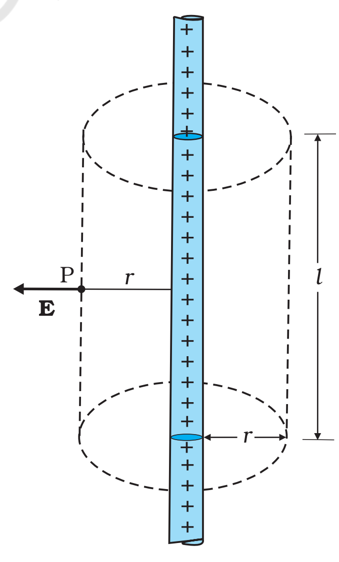
किसी अनंत लंबाई के एकसमान रैखिक आवेश घनत्व λ के सीधे पतले तार पर विचार कीजिए। स्पष्ट रूप से यह तार एक सममित अक्ष है। मान लीजिए हम O से P की दिशा में ध्रुवांतर (त्रिज्य सदिश) लेकर इसे तार के चारों ओर घूर्णन कराते हैं। इस प्रकार प्राप्त बिंदु P, P′ , P′ ′ आवेशित तार के संदर्भ में संपूर्ण रूप से तुल्य हैं। इससे यह उपलक्षित होता है कि इन बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण समान होना चाहिए। प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा अरीय (त्रिज्यीय) होनी चाहिए (यदि $\lambda > 0$, तो बहिर्मुखी तथा यदि $\lambda < 0$, तो अंतर्मुखी)। यह चित्र 1.26 से स्पष्ट है।

दर्शाए अनुसार तार के रैखिक अवयवों P_1 तथा P_2 के युगल पर विचार करें। इस युगल के दो अवयवों द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्रों को संकलित करने पर प्राप्त परिणामी विद्युत क्षेत्र अरीय होता है [ध्रुवांतर के अभिलंबवत अवयव एक-दूसरे को निरस्त कर देते हैं]। यह इस प्रकार के सभी युगलों के लिए सत्य है। अतः किसी भी बिंदु P पर कुल विद्युत क्षेत्र अरीय है। अंत में, चूँकि तार अनंत है, तार की लंबाई के अनुदिश विद्युत क्षेत्र बिंदु P की स्थिति पर निर्भर नहीं करता। संक्षेप में, तार को अभिलंबवत काटने वाले तल में विद्युत क्षेत्र हर स्थान पर अरीय है तथा इसका परिमाण केवल त्रिज्य दूरी r पर निर्भर करता है।

विद्युत क्षेत्र परिकलित करने के लिए चित्र 1.26(b) में दर्शाए अनुसार किसी बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ की कल्पना कीजिए। चूँकि विद्युत क्षेत्र हर स्थान पर अरीय है, बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ के दो सिरों से गुजरने वाला फ्लक्स शून्य है। पृष्ठ के बेलनाकार भाग पर विद्युत क्षेत्र **E** पृष्ठ के हर बिंदु पर अभिलंबवत है तथा केवल r पर निर्भर होने के कारण इसका परिमाण नियत है। वक्रित भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल $2\pi rl$ है, यहाँ l सिलिंडर की लंबाई है।



(a)



(b)

चित्र 1.26 (a) अनंत लंबाई के एकसमान आवेशित पतले सीधे तार के कारण विद्युत क्षेत्र अरीय (त्रिज्यीय) होता है। (b) एकसमान रैखिक आवेश घनत्व के लंबे पतले तार के लिए गाउसीय पृष्ठ।

गाउसीय पृष्ठ से गुज़रने वाला फ्लक्स

= पृष्ठ के वक्रित बेलनाकार भाग से गुज़रने वाला फ्लक्स

= $E \times 2\pi r l$

पृष्ठ में $\lambda\, l$ के बराबर आवेश सम्मिलित है। तब गाउस नियम से प्राप्त होता है

$E \times 2\pi r l = \lambda l / \varepsilon_0$

अर्थात $$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

सदिश रूप में किसी भी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र **E** इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\mathbf{n}} \qquad (1.32)$$

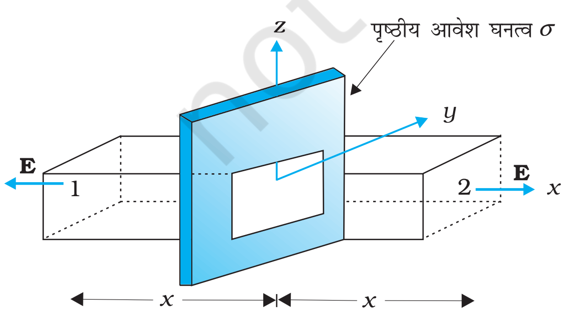
यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ तार के किसी बिंदु के अभिलंबवत गुजरने वाले तल में त्रिज्य एकांक सदिश है। जब λ धनात्मक होता है तो **E** बहिर्मुखी होता है और जब λ ऋणात्मक होता है, यह अंतर्मुखी होता है।

ध्यान दीजिए, जब हम सदिश **A** को एकांक सदिश से गुणित अदिश के रूप में, अर्थात $\mathbf{A} = A\,\hat{\mathbf{a}}$ के रूप में लिखते हैं तो अदिश A एक बीजगणितीय संख्या होती है। यह धनात्मक भी हो सकती है और ऋणात्मक भी। यदि $A > 0$ है तो **A** की दिशा एकांक सदिश $\hat{\mathbf{a}}$ के समान होगी तथा यदि $A < 0$ है तो **A** की दिशा $\hat{\mathbf{a}}$ की दिशा के विपरीत होगी। जब हम ऋणेतर मानों तक सीमित रखना चाहते हैं तो हम प्रतीक $|\mathbf{A}|$ का उपयोग करते हैं तथा इसे **A** का माड्यूल्स (मापांक) कहते हैं। इस प्रकार $|\mathbf{A}| \geq 0$ होता है।

यह भी ध्यान दीजिए कि उपरोक्त चर्चा में यद्यपि पृष्ठ (λl) द्वारा परिबद्ध आवेश को ही केवल सम्मिलित किया गया था, परंतु विद्युत क्षेत्र **E** समस्त तार पर आवेश के कारण है। साथ ही यह कल्पना कर लेना कि तार की लंबाई अनंत है इस कल्पना के बिना हम विद्युत क्षेत्र **E** को बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ के अभिलंबवत नहीं ले सकते। तथापि, लंबे तार के बेलनाकार भागों के चारों ओर जहाँ अंत्य प्रभाव (end effects) की उपेक्षा की जा सकती है, विद्युत क्षेत्र के लिए समीकरण (1.32) सन्निकटत: सही है।

1.14.2 एकसमान आवेशित अनंत समतल चादर के कारण विद्युत क्षेत्र

मान लीजिए किसी अनंत समतल चादर (चित्र 1.27) का एकसमान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है। हम x-अक्ष को दिए गए तल के अभिलंबवत मानते हैं। सममिति के अनुसार विद्युत क्षेत्र y तथा z निर्देशांकों पर निर्भर नहीं करेगा तथा इसकी प्रत्येक बिंदु पर दिशा x-दिशा के समांतर होनी चाहिए।



चित्र 1.27 एकसमान आवेशित अनंत आवेश चादर के लिए गाउसीय पृष्ठ।

हम गाउसीय पृष्ठ को चित्र में दर्शाए अनुसार A अनुप्रस्थकाट क्षेत्रफल के आयताकार समांतर षट्फलक जैसा ले सकते हैं (वैसे तो बेलनाकार पृष्ठ से भी यह कार्य हो सकता है)। जैसा चित्र से दृष्टिगोचर होता है, केवल दो फलक 1 तथा 2 ही फ्लक्स में योगदान देंगे; विद्युत क्षेत्र रेखाएँ अन्य फलकों के समांतर हैं और वे इसीलिए कुल फ्लक्स में योगदान नहीं देतीं।

पृष्ठ 1 के अभिलंबवत एकांक सदिश $-x$ दिशा में है जबकि पृष्ठ 2 के अभिलंबवत एकांक सदिश $+x$ दिशा में है। अत:, दोनों पृष्ठों से गुजरने वाले फ्लक्स $\mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$ बराबर हैं और संयोजित हो जाते हैं। इसीलिए गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स $2\,EA$ है। पृष्ठ द्वारा परिबद्ध आवेश σA है। इसीलिए गाउस नियम द्वारा हमें यह संबंध प्राप्त होता है

© NCERT not to be republished

$2\ EA = \sigma A/\varepsilon_0$

अथवा $E = \sigma/2\varepsilon_0$

सदिश रूप में

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}} \qquad (1.33)$$

यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ तल के अभिलंबवत इससे दूर जाता हुआ एकांक सदिश है।

यदि σ धनात्मक है तो **E** तल से बहिर्मुखी तथा यदि σ ऋणात्मक है तो **E** तल से अंतर्मुखी होता है। ध्यान दीजिए गाउस नियम के अनुप्रयोग से हमें एक अतिरिक्त तथ्य यह प्राप्त होता है कि E, x पर भी निर्भर नहीं है।

किसी परिमित बड़ी समतलीय चादर के लिए समीकरण (1.33), सिरों से दूर समतलीय चादर के मध्यवर्ती क्षेत्रों में सन्निकटत: सत्य है।

1.14.3 एकसमान आवेशित पतले गोलीय खोल के कारण विद्युत क्षेत्र

मान लीजिए R त्रिज्या के पतले गोलीय खोल का एकसमान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है (चित्र 1.28)। स्पष्ट रूप से इस स्थिति में गोलीय सममिति है। किसी बिंदु P पर चाहे वह भीतर है अथवा बाहर, विद्युत क्षेत्र केवल r पर निर्भर कर सकता है (यहाँ r खोल के केंद्र से उस बिंदु तक की त्रिज्य दूरी है।)तथा इस क्षेत्र को अरीय (अर्थात ध्रुवांतर के अनुदिश) होना चाहिए।

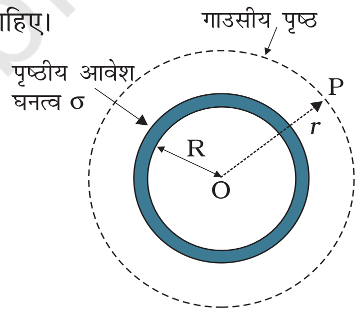
(i) ***खोल के बाहर विद्युत क्षेत्र***–खोल के बाहर ध्रुवांतर r के किसी बिंदु P पर विचार कीजिए। बिंदु P पर **E** का परिकलन करने के लिए हम केंद्र O तथा त्रिज्या r के बिंदु P से गुजरने वाले गोले को गाउसीय पृष्ठ मानते हैं। दिए गए आवेश विन्यास के सापेक्ष इस गोले पर स्थित प्रत्येक बिंदु समतुल्य है। (गोलीय सममिति से हमारा यही अभिप्राय है।) इसीलिए गाउसीय पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र का समान परिमाण **E** है तथा प्रत्येक बिंदु पर ध्रुवांतर के अनुदिश है। इस प्रकार प्रत्येक बिंदु पर **E** तथा $\Delta\mathbf{S}$ समांतर हैं तथा प्रत्येक अवयव से गुज़रने वाला फ्लक्स $E\,\Delta S$ है। सभी ΔS का संकलन करने पर गाउसीय पृष्ठ से गुज़रने वाला फ्लक्स $E \times 4\,\pi\, r^2$ है। परिबद्ध आवेश $\sigma \times 4\,\pi\, R^2$ है। गाउस नियम से

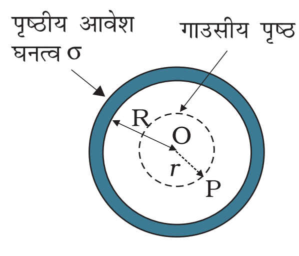
$$E \times 4\,\pi\, r^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,4\,\pi\, R^2$$

अथवा $E = \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0\, r^2} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

यहाँ $q = 4\,\pi R^2\,\sigma$ गोलीय खोल पर कुल आवेश है।

सदिश रूप में, $$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.34)$$





चित्र 1.28 किसी बिंदु के लिए जो (a) $r > R$, (b) $r < R$ पर है, गाउसीय पृष्ठ।

यदि $q > 0$ है तो विद्युत क्षेत्र बहिर्मुखी होता है तथा यदि $q < 0$ है तो विद्युत क्षेत्र अंतर्मुखी होता है। तथापि, यह खोल के केंद्र O पर स्थित आवेश q द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र है। अत: खोल के बाहर स्थित बिंदुओं पर एकसमान आवेशित गोलीय खोल के कारण विद्युत क्षेत्र इस प्रकार का होता है, जैसे कि खोल का समस्त आवेश उसके केंद्र पर स्थित है।

(ii) ***खोल के भीतर विद्युत क्षेत्र***–चित्र 1.28(b) में बिंदु P खोल के भीतर है। इस प्रकरण में भी गाउसीय पृष्ठ P से गुज़रने वाला वह गोला है जिसका केंद्र O है। पहले किए गए

© NCERT not to be republished

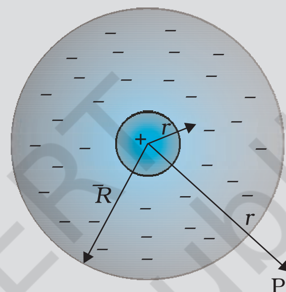
परिकलनों की ही भाँति गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स $E \times 4\pi r^2$ है। तथापि इस प्रकरण में, गाउसीय पृष्ठ में कोई आवेश परिबद्ध नहीं है। तब गाउस नियम के अनुसार

$E \times 4\pi r^2 = 0$

अर्थात $E = 0 \qquad (r < R)$ (1.35)

अर्थात एकसमान आवेशित पतले गोलीय खोल* के कारण उसके भीतर स्थित सभी बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र शून्य है। यह महत्वपूर्ण परिणाम गाउस नियम का प्रत्यक्ष निष्कर्ष है जो कूलॉम नियम से प्राप्त हुआ है। इस नियम का प्रायोगिक सत्यापन कूलॉम नियम में $1/r^2$ की निर्भरता की पुष्टि करता है।

उदाहरण 1.12 परमाणु के प्रारंभिक प्रतिरूप में यह माना गया था कि आवेश Ze का बिंदु आमाप का धनात्मक नाभिक होता है जो त्रिज्या R तक एकसमान घनत्व के ऋणावेश से घिरा हुआ है। परमाणु पूर्ण रूप में विद्युत उदासीन है। इस प्रतिरूप के लिए नाभिक से r दूरी पर विद्युत क्षेत्र कितना है?



चित्र 1.29 परमाणु का प्रारंभिक प्रतिरूप।

हलः चित्र 1.29 में इस प्रतिरूप का आवेश वितरण दर्शाया गया है। चूँकि परमाणु उदासीन (नाभिक में आवेश Ze + ऋणावेश) है, अतः R त्रिज्या के एकसमान गोलीय आवेश वितरण में कुल ऋणात्मक आवेश $-Ze$ होना चाहिए। इससे हमें तुरंत ही ऋणात्मक आवेश घनत्व ρ प्राप्त हो जाता है। चूँकि हमारे पास कुल शून्य आवेश होना चाहिए, अतः

$$\frac{4\pi R^3}{3}\rho = 0 - Ze$$

अथवा $\rho = -\dfrac{3\,Ze}{4\pi R^3}$

नाभिक से r दूरी पर स्थित बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E(r)}$ ज्ञात करने के लिए हम गाउस नियम का उपयोग करते हैं। आवेश वितरण की गोलीय सममिति के कारण विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E(r)}$ का परिमाण केवल त्रिज्य दूरी पर निर्भर करता है, यहाँ $\mathbf{r}$ की दिशा का कोई अर्थ नहीं होता। इसकी दिशा मूल बिंदु से P की ओर ध्रुवांतर $\mathbf{r}$ के अनुदिश (अथवा विपरीत) है। स्पष्ट रूप से इस प्रकरण में गाउसीय पृष्ठ एक गोलीय पृष्ठ है जिसका केंद्र नाभिक है। यहाँ हम दो स्थितियों $r < R$ तथा $r > R$ पर विचार करते हैं।

(i) $r < R$: गोलीय पृष्ठ द्वारा परिबद्ध वैद्युत फ्लक्स

$$\phi = E(r) \times 4\pi r^2$$

यहाँ $E(r)$, r पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण है। इसका कारण यह है गोलीय गाउसीय पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा पृष्ठ के उस बिंदु पर अभिलंबवत होती है तथा इसका परिमाण पृष्ठ के सभी बिंदुओं पर समान होता है।

उदाहरण 1.12

* इसकी तुलना भौतिकी पाठ्यपुस्तक कक्षा 11 के अनुभाग 7.5 में वर्णित एकसमान द्रव्यमान खोल से कीजिए।

© NCERT not to be republished

यहाँ गाउसीय पृष्ठ द्वारा परिबद्ध आवेश q धनात्मक नाभिकीय आवेश तथा r त्रिज्या के गोले में विद्यमान ऋणात्मक आवेश है

अर्थात $q = Ze + \frac{4\pi r^3}{3}\rho$

पहले प्राप्त आवेश घनत्व ρ का मान प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$q = Ze - Ze\frac{r^3}{R^3}$$

तब गाउस नियम से हमें प्राप्त होता है।

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right); \quad r < R$$

यहाँ विद्युत क्षेत्र त्रिज्यत: बहिर्मुखी निदर्शित है।

(ii) $r > R$: इस प्रकरण में, चूँकि परमाणु उदासीन है, गोलीय गाउसीय पृष्ठ द्वारा परिबद्ध आवेश शून्य है। इस प्रकार, गाउस नियम से

$E(r) \times 4\pi r^2 = 0$ अथवा $(r) = 0; \quad r > R$

$r = R$, पर दोनों प्रकरणों से समान परिणाम, $E = 0$ प्राप्त होता है।

उदाहरण 1.12

सारांश

1. विद्युत तथा चुंबकीय बल परमाणुओं, अणुओं तथा स्थूल द्रव्य के गुणधर्मों का निर्धारण करते हैं।
2. घर्षण विद्युत के सरल प्रयोगों के आधार पर यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि प्रकृति में दो प्रकार के आवेश होते हैं। सजातीय आवेशों में प्रतिकर्षण तथा विजातीय आवेशों में आकर्षण होता है। परिपाटी के अनुसार, रेशम से रगड़ने पर काँच की छड़ पर धनावेश होता है; तथा फर से रगड़ने पर प्लास्टिक की छड़ पर ऋणावेश होता है।
3. चालक अपने में से होकर सरलता से वैद्युत आवेश की गति होने देते हैं जबकि विद्युतरोधी ऐसा नहीं करते। धातुओं में गतिशील आवेश इलेक्ट्रॉन होते हैं; वैद्युत अपघट्यों में धनायन तथा ऋणायन दोनों ही गति करते हैं।
4. वैद्युत आवेशों के तीन गुणधर्म होते हैं : क्वांटमीकरण, योज्यता तथा संरक्षण।
   वैद्युत आवेश के क्वांटमीकरण से तात्पर्य है कि किसी वस्तु का कुल आवेश (q) सदैव ही आवेश के एक मूल क्वांटम (e) के पूर्णांकी गुणज अर्थात $q = n\,e$ होता है, जहाँ $n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...$ है। प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉन पर क्रमश: $+e$ तथा $-e$ आवेश होते हैं। स्थूल आवेशों जिनके लिए n एक अत्यधिक बड़ी संख्या होती है, में आवेश के क्वांटमीकरण की उपेक्षा की जा सकती है।
   वैद्युत आवेशों की योज्यता से हमारा तात्पर्य यह है कि किसी निकाय का कुल आवेश उस निकाय के सभी एकाकी आवेशों का बीजगणितीय योग (अर्थात योग करते समय उनके चिह्नों को ध्यान में रखकर) होता है।
   वैद्युत आवेशों के संरक्षण से हमारा तात्पर्य यह है कि किसी वियुक्त निकाय (isolated system) का कुल आवेश समय के साथ अपरिवर्तित रहता है। इसका अर्थ यह है कि जब घर्षण द्वारा वस्तुएँ आवेशित की जाती हैं तो आवेशों का एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरण होता है, परंतु इस प्रक्रिया में न तो कोई आवेश उत्पन्न होता है और न ही नष्ट होता है।

© NCERT not to be republished

5. *कूलॉम नियम* : दो बिंदु आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच पारस्परिक स्थिर वैद्युत बल, आवेशों के गुणनफल q_1q_2 के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी r_{21} के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। गणितीय रूप में

$$\mathbf{F}_{21} = q_2 \text{ पर } q_1 \text{ के कारण लगने वाला बल } = \frac{k(q_1q_2)}{r_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ आवेश q_1 से q_2 की दिशा में एकांक सदिश है तथा $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ आनुपातिकता स्थिरांक है। SI मात्रकों में, आवेश का मात्रक कूलॉम है। नियतांक ε_0 का प्रायोगिक मान है

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

k का सन्निकट मान $k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ होता है।

6. किसी प्रोटॉन तथा किसी इलेक्ट्रॉन के बीच वैद्युत बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल का अनुपात है,

$$\frac{k\,e^2}{G\,m_e m_p} \cong 2.4 \times 10^{39}$$

7. *अध्यारोपण सिद्धांत* : यह सिद्धांत इस गुणधर्म पर आधारित है कि दो आवेशों के बीच लगने वाले आकर्षी अथवा प्रतिकर्षी बल किसी तीसरे (अथवा अधिक) अतिरिक्त आवेश की उपस्थिति से प्रभावित नहीं होते। आवेशों q_1, q_2, q_3... के किसी समूह के लिए किसी आवेश (जैसे q_1) पर बल, q_1 पर q_2 के कारण बल, q_1 पर q_3 के कारण बल आदि-आदि के सदिश योग के बराबर होता है। प्रत्येक युगल के लिए यह बल पहले वर्णित दो आवेशों के लिए कूलॉम के नियम द्वारा ही व्यक्त किया जाता है।

8. किसी आवेश विन्यास के कारण किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र **E** किसी छोटे धनात्मक परीक्षण आवेश (test charge) q को उस बिंदु पर रखने पर उसके द्वारा अनुभव किए जाने वाले बल को उस आवेश के परिमाण द्वारा विभाजित करने पर प्राप्त होता है। किसी बिंदु आवेश q के कारण विद्युत क्षेत्र का कोई परिमाण $|q|/4\pi\varepsilon_0 r^2$ होता है; यदि q धनात्मक है तो यह क्षेत्र अरीय (त्रिज्यीय) बहिर्मुखी होता है तथा यदि q ऋणात्मक है तो अरीय (त्रिज्यीय) अंतर्मुखी होता है। कूलॉम बल की भाँति विद्युत क्षेत्र भी अध्यारोपण सिद्धांत को संतुष्ट करता है।

9. विद्युत क्षेत्र रेखा ऐसा वक्र है जिसके किसी भी बिंदु पर खींचा गया स्पर्शी, वक्र के उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा बताता है। क्षेत्र रेखाओं की सापेक्षिक संकुलता विभिन्न बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र की सापेक्षिक तीव्रता को इंगित करती है। प्रबल विद्युत क्षेत्र में रेखाएँ पास-पास तथा दुर्बल क्षेत्र में ये एक-दूसरे से काफी दूर होती हैं। एकसमान (अथवा नियत) विद्युत क्षेत्र में क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे से एकसमान दूरी पर समांतर सरल रेखाएँ होती हैं।

10. क्षेत्र रेखाओं की कुछ महत्वपूर्ण विशेषताएँ इस प्रकार हैं– (a) आवेशमुक्त दिक्स्थान में क्षेत्र रेखाएँ संतत वक्र होती हैं जो कहीं नहीं टूटतीं। (b) दो क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को कदापि नहीं काट सकतीं। (c) स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से आरंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त हो जाती हैं– ये संवृत पाश (बंद लूप) नहीं बना सकतीं।

11. वैद्युत द्विध्रुव परिमाण में समान विजातीय दो आवेशों q तथा $-q$, जिनके बीच पृथकन $2a$ हो, का युग्म होता है। इसके द्विध्रुव आघूर्ण सदिश $\mathbf{p}$ का परिमाण $2qa$ होता है तथा यह द्विध्रुव अक्ष $-q$ से q की दिशा में होता है।

12. किसी वैद्युत द्विध्रुव का इसके निरक्षीय/विषुवतीय समतल (अर्थात इसके अक्ष के लंबवत तथा इसके केंद्र से गुजरने वाले समतल) पर इसके केंद्र से r दूरी पर विद्युत क्षेत्र–

$$\mathbf{E} = \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\cong \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_o r^3}, \quad (r >> a \text{ के लिए})$$

2024-25

द्विध्रुव अक्ष पर केंद्र से r दूरी पर द्विध्रुव विद्युत क्षेत्र

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}r}{4\pi\varepsilon_0(r^2 - a^2)^2}$$

$$\cong \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (r >> a \text{ के लिए})$$

इस तथ्य पर ध्यान देना चाहिए कि किसी द्विध्रुव का विद्युत क्षेत्र $1/r^3$ पर निर्भर होता है, जबकि किसी बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र $1/r^2$ पर निर्भर होता है।

13. किसी एकसमान विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ में कोई वैद्युत द्विध्रुव एक बल आघूर्ण $\boldsymbol{\tau}$ का अनुभव करता है।

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

परंतु किसी नेट बल का अनुभव नहीं करता।

14. विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ का किसी लघु क्षेत्रफल-अवयव $\Delta\mathbf{S}$ से गुजरने वाला फ्लक्स $\Delta\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$

सदिश क्षेत्रफल-अवयव $\Delta\mathbf{S} = \Delta S\ \hat{\mathbf{n}}$

यहाँ ΔS क्षेत्रफल-अवयव का परिमाण तथा $\hat{\mathbf{n}}$ क्षेत्रफल-अवयव के लंबवत त्रिज्य एकांक सदिश है जिसे काफी छोटे क्षेत्र के लिए समतलीय माना जा सकता है। किसी बंद पृष्ठ के क्षेत्रफल-अवयव के लिए, $\hat{\mathbf{n}}$ को परिपाटी के अनुसार बहिर्मुखी अभिलंब की दिशा माना जा सकता है।

15. *गाउस नियम* : किसी बंद पृष्ठ S से होकर गुज़रने वाले किसी विद्युत क्षेत्र का फ्लक्स उस पृष्ठ S द्वारा परिबद्ध कुल आवेश का $1/\varepsilon_0$ गुना होता है। यह नियम विद्युत क्षेत्र के निर्धारण में विशेष रूप से तब उपयोगी होता है जबकि आवेश वितरण में सरल सममिति हो।

(i) *एकसमान रैखिक आवेश घनत्व λ का पतला अनंत लंबाई का सीधा तार*

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{n}}$$

यहाँ r बिंदु की तार से लंबवत दूरी है तथा $\mathbf{n}$ उस बिंदु से गुज़रने वाले तार के अभिलंबवत तल में त्रिज्य एकांक सदिश है।

(ii) *एकसमान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ की पतली अनंत समतल चादर*

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$$

यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ समतल के अभिलंबवत पार्श्व के दोनों ओर बहिर्मुखी एकांक सदिश है।

(iii) *एकसमान पृष्ठीय आवेश घनत्व σ के पतले गोलीय खोल* (या कोश)

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (r \geq R)$$

$$\mathbf{E} = 0 \qquad (r < R)$$

यहाँ r गोलीय खोल के केंद्र से बिंदु की दूरी तथा R खोल की त्रिज्या है। खोल का कुल आवेश q है। जहाँ $q = 4\pi R^2\sigma$ है।

खोल के बाहर किसी बिंदु पर आवेशित खोल के कारण विद्युत क्षेत्र इस प्रकार होता है जैसे कि समस्त आवेश खोल के केंद्र पर ही केंद्रित है। यही परिणाम किसी एकसमान आयतन आवेश घनत्व के ठोस गोले के लिए भी सत्य होता है। खोल के अंदर सभी बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

© NCERT not to be republished

भौतिक राशि	प्रतीक	विमाएँ	मात्रक	टिप्पणी
सदिश क्षेत्रफल-अवयव	$\Delta\mathbf{S}$	$[L^2]$	m^2	$\Delta\mathbf{S} = \Delta S\ \hat{\mathbf{n}}$
विद्युत क्षेत्र	$\mathbf{E}$	$[MLT^{-3}A^{-1}]$	$V\ m^{-1}$	
वैद्युत फ्लक्स	ϕ	$[ML^3T^{-3}A^{-1}]$	$V\ m$	$\Delta\phi = \mathbf{E}.\Delta\mathbf{S}$
द्विध्रुव आघूर्ण	$\mathbf{p}$	$[LTA]$	$C\ m$	ऋणावेश से धनावेश की ओर निर्दिष्ट सदिश
आवेश घनत्वः				
रैखिक	λ	$[L^{-1}TA]$	$C\ m^{-1}$	आवेश/लंबाई
पृष्ठीय	σ	$[L^{-2}TA]$	$C\ m^{-2}$	आवेश/क्षेत्रफल
आयतन	ρ	$[L^{-3}TA]$	$C\ m^{-3}$	आवेश/आयतन

विचारणीय विषय

1. आपको यह आश्चर्य हो सकता है कि नाभिक में प्रोटॉन जिन पर धनावेश है, सभी एक साथ कसे रहकर कैसे समाए हुए हैं। वे एक-दूसरे से दूर क्यों नहीं उड़ जाते? आप यह सीखेंगे कि एक तीसरे प्रकार का मूल बल भी है जिसे प्रबल बल कहते हैं और यही बल प्रोटॉनों को एक साथ बाँधे रखता है। परंतु दूरी का वह परिसर जिसमें यह बल प्रभावी होता है, बहुत छोटा ~ 10^{-14} m है। यथार्थ रूप में यही नाभिक का साइज़ है। साथ ही क्वांटम यांत्रिकी के नियमों के अनुसार इलेक्ट्रॉनों को प्रोटॉनों के शीर्ष पर अर्थात नाभिक के भीतर बैठने की अनुमति भी नहीं है। इसी से परमाणुओं को उनकी रचना प्राप्त है और उनका प्रकृति में अस्तित्व है।
2. कूलॉम बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल समान व्युत्क्रम वर्ग नियम का पालन करते हैं। परंतु गुरुत्वाकर्षण बल का केवल एक ही चिह्न (सदैव आकर्षी) होता है, जबकि कूलॉम बल के दोनों चिह्न (आकर्षी तथा प्रतिकर्षी) हो सकते हैं, जिससे विद्युत बलों का निरसन हो सकता है। यही कारण है कि अत्यंत दुर्बल बल होने पर भी गुरुत्व बल प्रकृति में एक प्रबल तथा अधिक व्यापक बल हो सकता है।
3. यदि आवेश के मात्रक को कूलॉम के नियम द्वारा परिभाषित करना है तो कूलॉम के नियम में आनुपातिकता स्थिरांक k एक चयन का विषय है। परंतु SI मात्रकों में विद्युत धारा के मात्रक ऐम्पियर (A) को उसी के चुंबकीय प्रभाव (ऐम्पियर नियम) द्वारा परिभाषित किया जाता है तथा आवेश के मात्रक (कूलॉम) को केवल (1C = 1A s) द्वारा परिभाषित किया जाता है। इस प्रकरण में k का मान स्वैच्छिक नहीं है; यह लगभग $9 \times 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$ है।
4. स्थिरांक k का अत्यधिक बड़ा मान, अर्थात विद्युत प्रभाव की दृष्टि से आवेश के मात्रक (1C) का बड़ा आकार (मान) इस कारण से है क्योंकि (जैसा कि बिंदु 3 में उल्लेख किया जा चुका है) आवेश के मात्रक को चुंबकीय बलों (विद्युतवाही तारों पर लगे बलों) के पदों में परिभाषित किया गया है जो कि व्यापक रूप से वैद्युत बलों की तुलना में बहुत दुर्बल होते हैं। यही कारण है कि, 1 ऐम्पियर चुंबकीय प्रभावों के लिए युक्तिसंगत मात्रक है, 1 C = 1 A s वैद्युत प्रभावों के लिए एक अत्यधिक बड़ा मात्रक है।
5. आवेश का योज्यता गुणधर्म कोई सुस्पष्ट गुणधर्म नहीं है। यह इस तथ्य से संबंधित है कि वैद्युत आवेश से कोई दिशा संबद्ध नहीं होती, आवेश एक अदिश राशि है।
6. आवेश केवल घूर्णन के अंतर्गत ही अदिश (अथवा अचर/अपरिवर्तनीय) नहीं है; यह आपेक्षिक गति में भी निर्देश फ्रेमों के लिए अचर है। यह कथन प्रत्येक अदिश के लिए सदैव सत्य नहीं है। उदाहरणार्थ, गतिज ऊर्जा घूर्णन के अंतर्गत अदिश है, परंतु यह आपेक्षिक गतियों में निर्देश फ्रेमों के लिए अचर नहीं है, अथवा इस दृष्टि से तो द्रव्यमान भी अचर नहीं है।

© NCERT not to be republished

7. किसी वियुक्त निकाय के कुल आवेश का संरक्षण एक ऐसा गुणधर्म है जो बिंदु 6 के अंतर्गत आवेश की अदिश प्रकृति पर निर्भर नहीं करता। संरक्षण किसी दिए गए निर्देश फ्रेम में समय की अपरिवर्तनीयता की ओर संकेत करता है। कोई राशि अदिश होते हुए भी संरक्षित नहीं हो सकती (किसी अप्रत्यास्थ संघट्ट में गतिज ऊर्जा की भाँति)। इसके विपरीत, सदिश राशि का संरक्षण भी हो सकता है (उदाहरण के लिए किसी वियुक्त निकाय का कोणीय संवेग संरक्षण)।
8. वैद्युत आवेश का क्वांटमीकरण प्रकृति का मूल नियम है जिसकी अभी तक व्याख्या नहीं की जा सकी है। रोचक तथ्य यह है कि संहति के क्वांटमीकरण का कोई सदृश (अनुरूप) नियम नहीं है।
9. अध्यारोपण सिद्धांत को सुस्पष्ट नहीं मानना चाहिए अथवा इसे सदिशों के योग के नियम के समान नहीं मानना चाहिए। यह सिद्धांत दो बातें बताता है: किसी आवेश पर दूसरे आवेश के कारण बल किन्हीं अन्य आवेशों की उपस्थिति के कारण प्रभावित नहीं होता तथा यहाँ कोई अतिरिक्त त्रि-पिंड, चतु:-पिंड आदि बल नहीं होते जो केवल तभी उत्पन्न होते हैं जब दो से अधिक आवेश हों।
10. किसी विविक्त आवेश विन्यास के कारण विविक्त आवेशों की अवस्थिति पर विद्युत क्षेत्र परिभाषित नहीं है। संतत आयतन आवेश वितरण के लिए यह वितरण में किसी भी बिंदु पर परिभाषित होता है। किसी पृष्ठीय आवेश वितरण के लिए विद्युत क्षेत्र पृष्ठ के आर-पार विच्छिन्न होता है।
11. किसी आवेश विन्यास जिसमें कुल आवेश शून्य है, के कारण सभी बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र शून्य नहीं होता; उन दूरियों के लिए जो आवेश विन्यास के आकार की तुलना में बड़ी हैं, इसके क्षेत्र में कमी $1/r^2$ से भी अधिक तीव्र गति से होती है, जो कि किसी एकल आवेश के विद्युत क्षेत्र की विशेषता है। एक वैद्युत द्विध्रुव इस तथ्य का एक सरलतम उदाहरण है।

अभ्यास

1.1 वायु में एक-दूसरे से 30 cm दूरी पर रखे दो छोटे आवेशित गोलों पर क्रमश: 2×10^{-7}C तथा 3×10^{-7} C आवेश हैं। उनके बीच कितना बल है?

1.2 0.4 μC आवेश के किसी छोटे गोले पर किसी अन्य छोटे आवेशित गोले के कारण वायु में 0.2 N बल लगता है। यदि दूसरे गोले पर 0.8 μC आवेश हो तो (a) दोनों गोलों के बीच कितनी दूरी है? (b) दूसरे गोले पर पहले गोले के कारण कितना बल लगता है?

1.3 जाँच द्वारा सुनिश्चित कीजिए कि ke^2/Gm_em_p विमाहीन है। भौतिक नियतांकों की सारणी देखकर इस अनुपात का मान ज्ञात कीजिए। यह अनुपात क्या बताता है?

1.4 (a) "किसी वस्तु का वैद्युत आवेश क्वांटीकृत है," इस प्रकथन से क्या तात्पर्य है? (b) स्थूल अथवा बड़े पैमाने पर वैद्युत आवेशों से व्यवहार करते समय हम वैद्युत आवेश के क्वांटमीकरण की उपेक्षा कैसे कर सकते हैं?

1.5 जब काँच की छड़ को रेशम के टुकड़े से रगड़ते हैं तो दोनों पर आवेश आ जाता है। इसी प्रकार की परिघटना का वस्तुओं के अन्य युग्मों में भी प्रेक्षण किया जाता है। स्पष्ट कीजिए कि यह प्रेक्षण आवेश संरक्षण नियम से किस प्रकार सामंजस्य रखता है।

1.6 चार बिंदु आवेश $q_A = 2\ \mu$C, $q_B = -5\ \mu$C, $q_C = 2\ \mu$C तथा $q_D = -5\ \mu$C, 10 cm भुजा के किसी वर्ग ABCD के शीर्षों पर अवस्थित हैं। वर्ग के केंद्र पर रखे 1 μC आवेश पर लगने वाला बल कितना है?

1.7 (a) स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखा एक संतत वक्र होती है अर्थात कोई क्षेत्र रेखा एकाएक नहीं टूट सकती। क्यों?
(b) स्पष्ट कीजिए कि दो क्षेत्र रेखाएँ कभी भी एक-दूसरे का प्रतिच्छेदन क्यों नहीं करतीं?

© NCERT not to be republished

1.8 दो बिंदु आवेश $q_A = 3\ \mu C$ तथा $q_B = -3\ \mu C$ निर्वात में एक-दूसरे से 20 cm दूरी पर स्थित हैं।

(a) दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा AB के मध्य बिंदु O पर विद्युत क्षेत्र कितना है?

(b) यदि 1.5×10^{-9} C परिमाण का कोई ऋणात्मक परीक्षण आवेश इस बिंदु पर रखा जाए तो यह परीक्षण आवेश कितने बल का अनुभव करेगा?

1.9 किसी निकाय में दो आवेश $q_A = 2.5 \times 10^{-7}$ C तथा $q_B = -2.5 \times 10^{-7}$ C क्रमशः दो बिंदुओं A : (0, 0, –15 cm) तथा B : (0, 0, +15 cm) पर अवस्थित हैं। निकाय का कुल आवेश तथा वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण क्या है?

1.10 4×10^{-9} C m द्विध्रुव आघूर्ण का कोई वैद्युत द्विध्रुव 5×10^4 N C^{-1} परिमाण के किसी एकसमान विद्युत क्षेत्र की दिशा से 30° पर संरेखित है। द्विध्रुव पर कार्यरत बल आघूर्ण का परिमाण परिकलित कीजिए।

1.11 ऊन से रगड़े जाने पर कोई पॉलीथीन का टुकड़ा 3×10^{-7} C के ऋणावेश से आवेशित पाया गया।

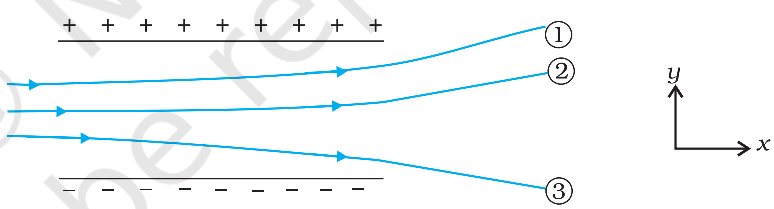
(a) स्थानांतरित (किस पदार्थ से किस पदार्थ में) इलेक्ट्रॉनों की संख्या आकलित कीजिए।

(b) क्या ऊन से पॉलीथीन में संहति का स्थानांतरण भी होता है?

1.12 (a) दो विद्युतरोधी आवेशित ताँबे के गोलों A तथा B के केंद्रों के बीच की दूरी 50 cm है। यदि दोनों गोलों पर पृथक-पृथक आवेश 6.5×10^{-7} C हैं, तो इनमें पारस्परिक स्थिरवैद्युत प्रतिकर्षण बल कितना है? गोलों के बीच की दूरी की तुलना में गोलों A तथा B की त्रिज्याएँ नगण्य हैं।

(b) यदि प्रत्येक गोले पर आवेश की मात्रा दो गुनी तथा गोलों के बीच की दूरी आधी कर दी जाए तो प्रत्येक गोले पर कितना बल लगेगा?

1.13 चित्र 1.30 में किसी एकसमान स्थिरवैद्युत क्षेत्र में तीन आवेशित कणों के पथचिह्न (tracks) दर्शाए गए हैं। तीनों आवेशों के चिह्न लिखिए। इनमें से किस कण का आवेश-संहति अनुपात (q/m) अधिकतम है?



चित्र 1.30

1.14 एकसमान विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E} = 3 \times 10^3\ \hat{\mathbf{i}}$ N/C पर विचार कीजिए।

(a) इस क्षेत्र का 10 cm भुजा के वर्ग के उस पार्श्व से जिसका तल *yz* तल के समांतर है, गुजरने वाला फ्लक्स क्या है?

(b) इसी वर्ग से गुजरने वाला फ्लक्स कितना है यदि इसके तल का अभिलंब *x*-अक्ष से 60° का कोण बनाता है?

1.15 अभ्यास 1.14 के एकसमान विद्युत क्षेत्र का 20 cm भुजा के किसी घन से (जो इस प्रकार अभिविन्यासित है कि उसके फलक निर्देशांक तलों के समांतर हैं) कितना नेट फ्लक्स गुजरेगा?

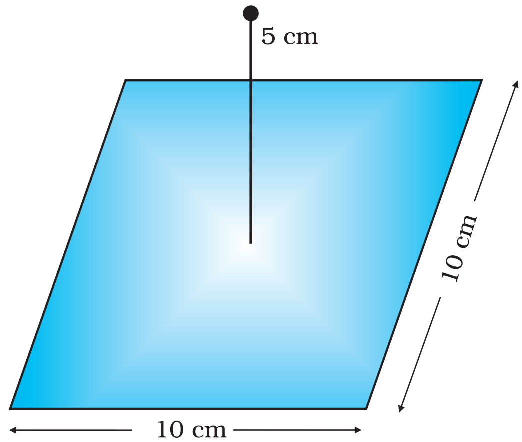
1.16 किसी काले बॉक्स के पृष्ठ पर विद्युत क्षेत्र की सावधानीपूर्वक ली गई माप यह संकेत देती है कि बॉक्स के पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स 8.0×10^3 N m^2/C है।

(a) बॉक्स के भीतर नेट आवेश कितना है?

(b) यदि बॉक्स के पृष्ठ से नेट बहिर्मुखी फ्लक्स शून्य है तो क्या आप यह निष्कर्ष निकालेंगे कि बॉक्स के भीतर कोई आवेश नहीं है? क्यों, अथवा क्यों नहीं?

1.17 चित्र 1.31 में दर्शाए अनुसार 10 cm भुजा के किसी वर्ग के केंद्र से ठीक 5 cm ऊँचाई पर कोई +10 μC आवेश रखा है। इस वर्ग से गुजरने वाले वैद्युत फ्लक्स का परिमाण क्या है? (*संकेत* : वर्ग को 10 cm किनारे के किसी घन का एक फलक मानिए।)

© NCERT not to be republished



चित्र 1.31

1.18 2.0 μC का कोई बिंदु आवेश किसी किनारे पर 9.0 cm किनारे वाले किसी घनीय गाउसीय पृष्ठ के केंद्र पर स्थित है। पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स क्या है?

1.19 किसी बिंदु आवेश के कारण उस बिंदु को केंद्र मानकर खींचे गए 10 cm त्रिज्या के गोलीय गाउसीय पृष्ठ पर वैद्युत फ्लक्स -1.0×10^3 N m^2/C। (a) यदि गाउसीय पृष्ठ की त्रिज्या दो गुनी कर दी जाए तो पृष्ठ से कितना फ्लक्स गुजरेगा? (b) बिंदु आवेश का मान क्या है?

1.20 10 cm त्रिज्या के चालक गोले पर अज्ञात परिणाम का आवेश है। यदि गोले के केंद्र से 20 cm दूरी पर विद्युत क्षेत्र 1.5×10^3 N/C त्रिज्यतः अंतर्मुखी (radially inward) है तो गोले पर नेट आवेश कितना है?

1.21 2.4 m व्यास के किसी एकसमान आवेशित चालक गोले का पृष्ठीय आवेश घनत्व 80.0 μC/m^2 है।

(a) गोले पर आवेश ज्ञात कीजिए।

(b) गोले के पृष्ठ से निर्गत कुल वैद्युत फ्लक्स क्या है?

1.22 कोई अनंत रैखिक आवेश 2 cm दूरी पर 9×10^4 N C^{-1} विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। रैखिक आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए।

1.23 दो बड़ी, पतली धातु की प्लेटें एक-दूसरे के समानांतर एवं निकट हैं। इनके भीतरी फलकों पर, प्लेटों के पृष्ठीय आवेश घनत्वों के चिह्न विपरीत हैं तथा इनका परिमाण 17.0×10^{-22} C/m^2 है। (a) पहली प्लेट के बाह्य क्षेत्र में, (b) दूसरी प्लेट के बाह्य क्षेत्र में, तथा (c) प्लेटों के बीच में विद्युत क्षेत्र **E** का परिमाण परिकलित कीजिए।

© NCERT not to be republished

अध्याय 2

स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता

12091CH02

© NCERT not to be republished

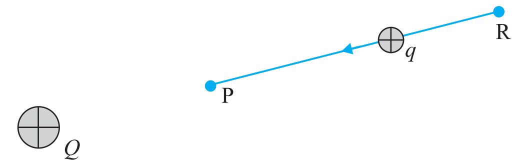
2.1 भूमिका

अध्याय 5 तथा 7 (कक्षा 11) में स्थितिज ऊर्जा की धारणा से आपको परिचित कराया गया था। जब कोई बाह्य बल किसी वस्तु को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक, किसी अन्य बल; जैसे–स्प्रिंग बल, गुरुत्वीय बल आदि के विरुद्ध, ले जाता है, तो उस बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य उस वस्तु में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। जब बाह्य बल हटा लिया जाता है तो वस्तु गति करने लगती है और कुछ गतिज ऊर्जा अर्जित कर लेती है, तथा उस वस्तु की उतनी ही स्थितिज ऊर्जा कम हो जाती है। इस प्रकार वस्तु की स्थितिज ऊर्जा तथा गतिज ऊर्जा का योग संरक्षित रहता है। इस प्रकार के बलों को *संरक्षी बल* कहते हैं। स्प्रिंग बल तथा गुरुत्वाकर्षण बल संरक्षी बल के उदाहरण हैं।

गुरुत्वाकर्षण बल की भाँति दो स्थिर आवेशों के बीच लगने वाला कूलॉम बल भी संरक्षी बल होता है। यह कोई आश्चर्य की बात नहीं है, क्योंकि गणितीय रूप में यह बल गुरुत्वाकर्षण बल के समान है; दोनों में दूरी की व्युत्क्रम वर्ग निर्भरता है और प्रमुख रूप से आनुपातिकता स्थिरांक में भिन्नता है। गुरुत्वाकर्षण नियम की संहतियाँ कूलॉम नियम में आवेशों द्वारा प्रतिस्थापित हो जाती हैं। इस प्रकार, गुरुत्वीय क्षेत्र में संहतियों की स्थितिज ऊर्जा की ही भाँति हम किसी स्थिरवैद्युत क्षेत्र में आवेश की स्थिरवैद्युत स्थितिज ऊर्जा को परिभाषित कर सकते हैं।

आवेश विन्यास के कारण किसी स्थिरवैद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ पर विचार कीजिए। सरलता की दृष्टि से पहले मूल बिंदु पर स्थित किसी आवेश Q के कारण क्षेत्र $\mathbf{E}$ पर विचार करते हैं। कल्पना कीजिए कि हम कोई परीक्षण आवेश q को आवेश Q के कारण आवेश q पर लगे प्रतिकर्षी बल के विरुद्ध, बिंदु R से बिंदु P तक लाते हैं। चित्र 2.1 के संदर्भ में ऐसा तभी होगा जब Q तथा q दोनों धनात्मक हों अथवा दोनों ऋणात्मक हों। सुनिश्चित करने के लिए, हम $Q, q > 0$ मानते हैं।

यहाँ दो टिप्पणियाँ की जा सकती हैं। पहली, हम यह मानते हैं कि परीक्षण आवेश q इतना छोटा है कि यह मूल विन्यास को विक्षुब्ध नहीं करता, यानी मूल बिंदु पर स्थित आवेश Q को विक्षुब्ध नहीं करता (अन्यथा हम किसी अनिर्दिष्ट बल द्वारा आवेश Q को मूल बिंदु पर दृढ़ करें)। दूसरी, आवेश q को R से P तक लाने के लिए हम एक बाह्य बल $\mathbf{F}_{ext}$ आरोपित करते हैं जो प्रतिकर्षी वैद्युत बल $\mathbf{F}_E$ (अर्थात $\mathbf{F}_{ext} = -\mathbf{F}_E$) को यथातथ्य प्रभावहीन कर देता है। इसका अर्थ यह हुआ कि जब आवेश q को R से P तक लाते हैं तो उस पर कोई नेट बल अथवा त्वरण कार्य नहीं करता–इसे अत्यंत धीमी नियत चाल से लाया जाता है। इस स्थिति में, बाह्य बल द्वारा आवेश पर किया गया कार्य वैद्युत बल द्वारा किए गए कार्य का ऋणात्मक होता है, तथा पूर्णत: आवेश q की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। यदि P पर पहुँच कर बाह्य बल को हटा दिया जाए तो वैद्युत बल आवेश q को Q से दूर भेज देगा – P पर संचित ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा) आवेश q को गतिज ऊर्जा प्रदान करने में खर्च हो जाती है तथा यह इस ढंग से होता है कि गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा का योग संरक्षित रहता है।



चित्र 2.1 एक परीक्षण आवेश q (>0) मूल बिंदु पर स्थित आवेश Q (>0) के कारण उस पर लगे प्रतिकर्षी बल के विरुद्ध बिंदु R से बिंदु P तक ले जाया जाता है।

इस प्रकार बाह्य बल द्वारा किसी आवेश q को बिंदु R से P तक ले जाने में किया गया कार्य

$$W_{RP} = \int_R^P \mathbf{F}_{ext} \cdot d\mathbf{r}$$

$$= -\int_R^P \mathbf{F}_E \cdot d\mathbf{r} \qquad (2.1)$$

यह कार्य स्थिरवैद्युत प्रतिकर्षी बल के विरुद्ध किया गया है, तथा यह स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।

विद्युत क्षेत्र के प्रत्येक बिंदु पर q आवेश के, किसी कण में एक निश्चित स्थिरवैद्युत स्थितिज ऊर्जा होती है तथा कण पर किया गया यह कार्य इसकी स्थितिज ऊर्जा में इतनी वृद्धि कर देता है जो R तथा P बिंदुओं के बीच स्थितिज ऊर्जा के अंतर के बराबर है।

इस प्रकार, स्थितिज ऊर्जा अंतर

$$\Delta U = U_P - U_R = W_{RP} \qquad (2.2)$$

(ध्यान दीजिए, यहाँ पर यह विस्थापन विद्युत बल के विपरीत है, इसलिए विद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है, अर्थात $-W_{RP}$)

अत:, दो बिंदुओं के बीच स्थिरवैद्युत स्थितिज ऊर्जा अंतर को हम इस प्रकार परिभाषित करते हैं – किसी यादृच्छिक आवेश विन्यास के विद्युत बल क्षेत्र में यह अंतर आवेश q को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक (बिना त्वरित किए) ले जाने के लिए आवश्यक बाह्य बल द्वारा किए जाने वाले न्यूनतम कार्य के बराबर होता है।

इस घटनाक्रम में दो महत्वपूर्ण टिप्पणियाँ की जा सकती हैं–

(i) समीकरण (2.2) का दायाँ पक्ष केवल आवेश की आरंभिक तथा अंतिम स्थितियों पर निर्भर करता है। इसका अर्थ यह है कि किसी स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा किसी आवेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में किया गया कार्य केवल आरंभिक तथा अंतिम स्थितियों (बिंदुओं) पर निर्भर करता है, उस पथ पर निर्भर नहीं करता जिससे होकर वह आवेश एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक जाता है (चित्र 2.2)। यह किसी संरक्षी बल का मूल अभिलक्षण है। स्थितिज ऊर्जा की धारणा अर्थपूर्ण नहीं रहेगी, यदि किया गया कार्य पथ पर निर्भर हो जाएगा। किसी स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य का पथ पर निर्भर न होना कूलॉम के नियम द्वारा सिद्ध किया जा सकता है। इसकी उपपत्ति हम यहाँ छोड़ रहे हैं।

© NCERT not to be republished

कॉन्ते एलेस्सैंद्रो वोल्टा (1745 –1827)

कॉन्ते एलेस्सैंद्रो वोल्टा (1745 – 1827) इटालियन भौतिकीविद, पविया में प्रोफ़ेसर थे। वोल्टा ने यह स्थापित किया कि लुइगी गैल्वनी 1737–1798, द्वारा, दो असमान धातुओं के संपर्क में लटके मेंढक के मांसपेशीय ऊतकों में देखी गई 'जैव विद्युत' जैव ऊतकों का कोई विशिष्ट गुण नहीं है, बल्कि, तब भी उत्पन्न हो जाती है जब कोई गीली वस्तु दो असमान धातुओं के बीच रखी जाती है। इससे उन्होंने प्रथम, *वोल्टीय पुंज* या बैटरी का विकास किया जिसमें धातु की चकतियों (विद्युदाग्रों) के बीच गत्ते की नम चकतियाँ (विद्युत अपघट्य) रखकर एक बड़ा पुंज बनाया था।

(ii) समीकरण (2.2) *स्थितिज ऊर्जा अंतर* की परिभाषा भौतिकी के नियमों के अनुसार अर्थपूर्ण राशि *कार्य* के पदों में करती है। स्पष्टत:, इस प्रकार परिभाषित स्थितिज ऊर्जा किसी योज्यता स्थिरांक के अंतर्गत अनिश्चित होती है। इसका यह अर्थ है कि स्थितिज ऊर्जा का वास्तविक मान भौतिक रूप से महत्वपूर्ण नहीं होता; केवल स्थितिज ऊर्जा के अंतर का ही महत्त्व होता है। हम सदैव ही कोई यादृच्छिक स्थिरांक α हर बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा के साथ जोड़ सकते हैं, क्योंकि इससे स्थितिज ऊर्जा अंतर के मान में कोई परिवर्तन नहीं होगा :

$$(U_P + \alpha) - (U_R + \alpha) = U_P - U_R$$

इसे इस प्रकार से भी व्यक्त कर सकते हैं : स्थितिज ऊर्जा को किस बिंदु पर शून्य मानें, इस बिंदु के चयन की स्वतंत्रता होती है। एक सुविधाजनक चयन यह है कि हम अनंत पर स्थिरवैद्युत स्थितिज ऊर्जा को शून्य मानें। इस चयन के अनुसार यदि हम बिंदु R को अनंत पर लें, तब समीकरण (2.2) से हमें प्राप्त होता है :

$$W_{\infty P} = U_P - U_\infty = U_P \qquad (2.3)$$

चूँकि यहाँ पर बिंदु P यादृच्छिक है, समीकरण (2.3) से हमें किसी बिंदु पर आवेश q की स्थितिज ऊर्जा की परिभाषा प्राप्त होती है – *किसी बिंदु पर आवेश q की स्थितिज ऊर्जा (किसी आवेश विन्यास के कारण क्षेत्र की उपस्थिति में) बाह्य बल (वैद्युत बल के समान तथा विपरीत) द्वारा आवेश q को अनंत से उस बिंदु तक ले जाने में किए गए कार्य के बराबर होती है।*

2.2 स्थिरवैद्युत विभव

किसी व्यापक स्थिर आवेश विन्यास पर विचार कीजिए। हमने किसी परीक्षण आवेश q पर स्थितिज ऊर्जा को किए गए कार्य के पदों में परिभाषित किया था। यह कार्य स्पष्ट रूप से q के अनुक्रमानुपाती है, चूँकि आवेश q पर किसी भी बिंदु पर $q\mathbf{E}$ बल कार्य करता है, यहाँ $\mathbf{E}$ आवेश विन्यास के कारण उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र है। अत: किए गए कार्य को आवेश q से विभाजित करना सुविधाजनक होता है, क्योंकि परिणामस्वरूप जो राशि प्राप्त होती है वह q पर निर्भर नहीं करती। दूसरे शब्दों में, प्रति एकांक आवेश पर किया गया कार्य आवेश विन्यास से संबद्ध विद्युत क्षेत्र का अभिलाक्षणिक गुण होता है। इससे हमें दिए गए आवेश विन्यास के कारण स्थिरवैद्युत विभव V की धारणा प्राप्त होती है। समीकरण (2.1) से हमें प्राप्त होता है–

बाह्य बल द्वारा किसी एकांक धनावेश को बिंदु R से P तक लाने में किया गया कार्य

$$= V_P - V_R \left(= \frac{U_P - U_R}{q} \right) \qquad (2.4)$$

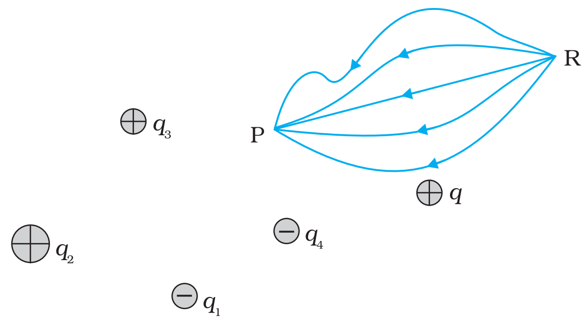
यहाँ V_P तथा V_R क्रमश: बिंदु P तथा R के स्थिरवैद्युत विभव हैं। ध्यान दीजिए, यहाँ भी पहले की भाँति विभव का वास्तविक मान उतना महत्वपूर्ण नहीं होता जितना कि भौतिक नियमों के अनुसार विभवांतर महत्वपूर्ण होता है। यदि पहले की भाँति, हम अनंत पर विभव को शून्य चुनें (मानें), तब समीकरण (2.4) से यह उपलक्षित होता है कि–

बाह्य बल द्वारा किसी एकांक धनावेश को अनंत से किसी बिंदु तक लाने में किया गया कार्य = उस बिंदु पर स्थिरवैद्युत विभव (V)

not to be republished © NCERT

दूसरे शब्दों में, स्थिरवैद्युत क्षेत्र के प्रदेश के किसी बिंदु पर स्थिरवैद्युत विभव (V) वह न्यूनतम कार्य है जो किसी एकांक धनावेश को अनंत से उस बिंदु तक लाने में किया जाता है।

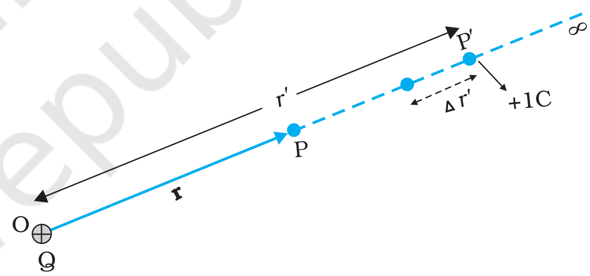
स्थितिज ऊर्जा के विषय में पहले की गई विशेष टिप्पणी विभव की परिभाषा पर भी लागू होती है। प्रति एकांक परीक्षण आवेश पर किया गया कार्य ज्ञात करने के लिए हमें अत्यल्प परीक्षण आवेश δq लेना होता है, इसे अनंत से उस बिंदु तक लाने में किया गया कार्य δW ज्ञात करके $\delta W/\delta q$ अनुपात का मान निर्धारित करना होता है। साथ ही पथ के प्रत्येक बिंदु पर बाह्य बल उस बिंदु पर परीक्षण आवेश पर लगने वाले स्थिरवैद्युत बल के बराबर तथा विपरीत होना चाहिए।



चित्र 2.2 किसी आवेश विन्यास के कारण स्थिरवैद्युत क्षेत्र द्वारा परीक्षण आवेश q पर किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता, यह केवल अंतिम तथा आरंभिक स्थितियों पर निर्भर करता है।

2.3 बिंदु आवेश के कारण विभव

मूल बिंदु पर स्थित किसी बिंदु आवेश Q पर विचार कीजिए (चित्र 2.3)। सुस्पष्टता की दृष्टि से Q को धनात्मक लीजिए। हम बिंदु P पर मूल बिंदु से स्थिति सदिश **r** के साथ विभव निर्धारित करना चाहते हैं। इसके लिए हमें एकांक धनावेश को अनंत से उस बिंदु तक लाने में किया गया कार्य परिकलित करना चाहिए। $Q > 0$ के लिए, परीक्षण आवेश पर प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध किया गया कार्य धनात्मक होता है। चूँकि किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता, हम अनंत से बिंदु P तक अरीय दिशा के अनुदिश कोई सुगम पथ का चयन करते हैं।



चित्र 2.3 आवेश Q के कारण बिंदु P पर विभव, किसी एकांक धनात्मक परीक्षण आवेश को, आवेश Q ($Q > 0$) के कारण प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध, अनंत से बिंदु P तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है।

पथ के किसी मध्यवर्ती बिंदु P′ पर, किसी एकांक धनावेश पर स्थिरवैद्युत बल

$$\frac{Q \times 1}{4\pi\varepsilon_o r'^2}\hat{\mathbf{r}}' \qquad (2.5)$$

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}'$, OP′ के अनुदिश कोई एकांक सदिश है। इस बल के विरुद्ध r' से $r' + \Delta r'$ तक एकांक धनावेश को ले जाने में किया गया कार्य–

$$\Delta W = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r'^2}\Delta r' \qquad (2.6)$$

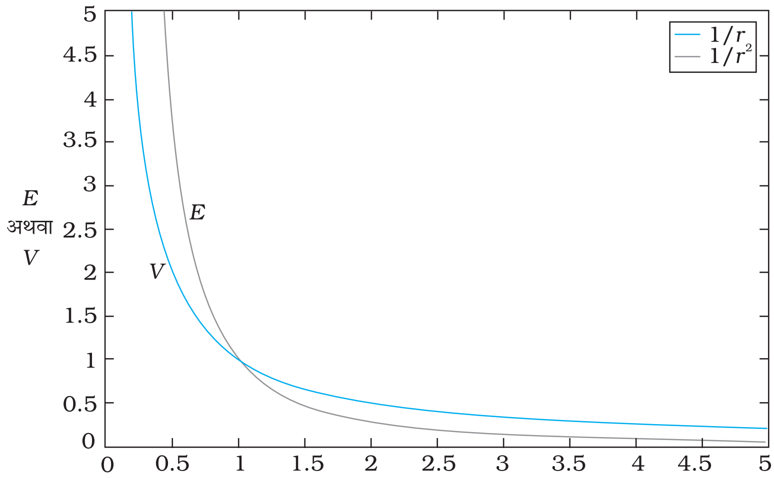
यहाँ ऋणात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि $\Delta r' < 0$, तथा ΔW धनात्मक है। समीकरण (2.6) को $r' = \infty$ से $r' = r$ तक समाकलित करने पर बाह्य बल द्वारा किया गया कुल कार्य (W) प्राप्त होगा।

$$W = -\int_{\infty}^{r}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r'^2}dr' = \left.\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r'}\right|_{\infty}^{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} \qquad (2.7)$$

परिभाषा के अनुसार यह आवेश Q के कारण P पर विभव है अतः

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r} \qquad (2.8)$$

© NCERT not to be republished



चित्र 2.4 किसी बिंदु आवेश Q के लिए दूरी r में परिवर्तन के साथ विभव में परिवर्तन $(Q/4\pi\varepsilon_0)\ m^{-1}$ के मात्रकों में (नीला वक्र) तथा दूरी r में परिवर्तन के साथ विद्युत क्षेत्र में परिवर्तन $(Q/4\pi\varepsilon_0)\ m^{-2}$ काला वक्र।

समीकरण (2.8) आवेश Q के किसी भी चिह्न के लिए सत्य है यद्यपि हमने इस संबंध की व्युत्पत्ति के समय $Q > 0$ माना था। $Q < 0$, $V < 0$ के लिए, अर्थात् अनंत से उस बिंदु तक एकांक परीक्षण धनावेश को लाने के लिए किया गया कार्य (बाह्य बल द्वारा) ऋणात्मक है। यह इस कथन के तुल्य है कि एकांक धनावेश को अनंत से बिंदु P तक लाने में स्थिरवैद्युत बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है [यह ऐसा ही है जैसा कि होना चाहिए, चूँकि $Q < 0$ के लिए, एकांक धनावेश पर बल आकर्षी है, अतः स्थिरवैद्युत बल तथा विस्थापन (अनंत से P तक) दोनों एक ही दिशा में हैं]। अंत में यदि हम समीकरण (2.8) पर ध्यान दें, तो पाते हैं कि यह समीकरण हमारे उस चयन से मेल खाता है जिसमें हमने अनंत पर विभव को शून्य माना था।

चित्र (2.4) में यह दर्शाया गया है कि किस प्रकार स्थिरवैद्युत विभव $(\propto 1/r)$ तथा स्थिरवैद्युत क्षेत्र $(\propto 1/r^2)$ दूरी r के साथ परिवर्तित होते हैं।

उदाहरण 2.1

(a) आवेश 4×10^{-7}C के कारण इससे 9 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर विभव परिकलित कीजिए।

(b) अब, आवेश 2×10^{-9} C को अनंत से बिंदु P तक लाने में किया गया कार्य ज्ञात कीजिए। क्या उत्तर जिस पथ के अनुदिश आवेश को लाया गया है उस पर निर्भर करता है?

हल

(a) $V = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{Q}{r} = 9\times10^{9}\ Nm^2\ C^{-2} \times \dfrac{4\times10^{-7}C}{0.09\,m}$

$= 4 \times 10^4$ V

(b) $W = qV = 2\times10^{-9}C \times 4\times10^{4}V$

$= 8 \times 10^{-5}$ J

नहीं, कार्य पथ पर निर्भर नहीं होगा। कोई भी यादृच्छिक अत्यल्प पथ दो लंबवत विस्थापनों में वियोजित किया जा सकता है : एक **r** के अनुदिश तथा दूसरा **r** के लंबवत। बाद के प्रकरण के तदनुरूपी किया गया कार्य शून्य होगा।

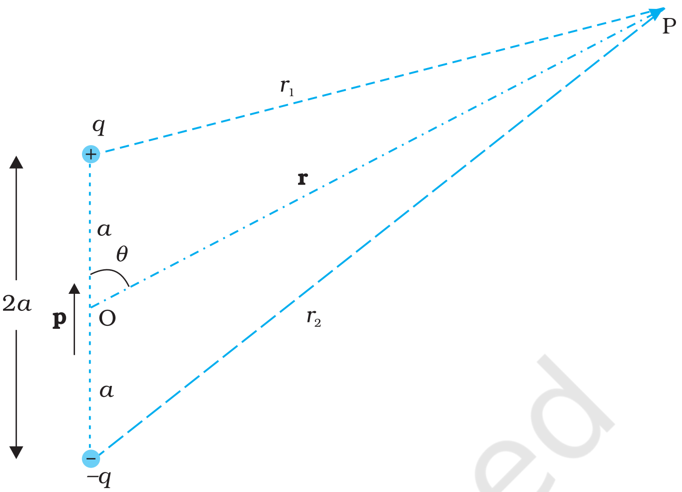
उदाहरण 2.1

2.4 वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव

जैसा कि हम पिछले अध्याय में जान ही चुके हैं कि वैद्युत द्विध्रुव दो बिंदु आवेशों q तथा $-q$ से मिलकर बनता है तथा इन आवेशों के बीच (लघु) पृथकन $2a$ होता है। इसका कुल आवेश शून्य होता है तथा यह द्विध्रुव सदिश **p** जिसका परिमाण $q \times 2a$ तथा दिशा $-q$ से q के अनुदिश होती है, के अभिलाक्षणिक गुण द्वारा प्रकट किया जाता है (चित्र 2.5)। हमने यह भी देखा कि किसी बिंदु पर वैद्युत द्विध्रुव का स्थिति सदिश **r** सहित विद्युत क्षेत्र मात्र r के परिमाण पर ही निर्भर नहीं

करता वरन् **r** तथा **p** के बीच के कोण पर भी निर्भर करता है। साथ ही, वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, अधिक दूरियों पर, $1/r^2$ के अनुसार नहीं घटती (जो एकल आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र के लिए प्ररूपी है) वरन् $1/r^3$ के अनुसार घटती है। यहाँ हम किसी द्विध्रुव के कारण वैद्युत विभव का निर्धारण करेंगे तथा इसकी तुलना एक आवेश के कारण विभव से करेंगे।

पहले की ही भांति, हम द्विध्रुव के केंद्र को मूल बिंदु पर रखते हैं। अब हम यह जानते हैं कि विद्युत क्षेत्र अध्यारोपण सिद्धांत का पालन करते हैं। चूँकि विभव विद्युत क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य से संबंधित है, स्थिरवैद्युत विभव भी अध्यारोपण सिद्धांत का पालन करता है। इस प्रकार किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव आवेशों q तथा $-q$ के कारण विभवों का योग होता है।



चित्र 2.5 द्विध्रुव के कारण विभव के परिकलन में सम्मिलित राशियाँ।

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) \quad (2.9)$$

यहाँ r_1 तथा r_2 बिंदु P की क्रमशः q तथा $-q$ से दूरियाँ हैं। अब, ज्यामिति द्वारा

$$r_1^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\theta$$

$$r_2^2 = r^2 + a^2 + 2ar\cos\theta \quad (2.10)$$

हम r को a की तुलना में अत्यधिक बड़ा ($r >> a$) मानते हैं तथा केवल a/r के प्रथम कोटि के पदों को ही सम्मिलित करते हैं :

$$r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\cong r^2\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r}\right) \quad (2.11)$$

इसी प्रकार,

$$r_2^2 \cong r^2\left(1 + \frac{2a\cos\theta}{r}\right) \quad (2.12)$$

द्विपद समीकरण का उपयोग करके a/r के प्रथम कोटि के पदों को सम्मिलित करने पर

$$\frac{1}{r_1} \cong \frac{1}{r}\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r}\right)^{-1/2} \cong \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right) \quad [2.13(a)]$$

$$\frac{1}{r_2} \cong \frac{1}{r}\left(1 + \frac{2a\cos\theta}{r}\right)^{-1/2} \cong \frac{1}{r}\left(1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right) \quad [2.13(b)]$$

समीकरणों (2.9) तथा (2.13) तथा $p = 2qa$ का उपयोग करने पर,

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2a\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_o r^2} \quad (2.14)$$

अब, $P\cos\theta = \mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{r}}$

© NCERT not to be republished

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}$ स्थिति सदिश **OP** के अनुदिश एकांक सदिश है।

तब किसी द्विध्रुव का वैद्युत विभव

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{r}}}{r^2}\,; \qquad (r >> a) \tag{2.15}$$

जैसा कि संकेत दिया गया है, समीकरण (2.15) केवल उन दूरियों के लिए जो द्विध्रुव के आकार की तुलना में अत्यधिक बड़ी हैं, जिसके कारण a/r के उच्च कोटि के पदों की नगण्य मानकर उपेक्षा कर दी गई है, ही सन्निकटतः सत्य है। परंतु, किसी बिंदु द्विध्रुव **p** के लिए मूल बिंदु पर समीकरण (2.15) यथार्थ है।

समीकरण (2.15) से, द्विध्रुव अक्ष ($\theta = 0, \pi$) पर विभव

$$V = \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{p}{r^2} \tag{2.16}$$

(धनात्मक चिह्न $\theta = 0$ के लिए तथा ऋणात्मक चिह्न $\theta = \pi$ के लिए है)। निरक्षीय (विषुवत) समतल ($\theta = \pi/2$) में विभव शून्य है।

किसी द्विध्रुव के वैद्युत विभव तथा एकल आवेश के वैद्युत विभव के तुलनात्मक महत्वपूर्ण लक्षण समीकरणों (2.8) तथा (2.15) से स्पष्ट हैं :

(i) किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव केवल दूरी r पर ही निर्भर नहीं करता, वरन् स्थिति सदिश **r** तथा द्विध्रुव आघूर्ण **p** के बीच के कोण पर भी निर्भर करता है। (तथापि यह **p** के परितः अक्षतः सममित होता है। अतः यदि आप **p** के परितः स्थिति सदिश **r** को, कोण θ को नियत रखते हुए, घूर्णन कराएँ, तो बिंदु P के सदृश घूर्णन के फलस्वरूप बने शंकु पर बिंदुओं पर वही विभव होगा जो बिंदु P पर है।)

(ii) अधिक दूरियों पर वैद्युत द्विध्रुव के कारण विभव $1/r^2$ के अनुपात में घटता है, न कि $1/r$ के अनुपात में, जो कि एकल आवेश के कारण विभव का एक अभिलाक्षणिक गुण है। (इसके लिए आप चित्र 2.4 में दर्शाए r व $1/r^2$ तथा $1/r$ व r के बीच वक्रों का उल्लेख कर सकते हैं जिन्हें किसी अन्य संदर्भ में खींचा गया है)।

2.5 आवेशों के निकाय के कारण विभव

किसी आवेशों $q_1, q_2, \ldots, q_n$ के ऐसे निकाय पर विचार कीजिए जिनके किसी मूल बिंदु के सापेक्ष स्थिति सदिश क्रमशः $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_n$ हैं (चित्र 2.6)। बिंदु P पर आवेश q_1 के कारण विभव

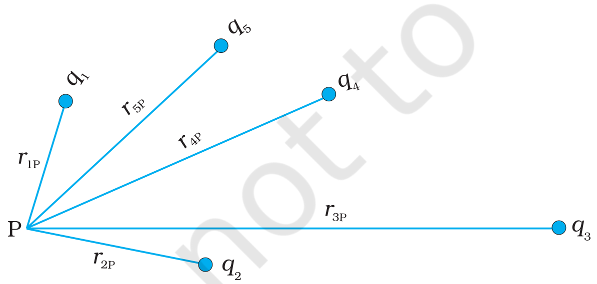
$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1}{r_{1P}}$$

यहाँ r_{1P} बिंदु P तथा आवेश q_1 के बीच की दूरी है।

इसी प्रकार बिंदु P पर आवेश q_2 के कारण विभव V_2 तथा आवेश q_3 के कारण विभव V_3 को भी व्यक्त कर सकते हैं

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_2}{r_{2P}}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_3}{r_{3P}}$$

यहाँ r_{2P} तथा r_{3P} बिंदु P की क्रमशः q_2 तथा q_3 से दूरियाँ हैं। इसी प्रकार हम अन्य आवेशों के कारण बिंदु P पर विभव व्यक्त कर सकते हैं। अध्यारोपण सिद्धांत के अनुसार, समस्त आवेश विन्यास के कारण बिंदु P पर विभव V, विन्यास के व्यष्टिगत आवेशों के विभवों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है :



चित्र 2.6 किसी बिंदु पर आवेशों के निकाय के कारण विभव उस बिंदु पर व्यष्टिगत आवेशों के कारण विभवों के योग के बराबर होता है।

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n \tag{2.17}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + \ldots\ldots + \frac{q_n}{r_{nP}}\right) \tag{2.18}$$

© NCERT not to be republished

यदि हमारे पास आवेश घनत्व ρ के अभिलाक्षणिक गुण का कोई संतत आवेश वितरण है तो पहले की भाँति उसे हम Δv साइज़ के $\rho\Delta v$ आवेशयुक्त लघु आयतन अवयवों में विभाजित कर सकते हैं। तब हम प्रत्येक आयतन अवयव के कारण विभव निर्धारित करके और समस्त योगदानों का योग करके (सही शब्दों में, समाकलित करके) समस्त आवेश वितरण के कारण विभव ज्ञात कर सकते हैं।

अध्याय 1 में हम अध्ययन कर चुके हैं कि किसी एकसमान आवेशित गोलीय खोल के कारण किसी बाहर स्थित बिंदु के लिए विद्युत क्षेत्र इस प्रकार होता है, मानो खोल का समस्त आवेश उसके केंद्र पर संकेंद्रित हो। अत: खोल के बाहर स्थित किसी बिंदु पर आवेशित कोश के कारण विभव

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r} \quad (r \geq R) \qquad [2.19(a)]$$

यहाँ q गोलीय खोल पर समस्त आवेश तथा R गोलीय कोश की त्रिज्या है। कोश के भीतर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इससे यह ध्वनित होता है (देखिए अनुभाग 2.6) कि खोल के भीतर विभव नियत रहता है (क्योंकि खोल के भीतर आवेश को गति कराने से कोई कार्य नहीं होता), और, इसीलिए यह खोल के पृष्ठ के विभव के समान होता है।

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{R} \qquad [2.19(b)]$$

उदाहरण 2.2 3×10^{-8}C तथा -2×10^{-8}C के दो आवेश एक-दूसरे से 15 cm दूरी पर रखे हैं। इन दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के किस बिंदु पर वैद्युत विभव शून्य है? अनंत पर वैद्युत विभव शून्य लीजिए।

हल मान लीजिए धनावेश मूल बिंदु O पर रखा है। दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा x-अक्ष है; तथा ऋणावेश मूल बिंदु के दाईं ओर रखा है (चित्र 2.7 देखिए)।

चित्र 2.7

मान लीजिए x-अक्ष पर वह वांछित बिंदु P है जहाँ वैद्युत विभव शून्य है। यदि बिंदु P का x-निर्देशांक x है, तो स्पष्ट रूप से x धनात्मक होना चाहिए। ($x < 0$ के लिए यह संभव नहीं हो सकता कि दो आवेशों के कारण वैद्युत विभव जुड़कर शून्य हो जाए।) यदि x मूल बिंदु O तथा A के बीच कहीं स्थित है, तो

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{3\times10^{-8}}{x\times10^{-2}} - \frac{2\times10^{-8}}{(15-x)\times10^{-2}}\right] = 0$$

यहाँ x को cm में लिया गया है। अर्थात

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{15-x} = 0$$

अथवा x = 9 cm

यदि बिंदु x विस्तारित रेखा OA पर है, तो वांछित शर्त के अनुसार

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-15} = 0$$

उदाहरण 2.2

© NCERT not to be republished

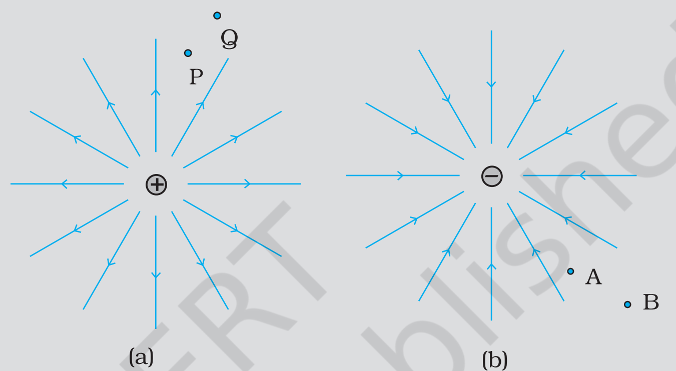
उदाहरण 2.2

अथवा

$x = 45$ cm

इस प्रकार, धनावेश से 9 cm तथा 45 cm दूर ऋणावेश की ओर वैद्युत विभव शून्य है। ध्यान दीजिए, यहाँ परिकलनों के लिए वांछित सूत्र को अनंत पर वैद्युत विभव शून्य मानकर ही व्युत्पन्न किया गया था।

उदाहरण 2.3 (a) तथा (b) में क्रमशः एकल धन तथा ऋण आवेशों की क्षेत्र रेखाएँ दर्शायी गई हैं



चित्र 2.8

(a) विभवांतर $V_P - V_Q$; $V_B - V_A$ के चिह्न बताइए।

(b) बिंदु Q और P; A और B के बीच एक छोटे से ऋण आवेश की स्थितिज ऊर्जा के अंतर का चिह्न बताइए।

(c) Q से P तक एक छोटे धनावेश को ले जाने में क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य का चिह्न बताइए।

(d) B से A तक एक छोटे से ऋण आवेश को ले जाने के लिए बाह्य साधन द्वारा किए गए कार्य का चिह्न बताइए।

(e) B से A तक जाने में क्या एक छोटे से ऋणावेश की गतिज ऊर्जा बढ़ेगी या घटेगी?

हल

(a) चूँकि $V \propto \frac{1}{r}$, $V_P > V_Q$; इस प्रकार, $(V_P - V_Q)$ धनात्मक है। तथा V_A से V_B कम ऋणात्मक है। इसलिए, $V_B > V_A$ अथवा $(V_B - V_A)$ धनात्मक है।

(b) कोई लघु ऋणावेश धनावेश की ओर आकर्षित होगा। ऋणावेश स्थितिज उच्च ऊर्जा से निम्न स्थितिज ऊर्जा की ओर गति करते हैं। अतः Q और P के बीच किसी लघु ऋणावेश की स्थितिज ऊर्जा के अंतर का चिह्न धनात्मक है।

इसी प्रकार, $(\text{स्थितिज ऊर्जा})_A > (\text{स्थितिज ऊर्जा})_B$ है। अतः स्थितिज ऊर्जा अंतर का चिह्न धनात्मक है।

(c) किसी लघु धनावेश को Q से P तक ले जाने में बाह्य एजेंसी को विद्युत क्षेत्र के विरुद्ध कार्य करना होता है। अतः, विद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है।

(d) किसी लघु ऋणावेश को B से A तक ले जाने में बाह्य एजेंसी को कार्य करना होता है जो धनात्मक है।

(e) ऋणावेश पर प्रतिकर्षी बल लगने के कारण वेग घटता है अतः B से A तक जाने में गतिज ऊर्जा घट जाती है।

उदाहरण 2.3

भौतिकी

वैद्युत विभव, समविभव पृष्ठ
http://video.mit.edu/watch/4-electrostatic-potential-electric-energy-ev-conservative-field-equipotential-surfaces-12584/

© NCERT not to be republished

2.6 समविभव पृष्ठ

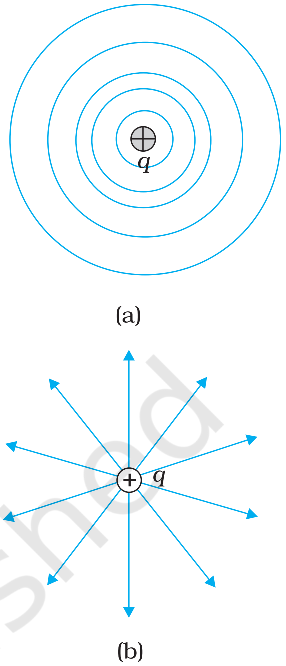
कोई समविभव पृष्ठ ऐसा पृष्ठ होता है जिसके पृष्ठ के हर बिंदु पर विभव नियत रहता है। किसी एकल आवेश q के लिए, समीकरण (2.8) द्वारा वैद्युत विभव–

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

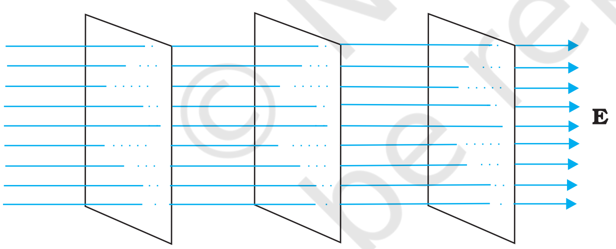
इससे यह प्रकट होता है कि यदि r नियत है तो V नियत रहता है। इस प्रकार किसी एकल आवेश के लिए समविभव पृष्ठ संकेंद्री गोले होते हैं जिनके केंद्र पर वह आवेश स्थित होता है।

अब किसी एकल आवेश q के लिए विद्युत क्षेत्र रेखाएँ आवेश से आरंभ होने वाली अथवा उस आवेश पर समाप्त होने वाली (यह निर्भर करता है कि आवेश q धनात्मक है अथवा ऋणात्मक) अरीय रेखाएँ होती हैं। स्पष्ट है, किसी समविभव पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र सदैव ही उस बिंदु पर अभिलंबवत होता है। यह व्यापक रूप से सत्य है : *किसी भी आवेश विन्यास के लिए किसी भी बिंदु से गुजरने वाला समविभव पृष्ठ उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र के अभिलंबवत होता है।* इस प्रकथन की व्युत्पत्ति सरल है।

यदि विद्युत क्षेत्र समविभव पृष्ठ के अभिलंबवत नहीं है; तो इस क्षेत्र का पृष्ठ के अनुदिश कोई शून्येतर घटक होगा। किसी एकांक परीक्षण आवेश का क्षेत्र के इस घटक की विरुद्ध दिशा में गति कराने के लिए कुछ कार्य करना आवश्यक होगा। परंतु यह किसी समविभव पृष्ठ की परिभाषा के विरुद्ध है : समविभव पृष्ठ के किन्हीं भी दो बिंदुओं के बीच कोई विभवांतर नहीं होता, तथा इस पृष्ठ पर किसी परीक्षण आवेश को गति कराने के लिए कोई कार्य करना आवश्यक नहीं होता। अतः किसी समविभव पृष्ठ के सभी बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अभिलंबवत होता है। समविभव पृष्ठ किसी आवेश विन्यास के चारों ओर की विद्युत क्षेत्र रेखाओं के दृश्यों के वैकल्पिक दृश्य प्रस्तुत करते हैं।

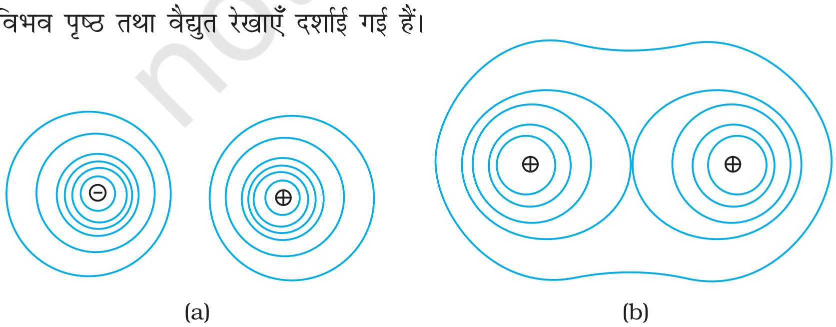


चित्र 2.9 किसी एकल आवेश q के लिए (a) समविभव पृष्ठ संकेंद्री गोलीय पृष्ठ होते हैं जिनके केंद्र पर आवेश स्थित होता है, तथा (b) यदि $q > 0$ है, तो क्षेत्र रेखाएँ आवेश से आरंभ होने वाली अरीय रेखाएँ होती हैं।



चित्र 2.10 किसी एकसमान विद्युत क्षेत्र के लिए समविभव पृष्ठ।

किसी अक्ष के अनुदिश, मान लीजिए x-अक्ष के अनुदिश किसी एकसमान विद्युत क्षेत्र **E** के लिए, समविभव पृष्ठ x-अक्ष के अभिलंबवत, अर्थात y-z तल के समांतर तल होते हैं (चित्र 2.10)। चित्र 2.11 में (a) किसी वैद्युत द्विध्रुव तथा (b) में दो सर्वसम धनावेशों के कारण समविभव पृष्ठ तथा वैद्युत रेखाएँ दर्शाई गई हैं।

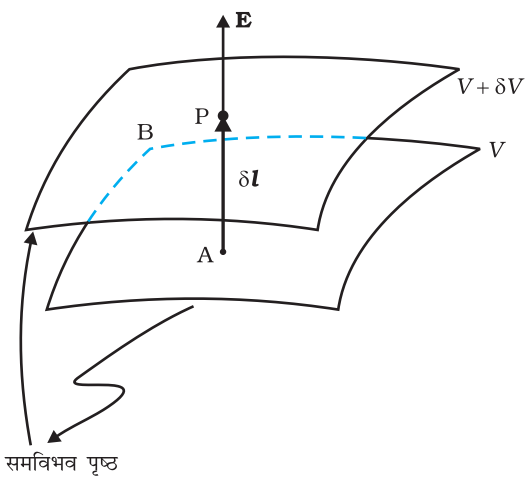


चित्र 2.11(a) किसी वैद्युत द्विध्रुव तथा **(b)** दो सर्वसम धनावेशों के क्षेत्र के लिए कुछ समविभव पृष्ठ।

© NCERT not to be republished

2.6.1 विद्युत क्षेत्र तथा वैद्युत विभव में संबंध

एक-दूसरे के पास रखे दो समविभव पृष्ठों A तथा B (चित्र 2.12) जिनके विभवों के मान क्रमश: V तथा $V + \delta V$ हैं, यहाँ δV विद्युत क्षेत्र **E** की दिशा में V में परिवर्तन है। मान लीजिए पृष्ठ B पर कोई बिंदु P है। मान लीजिए पृष्ठ A की बिंदु P से लंबवत दूरी δl है। यह भी मानिए कि विद्युत क्षेत्र के विरुद्ध कोई एकांक धनावेश इस लंब के अनुदिश पृष्ठ B से पृष्ठ A पर ले जाया जाता है। इस प्रक्रिया में किया गया कार्य $|\mathbf{E}|\,\delta l$ है।



चित्र 2.12 विभव से क्षेत्र पर।

यह कार्य विभवांतर $V_A - V_B$ के बराबर है।

इस प्रकार

$$|\mathbf{E}|\,\delta l = V - (V + \delta V) = -\delta V$$

अर्थात $$|\mathbf{E}| = -\frac{\delta V}{\delta l} \qquad (2.20)$$

स्पष्ट है कि δV ऋणात्मक है, $\delta V = -|\delta V|$ हम समीकरण (2.20) को दुबारा इस प्रकार लिख सकते हैं :

$$|\mathbf{E}| = -\frac{\delta V}{\delta l} = +\frac{|\delta V|}{\delta l} \qquad (2.21)$$

इस प्रकार हम विद्युत क्षेत्र तथा वैद्युत विभव से संबंधित दो महत्वपूर्ण निष्कर्षों पर पहुँचते हैं –

(i) *विद्युत क्षेत्र उस दिशा में होता है जहाँ विभव में सर्वाधिक ह्रास होता है।*

(ii) *किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण, उस बिंदु पर समविभव पृष्ठ के अभिलंबवत विभव के परिमाण में प्रति एकांक विस्थापन परिवर्तन द्वारा व्यक्त किया जाता है।*

2.7 आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा

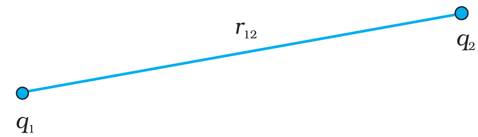
पहले हम एक सरल प्रकरण पर विचार करते हैं जिसमें किसी मूल बिंदु के सापेक्ष $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ स्थिति सदिशों वाले दो आवेश q_1 तथा q_2 हैं। आइए इस विन्यास के निर्माण में किए गए कार्य (बाह्य) का परिकलन करें। इसका अर्थ यह है कि पहले आरंभ में हम दोनों आवेशों q_1 तथा q_2 को अनंत पर मानें तथा बाद में बाह्य एजेंसी द्वारा उन्हें इनकी वर्तमान स्थितियों तक लाने में किए गए कार्य का परिकलन करें। मान लीजिए, हम पहले आवेश q_1 को अनंत से बिंदु $\mathbf{r}_1$ तक लाते हैं। चूँकि इस स्थिति में कोई बाह्य क्षेत्र नहीं है, जिसके विरुद्ध कार्य करने की आवश्यकता पड़े, अत: q_1 को अनंत से $\mathbf{r}_1$ तक लाने में किया गया कार्य शून्य है। यह आवेश दिक्स्थान में एक विभव V_1 उत्पन्न करता है

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_{1P}}$$

यहाँ r_{1P} दिक्स्थान के किसी बिंदु P की q_1 की स्थिति से दूरी है। विभव की परिभाषा से, आवेश q_2 को अनंत से बिंदु $\mathbf{r}_2$ तक लाने में किया गया कार्य $\mathbf{r}_2$ पर q_1 द्वारा विभव का q_2 गुना होता है–

$$q_2 \text{ पर किया गया कार्य } = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

यहाँ r_{12} बिंदु 1 तथा 2 के बीच की दूरी है।



चित्र 2.13 आवेशों q_1 तथा q_2 के निकाय की स्थितिज ऊर्जा आवेशों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

चूँकि स्थिरवैद्युत बल संरक्षी है, यह कार्य निकाय की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। अतः दो आवेशों q_1 तथा q_2 के निकाय की स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} \tag{2.22}$$

स्पष्ट है, कि यदि पहले q_2 को उसकी वर्तमान स्थिति पर लाया जाता और तत्पश्चात q_1 को लाया जाता, तो भी स्थितिज ऊर्जा U इतनी ही होती। अधिक व्यापक रूप में, समीकरण (2.22) में दर्शाया गया स्थितिज ऊर्जा के लिए व्यंजक, सदैव ही अपरिवर्तित रहता है, चाहे निर्दिष्ट स्थानों पर आवेशों को किसी भी प्रकार से लाया जाए। यह स्थिरवैद्युत बलों के लिए कार्य की पथ-स्वतंत्रता के कारण होता है।

समीकरण (2.22) q_1 तथा q_2 के किसी भी चिह्न के लिए सत्य है। यदि $q_1 q_2 > 0$ है, तो स्थितिज ऊर्जा धनात्मक होती है। यह अपेक्षित भी है, क्योंकि सजातीय आवेशों ($q_1 q_2 > 0$) के लिए, स्थिरवैद्युत बल प्रतिकर्षी होता है तथा आवेशों को अनंत से किसी परिमित दूरी तक इस प्रतिकर्षी बल के विरुद्ध लाने में धनात्मक कार्य करना पड़ता है। इसके विपरीत, विजातीय आवेशों ($q_1 q_2 < 0$) के लिए स्थिरवैद्युत बल आकर्षी होता है। इस प्रकरण में, आवेशों को उनकी दी गई स्थितियों से अनंत तक इस आकर्षी बल के विरुद्ध ले जाने में धनात्मक कार्य करना पड़ता है। दूसरे शब्दों में, उत्क्रमित पथ (अनंत से वर्तमान स्थितियों तक) के लिए कार्य के ऋणात्मक परिमाण की आवश्यकता होती है जिसके कारण स्थितिज ऊर्जा ऋणात्मक होती है।

समीकरण (2.22) को आसानी से आवेशों के कितनी भी संख्या के निकाय के लिए व्यापक बनाया जा सकता है। आइए, अब हम तीन आवेशों q_1, q_2 तथा q_3 जो क्रमशः $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ तथा $\mathbf{r}_3$ पर स्थित हैं, के निकाय की स्थितिज ऊर्जा परिकलित करें। पहले q_1 को अनंत से $\mathbf{r}_1$ तक लाने में कोई कार्य नहीं होता। तत्पश्चात हम q_2 को अनंत से $\mathbf{r}_2$ तक लाते हैं। पहले की ही भाँति इस चरण में किया गया कार्य

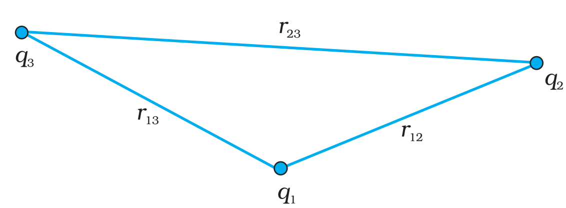
$$q_2 V_1(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} \tag{2.23}$$

आवेश q_1 तथा q_2 अपने चारों ओर विभव उत्पन्न करते हैं, किसी बिंदु P पर यह विभव

$$V_{1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}}\right) \tag{2.24}$$

आवेश q_3 को अनंत से बिंदु $\mathbf{r}_3$ तक लाने में किया गया कार्य $\mathbf{r}_3$ पर $V_{1,2}$ का q_3 गुना होता है।

अतः $$q_3 V_{1,2}(\mathbf{r}_3) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right) \tag{2.25}$$



चित्र 2.14 चित्र में दिए गए संकेतों सहित समीकरण (2.26) में तीन आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा दी गई है।

आवेशों को उनकी दी गई स्थितियों पर एकत्र करने में किया गया कुल कार्य विभिन्न चरणों [समीकरण (2.23) तथा समीकरण (2.25)] में किए गए कार्यों का योग करने पर प्राप्त होता है।

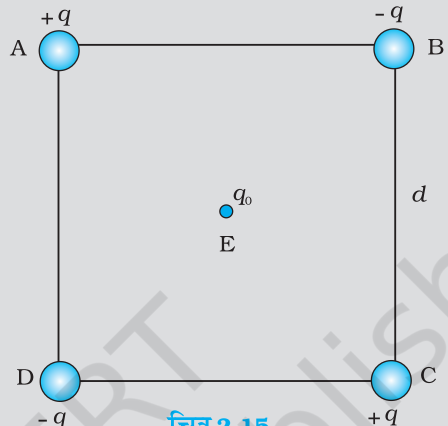
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right) \tag{2.26}$$

यहाँ फिर, स्थिरवैद्युत बल की संरक्षी प्रकृति के कारण (अथवा तुल्य रूप में, कार्य की पथ-स्वतंत्रता) स्थितिज ऊर्जा U को अंतिम व्यंजक, समीकरण (2.26), विन्यास को किस प्रकार संयोजित किया गया है, उसके क्रम पर निर्भर नहीं करता। *स्थितिज ऊर्जा विन्यास की*

© NCERT not to be republished

वर्तमान अवस्था का अभिलाक्षणिक गुण होता है, यह इस बात पर निर्भर नहीं करता कि इस विन्यास को किस प्रकार प्राप्त किया गया है।

उदाहरण 2.4 चित्र 2.15 में दर्शाए अनुसार चार आवेश भुजा d वाले किसी वर्ग ABCD के शीर्षों पर व्यवस्थित किए गए हैं। (a) इस व्यवस्था को एक साथ बनाने में किया गया कार्य ज्ञात कीजिए। (b) कोई आवेश q_0 वर्ग के केंद्र E पर लाया जाता है तथा चारों आवेश अपने शीर्षों पर दृढ़ रहते हैं। ऐसा करने के लिए कितना अतिरिक्त कार्य करना पड़ता है?



चित्र 2.15

हल

(a) चूँकि किया गया कार्य आवेशों की अंतिम व्यवस्था पर निर्भर करता है, उन्हें किस प्रकार एक साथ लाया गया है, पर निर्भर नहीं करता, हम आवेशों को A, B, C, तथा D पर रखने के एक ढंग के लिए आवश्यक कार्य का परिकलन करेंगे। मान लीजिए पहले आवेश $+q$ को A पर लाया जाता है, तत्पश्चात आवेशों $-q$, $+q$ तथा $-q$ को क्रमशः B, C तथा D पर लाया जाता है। किए गए कुल कार्यों का परिकलन निम्नलिखित चरणों में किया जा सकता है :

(i) आवेश $+q$ को A पर लाने में किया गया कार्य जब कहीं भी कोई आवेश नहीं है: यह शून्य है।

(ii) आवेश $-q$ को B पर लाने में किया गया कार्य जब $+q$ शीर्ष A पर है। यह (B पर आवेश) × (A पर आवेश $+q$ के कारण बिंदु B पर स्थिरवैद्युत विभव)

$$= -q \times \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_o d}\right) = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o d}$$

(iii) आवेश $+q$ को C पर लाने में किया गया कार्य जब $+q$ शीर्ष A पर तथा $-q$ शीर्ष B पर है। यह (C पर आवेश) × (A तथा B पर आवेशों के कारण C पर विभव)

$$= +q\left(\frac{+q}{4\pi\varepsilon_o d\sqrt{2}} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_o d}\right)$$

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_o d}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

(iv) आवेश $-q$ को D पर लाने में किया गया कार्य जब $+q$ शीर्ष A पर, $-q$ शीर्ष B पर तथा $+q$ शीर्ष C पर हैं। यह (D पर आवेश) × (A, B तथा C पर आवेशों के कारण D पर विभव)

$$= -q\left(\frac{+q}{4\pi\varepsilon_o d} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_o d\sqrt{2}} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_o d}\right)$$

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_o d}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

उदाहरण 2.4

चारों चरणों (i), (ii), (iii) एवं (iv) के कार्यों को जोड़ने पर, आवश्यक कुल कार्य

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_o d}\left\{(0)+(1)+\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}$$

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_o d}\left(4-\sqrt{2}\right)$$

यह कार्य केवल आवेशों की व्यवस्था पर निर्भर करता है, इस बात पर निर्भर नहीं करता कि इन्हें कैसे व्यवस्थित किया गया है। परिभाषा के अनुसार यह आवेशों की कुल स्थिरवैद्युत ऊर्जा है।

(विद्यार्थी अपनी इच्छानुसार आवेशों को किसी भी अन्य क्रम में लेकर इसी कार्य/ऊर्जा को परिकलित करने का प्रयास कर सकते हैं और यह देखकर अपने को संतुष्ट कर सकते हैं कि हर प्रकरण में ऊर्जा समान रहती है।)

(b) जबकि चारों आवेश A, B, C तथा D पर हैं, आवेश q_0 को बिंदु E पर लाने में किया गया अतिरिक्त कार्य q_0 × (A, B, C तथा D पर हैं आवेशों के कारण E पर स्थिरवैद्युत विभव) के बराबर है। स्पष्ट रूप से बिंदु E पर स्थिरवैद्युत विभव शून्य है, क्योंकि A तथा C पर आवेशों के कारण विभव B तथा D द्वारा निरस्त हो जाते हैं। अत: बिंदु E तक किसी भी आवेश को लाने में कोई कार्य करना नहीं पड़ता है।

उदाहरण 2.4

2.8 बाह्य क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा

2.8.1 एकल आवेश की स्थितिज ऊर्जा

अनुभाग 2.7 में विद्युत क्षेत्र के स्रोत का विशेष उल्लेख किया गया–आवेश तथा उनकी स्थितियाँ–तथा उन आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा निर्धारित की गई। इस अनुभाग में हम इससे संबंधित परंतु भिन्न प्रश्न पूछते हैं। किसी दिए गए क्षेत्र में किसी आवेश q की स्थितिज ऊर्जा क्या होती है? वास्तव में, यह प्रश्न आरंभ बिंदु था जो हमें स्थिरवैद्युत विभव की धारणा की ओर ले गया था (देखिए अनुभाग 2.1 तथा 2.2)। परंतु यही प्रश्न हम फिर दुबारा यह स्पष्ट करने के लिए पूछ रहे हैं कि किस रूप में यह अनुभाग 2.7 में की गई चर्चा से भिन्न है।

यहाँ प्रमुख अंतर यह है कि अब हम यहाँ पर किसी *बाह्य क्षेत्र* में आवेश (अथवा आवेशों) की स्थितिज ऊर्जा के विषय में चर्चा कर रहे हैं। इसमें बाह्य क्षेत्र **E** उन दिए गए आवेशों द्वारा उत्पन्न नहीं किया जाता जिनकी स्थितिज ऊर्जा का हम परिकलन करना चाहते हैं। विद्युत क्षेत्र **E** उस स्रोत द्वारा उत्पन्न किया जाता है जो दिए गए आवेश (आवेशों) की दृष्टि से बाह्य होता है। बाह्य स्रोत ज्ञात हो सकता है परंतु प्राय: ये स्रोत अज्ञात अथवा अनिर्दिष्ट होते हैं, जो कुछ भी यहाँ निर्दिष्ट होता है वह है विद्युत क्षेत्र **E** अथवा बाह्य स्रोतों के कारण स्थिरवैद्युत विभव V। हम यह मानते हैं कि आवेश q बाह्य क्षेत्र उत्पन्न करने वाले स्रोतों को सार्थक रूप से प्रभावित नहीं करता। यदि q अत्यधिक छोटा है, तो यह सत्य है अथवा कुछ अनिर्दिष्ट बलों के प्रभाव में बाह्य स्रोतों को दृढ़ रखा जा सकता है। यदि q परिमित है तो भी इसके बाह्य स्रोतों पर प्रभाव की उन परिस्थितियों में उपेक्षा की जा सकती है, जिनमें बहुत दूर अनंत पर स्थित अत्यधिक प्रबल स्रोत हमारी रुचि के क्षेत्र में कोई परिमित क्षेत्र **E** उत्पन्न करता है। फिर ध्यान दीजिए, हमारी रुचि किसी बाह्य क्षेत्र में, दिए गए आवेश q (तत्पश्चात आवेशों के किसी निकाय) की स्थितिज ऊर्जा निर्धारित करने में है; हमें बाह्य विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करने वाले स्रोत की स्थितिज ऊर्जा में कोई रुचि नहीं है।

बाह्य विद्युत क्षेत्र **E** तथा तदनुरूपी बाह्य विभव V का मान एक बिंदु से दूसरे बिंदु पर जाने में परिवर्तित हो सकता है। परिभाषा के अनुसार, किसी बिंदु P पर विभव V एकांक धनावेश को अनंत से उस बिंदु P तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है (हम निरंतर ही अनंत पर विभव

© NCERT not to be republished

को शून्य मानते रहेंगे)। अतः किसी आवेश q को अनंत से बाह्य क्षेत्र के किसी बिंदु P तक लाने में किया गया कार्य qV होता है। यह कार्य आवेश q में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। यदि बिंदु P का किसी मूल बिंदु के सापेक्ष कोई स्थिति सदिश **r** है, तो हम यह लिख सकते हैं कि:

किसी बाह्य क्षेत्र में आवेश q की **r** पर स्थितिज ऊर्जा

$$= qV(\mathbf{r}) \tag{2.27}$$

यहाँ $V(\mathbf{r})$ बिंदु **r** पर बाह्य विभव है।

इस प्रकार, यदि आवेश $q = e = 1.6\times10^{-19}$ C का कोई इलेक्ट्रॉन किसी विभवान्तर $\Delta V=1$ वोल्ट द्वारा त्वरित किया जाता है, तो वह ऊर्जा $q\Delta V = 1.6 \times 10^{-19}$J अर्जित करेगा। ऊर्जा के इस मात्रक को 1 *इलेक्ट्रॉन वोल्ट,* अर्थात 1 eV=1.6×10^{-19}J के रूप में परिभाषित करते हैं। eV पर आधारित मात्रकों का सर्वाधिक उपयोग आण्विक, नाभिकीय तथा कण भौतिकी में किया जाता है, (1 keV = 10^3eV = 1.6×10^{-16}J, 1 MeV = 10^6eV = 1.6×10^{-13}J, 1 GeV = 10^9eV = 1.6×10^{-10}J तथा 1 TeV = 10^{12}eV = 1.6×10^{-7}J) [इसे भौतिकी भाग I कक्षा 11 पृष्ठ 119 सारणी 6.1 में पहले ही परिभाषित किया जा चुका है।]

2.8.2 किसी बाह्य क्षेत्र में दो आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा

अब हम यह पूछते हैं : किसी बाह्य क्षेत्र में क्रमशः $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर स्थित दो आवेशों q_1 तथा q_2 की स्थितिज ऊर्जा क्या होती है? इस विन्यास का निर्माण करने में किए गए कार्य का परिकलन करने के लिए आइए यह कल्पना करें कि पहले हम आवेश q_1 को अनंत से $\mathbf{r}_1$ तक लाते हैं। समीकरण (2.27) के अनुसार, इस चरण में किया गया कार्य $q_1 V(\mathbf{r}_1)$ है। अब हम आवेश q_2 को $\mathbf{r}_2$ तक लाने में किए जाने वाले कार्य पर विचार करते हैं। इस चरण में केवल बाह्य क्षेत्र **E** के विरुद्ध ही कार्य नहीं होता, वरन् q_1 के कारण क्षेत्र के विरुद्ध भी कार्य करना होता है। अतः

q_2 पर बाह्य क्षेत्र के विरुद्ध किया गया कार्य

$$= q_2 V(\mathbf{r}_2)$$

q_2 पर q_1 के कारण क्षेत्र के विरुद्ध किया गया कार्य

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o r_{12}}$$

यहाँ r_{12} आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच की दूरी है। ऊपर हमने समीकरण (2.27) तथा (2.22) का उपयोग किया है। क्षेत्रों के लिए अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा हम q_2 पर दो क्षेत्रों (**E** तथा q_1 के कारण क्षेत्र) के विरुद्ध किए गए कार्यों को जोड़ते हैं। अतः

q_2 को $\mathbf{r}_2$ तक लाने में किया गया कार्य

$$= q_2 V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_o r_{12}} \tag{2.28}$$

इस प्रकार,

निकाय की स्थितिज ऊर्जा

= विन्यास के निर्माण में किया गया कार्य

$$= q_1 V(\mathbf{r}_1) + q_2 V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} \tag{2.29}$$

उदाहरण 2.5

उदाहरण 2.5

(a) दो आवेशों 7 μC तथा –2 μC जो क्रमशः (–9 cm, 0, 0) तथा (9 cm, 0, 0) पर स्थित हैं, के ऐसे निकाय, जिस पर कोई बाह्य क्षेत्र आरोपित नहीं है, की स्थिरवैद्युत स्थितिज की ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

(b) दोनों आवेशों को एक-दूसरे से अनंत दूरी तक पृथक करने के लिए कितने कार्य की आवश्यकता होगी?

(c) माना कि अब इस आवेश निकाय को किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र $E = A\,(1/r^2)$; $A = 9 \times 10^5\,\text{Ne}^{-1}\,\text{m}^2$ में रखा गया है। इस विन्यास की स्थिरवैद्युत ऊर्जा का परिकलन करें।

हल

(a) $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q_1 q_2}{r} = 9\times10^9 \times \dfrac{7\times(-2)\times10^{-12}}{0.18} = -0.7\ \text{J}$

(b) $W = U_2 - U_1 = 0 - U = 0 - (-0.7) = 0.7\ \text{J}$

(c) दो आवेशों की पारस्परिक अन्योन्य ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है। साथ ही यहाँ पर दो आवेशों की बाह्य विद्युत क्षेत्र के साथ अन्योन्य क्रिया की ऊर्जा भी है। अतः हम यह पाते हैं कि

$$q_1 V(\mathbf{r}_1) + q_2 V(\mathbf{r}_2) = A\frac{7\mu\text{C}}{0.09\text{m}} + A\frac{-2\mu\text{C}}{0.09\text{m}}$$

तथा नेट स्थिरवैद्युत ऊर्जा का मान है

$$q_1 V(\mathbf{r}_1) + q_2 V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} = A\frac{7\,\mu\text{C}}{0.09\,\text{m}} + A\frac{-2\,\mu\text{C}}{0.09\,\text{m}} - 0.7\,\text{J}$$

$$= 70 - 20 - 0.7 = 49.3\,\text{J}$$

उदाहरण 2.5

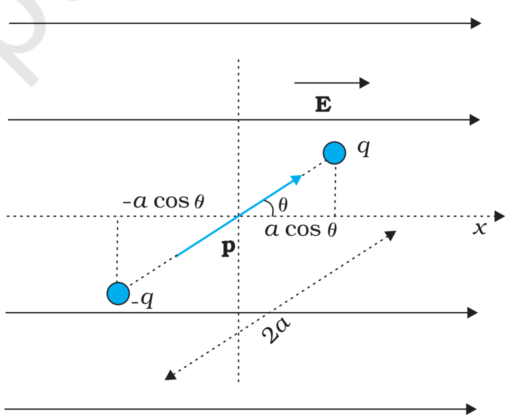
2.8.3 बाह्य क्षेत्र में द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

चित्र 2.16 में दर्शाए अनुसार किसी एकसमान विद्युत क्षेत्र **E** में रखे आवेशों $q_1 = +q$ तथा $q_2 = -q$ के द्विध्रुव पर विचार कीजिए।

जैसाकि हमने पिछले अध्याय में देखा, एकसमान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव किसी नेट बल का अनुभव नहीं करता; परंतु एक बल आघूर्ण का अनुभव करता है जो इस प्रकार है :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}\times\mathbf{E} \qquad (2.30)$$

यह इसमें घूर्णन की प्रवृत्ति उत्पन्न करेगा (जब तक **p** तथा **E** एक-दूसरे के समांतर अथवा प्रतिसमांतर नहीं हैं)। मान लीजिए कोई बाह्य बल आघूर्ण $\boldsymbol{\tau}_{\text{बाह्य}}$ इस प्रकार लगाया जाता है कि वह इस बल आघूर्ण को ठीक-ठीक उदासीन कर देता है और इसे कागज़ के तल *बिना किसी कोणीय त्वरण* के अत्यंत सूक्ष्म कोणीय चाल से कोण θ_0 से कोण θ_1 पर घूर्णित कर देता है। इस बाह्य बल आघूर्ण द्वारा किया गया कार्य



चित्र 2.16 किसी विद्युत द्विध्रुव की एकसमान बाह्य क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा।

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \tau_{\text{बाह्य}}(\theta)d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_1} pE\sin\theta\, d\theta$$

$$= pE(\cos\theta_0 - \cos\theta_1) \qquad (2.31)$$

यह कार्य निकाय में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। तब हम स्थितिज ऊर्जा $U(\theta)$ को द्विध्रुव के किसी झुकाव θ से संबद्ध कर सकते हैं। अन्य स्थितिज ऊर्जाओं की भाँति यहाँ हमें उस कोण के चयन की स्वतंत्रता है जिस पर विभव स्थितिज ऊर्जा U शून्य माना जाए। प्राकृतिक चयन के अनुसार $\theta_0 = \pi/2$ लिया जाना चाहिए। (इसका स्पष्टीकरण चर्चा के अंत में दिया गया है।) तब हम यह लिख सकते हैं,

$$U(\theta) = pE\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\theta\right) = -pE\cos\theta = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E} \qquad (2.32)$$

वैकल्पिक रूप से इस व्यंजक को समीकरण (2.29) से भी समझा जा सकता है। हम समीकरण (2.29) का प्रयोग दो आवेशों $+q$ तथा $-q$ के वर्तमान निकाय के लिए करते हैं। तब स्थितिज ऊर्जा के व्यंजक को इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है :

$$U'(\theta) = q[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \tag{2.33}$$

यहाँ $\mathbf{r_1}$ तथा $\mathbf{r_2}$ दो आवेशों $+q$ तथा $-q$ के स्थिति सदिशों को दर्शाते हैं। अब $\mathbf{r_1}$ तथा $\mathbf{r_2}$ के बीच विभवांतर एकांक धनावेश को क्षेत्र के विरुद्ध $\mathbf{r_2}$ से $\mathbf{r_1}$ तक लाने में किए गए कार्य के बराबर है। बल के समांतर विस्थापन $2a\cos\theta$ है। इस प्रकार $[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] = -E \times 2a\cos\theta$, इस प्रकार, हमें प्राप्त होता है। चूँकि एक नियतांक स्थितिज ऊर्जा के लिए नगण्य है, हम समीकरण (2.34) में दूसरे पद को छोड़ सकते हैं। तब यह समीकरण (2.32) बन जाता है।

$$U'(\theta) = -pE\cos\theta - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} = -\mathbf{p}\ \mathbf{E} - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \tag{2.34}$$

ध्यान दीजिए कि $U'(\theta)$ तथा $U(\theta)$ में एक राशि का अंतर है जो किसी दिए गए द्विध्रुव के लिए मात्र एक नियतांक है। स्थितिज ऊर्जा के लिए नियतांक महत्वपूर्ण नहीं है, अतः समीकरण (2.34) से हम द्वितीय पद को छोड़ सकते हैं। इस प्रकार से यह समीकरण (2.32) के रूप में आ जाता है।

अब हम यह समझ सकते हैं कि हमने $\theta_0=\pi/2$ क्यों लिया था। इस प्रकरण में $+q$ तथा $-q$ को बाह्य क्षेत्र **E** के विरुद्ध लाने में किए जाने वाले कार्य समान तथा विपरीत हैं और निरासित हो जाते हैं, अर्थात $q\,[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] = 0$

उदाहरण 2.6

उदाहरण 2.6 एक पदार्थ के अणु में 10^{-29} cm का स्थायी वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण है। 10^6 V m^{-1} परिमाण के एक शक्तिशाली स्थिरवैद्युत क्षेत्र को लगाकर इस पदार्थ के एक मोल (निम्न ताप पर) को ध्रुवित किया गया है। अचानक क्षेत्र की दिशा 60º कोण से बदल दी जाती है। क्षेत्र की नयी दिशा में द्विध्रुवों को पंक्तिबद्ध करने में उन्मुक्त ऊष्मा ऊर्जा का आकलन कीजिए। सुविधा के लिए नमूने का ध्रुवण 100% माना जा सकता है।

हल यहाँ प्रत्येक अणु का द्विध्रुव आघूर्ण = 10^{-29} C m

चूँकि किसी पदार्थ के एक मोल में 6×10^{23} अणु होते हैं, अतः सारे अणुओं का कुल द्विध्रुव आघूर्ण, $p = 6 \times 10^{23} \times 10^{-29}$ C m $= 6 \times 10^{-6}$ C m

आरंभिक स्थितिज ऊर्जा $U_i = -pE\cos\theta = -6\times10^{-6}\times10^{6}\cos 0° = -6$ J

अंतिम स्थितिज ऊर्जा (जब $\theta = 60°$), $U_f = -6 \times 10^{-6} \times 10^{6}\cos 60° = -3$ J

स्थितिज ऊर्जा में अंतर = –3 J – (–6J) = 3 J

अतः, यहाँ ऊर्जा की हानि होती है। पदार्थ द्वारा द्विध्रुवों को पंक्तिबद्ध करने में ऊष्मा के रूप में यह ऊर्जा मुक्त होनी चाहिए।

2.9 चालक-स्थिरवैद्युतिकी

अध्याय 1 में चालकों तथा विद्युतरोधी पदार्थों का संक्षेप में वर्णन किया गया था। चालकों में गतिशील आवेश वाहक होते हैं। धात्विक चालकों में ये वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं। धातुओं में, बाह्य (संयोजी) इलेक्ट्रॉन अपने परमाणु से अलग होकर गति करने के लिए मुक्त होते हैं। ये इलेक्ट्रॉन धातु के अंदर गति करने के लिए मुक्त होते हैं परंतु धातु से मुक्त नहीं हो सकते। ये मुक्त इलेक्ट्रॉन एक प्रकार की 'गैस' की भाँति आपस में परस्पर तथा आयनों से टकराते हैं तथा विभिन्न दिशाओं में यादृच्छिक गति करते हैं। किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र में, ये क्षेत्र की दिशा के विपरीत बहते हैं। नाभिकों के इस प्रकार धन आयन तथा परिबद्ध इलेक्ट्रॉन अपनी नियत स्थितियों पर ही दृढ़ रहते हैं। अपघटनी चालकों में धनायन तथा ऋणायन दोनों ही आवेश वाहक होते हैं; परंतु इस प्रकरण में स्थिति अधिक जटिल

© NCERT not to be republished

होती है–आवेश वाहकों की गति बाह्य विद्युत क्षेत्र के साथ-साथ रासायनिक बलों (अध्याय 3 देखिए) द्वारा भी प्रभावित होती है। यहाँ हम अपनी चर्चा ठोस धात्विक चालकों तक ही सीमित रखेंगे। आइए चालक-स्थिरवैद्युतिकी से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण परिणामों पर ध्यान दें।

1. चालक के भीतर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है

किसी उदासीन अथवा आवेशित चालक पर विचार कीजिए। यहाँ कोई बाह्य स्थिरवैद्युत क्षेत्र भी हो सकता है। स्थैतिक स्थिति में, जब चालक के भीतर अथवा उसके पृष्ठ पर कोई विद्युत धारा नहीं होती, तब चालक के भीतर हर स्थान पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इस तथ्य को किसी चालक को परिभाषित करने के गुण के रूप में माना जा सकता है। चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं। जब तक विद्युत क्षेत्र शून्य नहीं है, मुक्त आवेश वाहक एक बल का अनुभव करेंगे और उनमें बहाव होगा। स्थैतिक स्थिति में मुक्त इलेक्ट्रॉन स्वयं को इस प्रकार वितरित कर लेते हैं कि चालक के भीतर हर स्थान पर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। *किसी चालक के भीतर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है।*

2. आवेशित चालक के पृष्ठ पर, पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र अभिलंबवत होना चाहिए

यदि **E** पृष्ठ के अभिलंबवत नहीं है तो उसका पृष्ठ के अनुदिश कोई शून्येतर घटक होगा। तब पृष्ठ के मुक्त इलेक्ट्रॉन पृष्ठ पर किसी बल का अनुभव करेंगे और गति करेंगे। अतः, स्थैतिक स्थिति में **E** का कोई स्पर्श रेखीय घटक नहीं होना चाहिए। इस प्रकार, *किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के हर बिंदु पर पृष्ठ के अभिलंबवत होना चाहिए।* (किसी चालक के लिए जिस पर कोई पृष्ठीय आवेश घनत्व नहीं है, उसके पृष्ठ तक पर भी क्षेत्र शून्य होता है।) परिणाम 5 देखिए।

3. स्थैतिक स्थिति में किसी चालक के अभ्यंतर में कोई अतिरिक्त आवेश नहीं हो सकता

किसी उदासीन चालक के प्रत्येक लघु आयतन अथवा पृष्ठीय अवयव में धनात्मक तथा ऋणात्मक आवेश समान मात्रा में होते हैं। जब किसी चालक को आवेशित किया जाता है, तो स्थैतिक स्थिति में अतिरिक्त आवेश केवल उसके पृष्ठ पर विद्यमान रहता है। यह गाउस नियम से स्पष्ट है। किसी चालक के भीतर किसी यादृच्छिक आयतन अवयव v पर विचार कीजिए। आयतन अवयव v को परिबद्ध करने वाले किसी बंद पृष्ठ S पर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इस प्रकार, S से गुजरने वाला कुल फ्लक्स शून्य है। अतः गाउस नियम के अनुसार S पर परिबद्ध कोई नेट आवेश नहीं है। परंतु पृष्ठ S को आप जितना छोटा चाहें, उतना छोटा बना सकते हैं, अर्थात आयतन v को अत्यल्प (लोपी बिंदु तक छोटा) बनाया जा सकता है। इसका अभिप्राय यह हुआ कि *चालक के भीतर कोई नेट आवेश नहीं है तथा यदि कोई अतिरिक्त आवेश है तो उसे पृष्ठ पर विद्यमान होना चाहिए।*

4. चालक के समस्त आयतन में स्थिरवैद्युत विभव नियत रहता है तथा इसका मान इसके पृष्ठ पर भी समान (भीतर के बराबर) होता है

यह उपरोक्त परिणाम 1 तथा 2 का अनुवर्ती है। चूँकि किसी चालक के भीतर $\mathbf{E} = 0$ तथा इसका पृष्ठ पर कोई स्पर्श रेखीय घटक नहीं होता अतः इसके भीतर अथवा पृष्ठ पर किसी छोटे परीक्षण आवेश को गति कराने में कोई कार्य नहीं होता। अर्थात, चालक के भीतर अथवा उसके पृष्ठ पर दो बिंदुओं के बीच कोई विभवांतर नहीं होता। यही वांछित परिणाम है। यदि चालक आवेशित है तो चालक के पृष्ठ के अभिलंबवत विद्युत क्षेत्र होता है; इसका यह अभिप्राय है कि चालक के पृष्ठ के किसी बिंदु का विभव चालक से तुरंत बाहर के बिंदु के विभव से भिन्न होगा।

किसी यादृच्छिक आकार, आकृति तथा आवेश विन्यास के चालकों के निकाय में प्रत्येक चालक का अपना एक नियत मान का अभिलाक्षणिक विभव होगा, परंतु यह नियत मान एक चालक से दूसरे चालक का भिन्न हो सकता है।

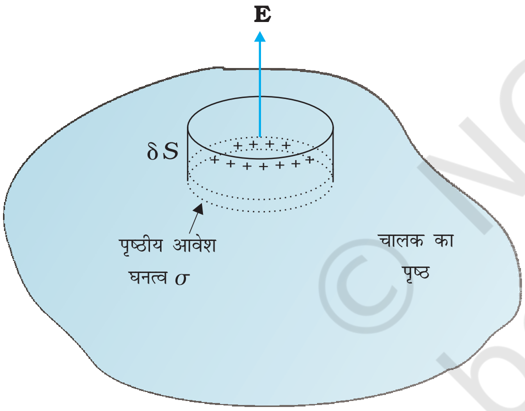
5. आवेशित चालक के पृष्ठ पर विद्युत क्षेत्र

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}} \qquad (2.35)$$

यहाँ σ पृष्ठीय आवेश घनत्व तथा $\hat{\mathbf{n}}$ पृष्ठ के अभिलंबवत बहिर्मुखी दिशा में एकांक सदिश है।

इस परिणाम को व्युत्पन्न करने के लिए, कोई डिबिया (एक छोटा बेलनाकार खोखला बर्तन) चित्र 2.17 में दर्शाए अनुसार, पृष्ठ के किसी बिंदु P के परित: गाउसीय पृष्ठ के रूप में चुनिए। इस डिबिया का कुछ भाग चालक के पृष्ठ के बाहर तथा कुछ भाग चालक के पृष्ठ के भीतर है। इसकी अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल δS बहुत छोटा तथा इसकी ऊँचाई नगण्य है।

पृष्ठ के तुरंत भीतर स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य है; पृष्ठ के तुरंत बाहर विद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अभिलंबवत है। अत: डिबिया से गुज़रने वाला कुल फ्लक्स केवल डिबिया की बाहरी (वृत्तीय) अनुप्रस्थ काट से आता है। यह $\pm E\,\delta S$ ($\sigma > 0$ के लिए धनात्मक, $\sigma < 0$ के लिए ऋणात्मक) के बराबर है, चूँकि चालक के छोटे क्षेत्र δS पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ को नियत माना जा सकता है तथा $\mathbf{E}$ और δS समांतर अथवा प्रतिसमांतर हैं। डिबिया द्वारा परिबद्ध, आवेश $\sigma\,\delta S$ है। गाउस नियम के अनुसार



चित्र 2.17 किसी आवेशित चालक के पृष्ठ पर विद्युत क्षेत्र के लिए समीकरण (2.35) व्युत्पन्न करने के लिए, चुना गया गाउसीय पृष्ठ (कोई डिबिया)।

$$E\delta S = \frac{|\sigma|\delta S}{\varepsilon_o}$$

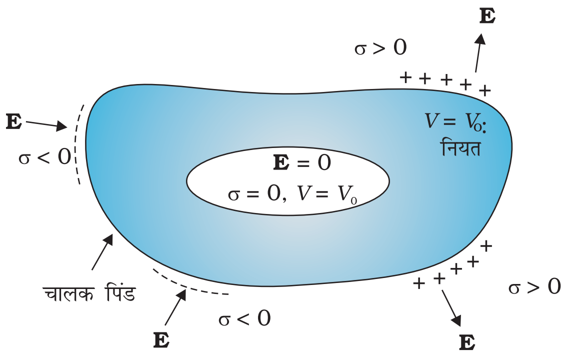
$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_o} \qquad (2.36)$$

इस तथ्य को सम्मिलित करते हुए कि विद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अभिलंबवत है, हम समीकरण (2.35) के रूप में सदिश संबंध पाते हैं। ध्यान दीजिए, समीकरण (2.35) आवेश घनत्व σ के दोनों चिह्नों के लिए सत्य है। $\sigma > 0$ के लिए, विद्युत क्षेत्र पृष्ठ के बहिर्मुखी अभिलंबवत है; तथा $\sigma < 0$ के लिए, विद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अंतर्मुखी अभिलंबवत है।

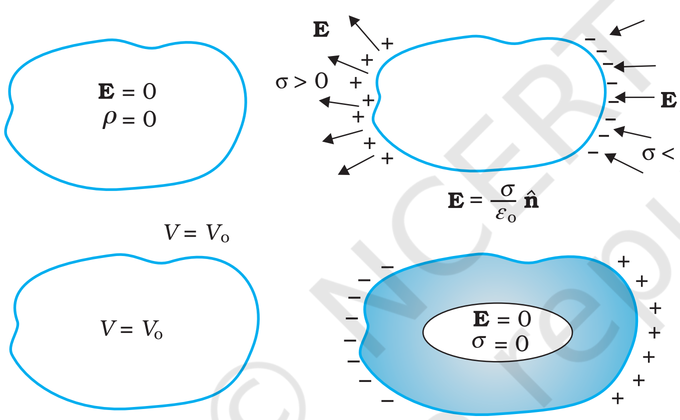
2.9.1 स्थिरवैद्युत परिरक्षण

किसी ऐसे चालक के विषय में विचार कीजिए जिसमें कोई कोटर (गुहा) हो तथा उस कोटर के भीतर कोई आवेश न हो। एक विशिष्ट परिणाम यह देखने को मिलेगा कि चाहे कोटर की कोई भी आकृति एवं आकार क्यों न हो, तथा चाहे उस चालक पर कितने भी परिमाण का आवेश हो और कितनी भी तीव्रता के बाह्य क्षेत्र में उसे क्यों न रखा गया हो, कोटर के भीतर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। इसी परिणाम के एक सरल प्रकरण को हम पहले भी सिद्ध कर चुके हैं : किसी गोलीय कोश के भीतर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। कोश के लिए परिणाम की व्युत्पत्ति में हमने कोश की गोलीय सममिति का उपयोग किया था (अध्याय 1 देखिए)। परंतु किसी चालक का (आवेश मुक्त) कोटर में विद्युत क्षेत्र का विलोपन, जैसा कि पहले वर्णन किया जा चुका है, एक अत्यधिक व्यापक परिणाम है। इससे संबंधित एक परिणाम यह भी है कि यदि चालक आवेशित भी है, अथवा किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र द्वारा उदासीन चालक पर आवेश प्रेरित क्यों न किए गए हों, समस्त आवेश केवल चालक पर कोटर सहित उसके बाह्य पृष्ठ पर विद्यमान रहता है।

चित्र 2.18 में दिए गए परिणामों की व्युत्पत्ति को यहाँ हम छोड़ रहे हैं, परंतु हमें इनकी महत्वपूर्ण उलझनों का ध्यान है। बाहर चाहे कितना भी आवेश तथा कैसा भी विद्युत क्षेत्र विन्यास क्यों न हो, उस चालक में कोई भी कोटर बाह्य विद्युत क्षेत्रों के प्रभाव से सदैव परिरक्षित रहती है; *कोटर के भीतर विद्युत क्षेत्र सदैव ही शून्य होता है।* इसे *स्थिरवैद्युत परिरक्षण* कहते हैं। इस प्रभाव का उपयोग संवेदनशील उपकरणों को बाह्य विद्युत प्रभावों से बचाने में किया जाता है। चित्र 2.19 में किसी चालक के महत्वपूर्ण स्थिरवैद्युत गुणधर्मों का सारांश दिया गया है।



चित्र 2.18 किसी भी चालक की कोटर (गुहा) के भीतर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। चालक का समस्त आवेश कोटर सहित उस चालक के केवल बाह्य पृष्ठ पर ही विद्यमान रहता है (कोटर के भीतर कोई आवेश नहीं रखे गए हैं)।



चित्र 2.19 किसी चालक के कुछ महत्वपूर्ण स्थिरवैद्युत गुणधर्म।

उदाहरण 2.7

(a) सूखे बालों में कंघा घुमाने के बाद वह कागज़ के टुकड़ों को आकर्षित कर लेता है, क्यों? यदि बाल भीगे हों या वर्षा का दिन हो तो क्या होता है? [ध्यान रहे कि कागज़ विद्युत चालक नहीं है।]

(b) साधारण रबर विद्युतरोधी है। परंतु वायुयान के विशेष रबर के पहिए हलके चालक बनाए जाते हैं। यह क्यों आवश्यक है?

(c) जो वाहन ज्वलनशील पदार्थ ले जाते हैं उनकी धातु की रस्सियाँ (ज़ंजीरें) वाहन के गतिमय होने पर धरती को छूती रहती हैं, क्यों?

(d) एक चिड़िया एक उच्च शक्ति के खुले (अरक्षित) बिजली के तार पर बैठी है, और उसको कुछ नहीं होता। धरती पर खड़ा एक व्यक्ति उसी तार को छूता है और उसे सांघातिक (घातक) धक्का लगता है, क्यों?

हल

(a) इसका कारण यह है कि कंघा घर्षण द्वारा आवेशित होता है। आवेशित कंघे द्वारा कागज़ के अणु ध्रुवित हो जाते हैं, परिणामस्वरूप एक नेट आकर्षी बल प्राप्त होता है। यदि बालों में नमी है अथवा वर्षा का दिन है तो कंघे और बालों के बीच घर्षण कम हो जाता है तथा कंघा आवेशित नहीं होता। अत: वह कागज़ के छोटे टुकड़ों को आकर्षित नहीं करता।

उदाहरण 2.7

© NCERT not to be republished

उदाहरण 2.7

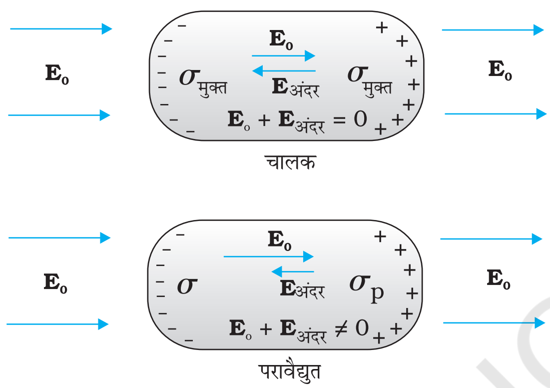
(b) जिससे घर्षण द्वारा उत्पन्न आवेश का भूमि में चालन हो सके। चूँकि स्थिरवैद्युत आवेश अत्यधिक मात्रा में टायरों के पृष्ठ पर संचित होकर चिनगारी (स्पार्क) पैदा करता है जिससे आग लग सकती है।

(c) कारण (b) के समान ही।

(d) विद्युत धारा केवल तब ही प्रवाहित होती है जब विभवांतर होता है।

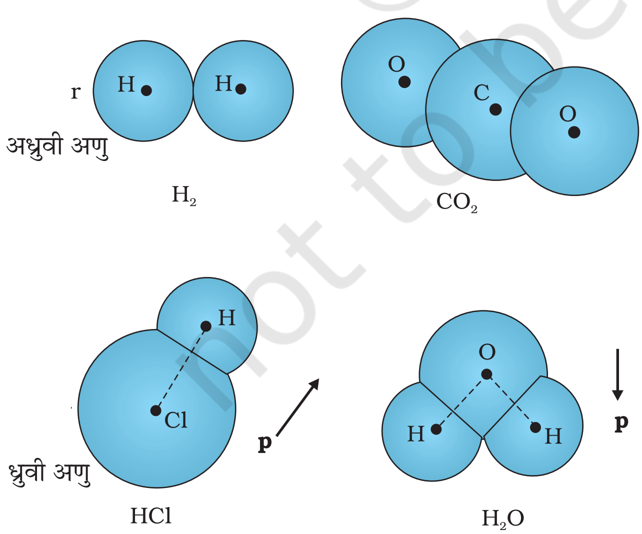
2.10 परावैद्युत तथा ध्रुवण

परावैद्युत अचालक पदार्थ होते हैं। चालकों की तुलना में इनमें कोई आवेश वाहक नहीं (अथवा नगण्य) होता। अनुभाग (2.9) को याद कीजिए, क्या होता है जब किसी चालक को किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है? चालक में मुक्त आवेश वाहक गति करके अपने को इस प्रकार समायोजित कर लेते हैं कि प्रेरित आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्र बाह्य क्षेत्र का विरोध करता है। यह उस समय तक होता रहता है जब तक कि स्थिर स्थिति में दोनों क्षेत्र एक-दूसरे का निरसन कर देते हैं तथा चालक के भीतर नेट स्थिरवैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। किसी परावैद्युत में आवेश की यह मुक्त गति संभव नहीं होती। फिर भी यह पाया जाता है कि बाह्य क्षेत्र परावैद्युत के पृष्ठ पर कुछ आवेश प्रेरित कर देता है जो एक ऐसा क्षेत्र उत्पन्न करता है जो बाह्य क्षेत्र का विरोध करता है। परंतु चालक से भिन्न, इस प्रकार का प्रेरित विद्युत क्षेत्र बाह्य क्षेत्र को यथार्थ रूप में निरक्षित नहीं करता। यह केवल क्षेत्र को घटा देता है। इस प्रभाव की सीमा परावैद्युत की प्रकृति पर निर्भर करती है। इस प्रभाव को समझने के लिए हमें किसी परावैद्युत पदार्थ में आण्विक स्तर पर आवेश वितरण के अध्ययन की आवश्यकता होगी।



चित्र 2.20 किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र में किसी चालक तथा परावैद्युत के व्यवहार में अंतर।

किसी पदार्थ के अणु ध्रुवी अथवा अध्रुवी हो सकते हैं। किसी अध्रुवी अणु में धनावेश तथा ऋणावेश के केंद्र संपाती होते हैं। तब अणु का कोई स्थायी (अथवा आंतरिक) द्विध्रुव आघूर्ण नहीं होता। ऑक्सीजन (O_2) तथा हाइड्रोजन (H_2) अणु अध्रुवी अणुओं के उदाहरण हैं जिनमें सममिति के कारण कोई द्विध्रुव आघूर्ण नहीं होता। इसके विपरीत कोई ध्रुवी अणु वह होता है जिसमें धनावेशों तथा ऋणावेशों के केंद्र पृथक-पृथक (उस स्थिति में भी जब कोई बाह्य क्षेत्र नहीं है) होते हैं। ऐसे अणुओं में स्थायी द्विध्रुव आघूर्ण होता है। HCl जैसा आयनी अणु अथवा जल (H_2O) का कोई अणु ध्रुवी अणुओं के उदाहरण हैं।

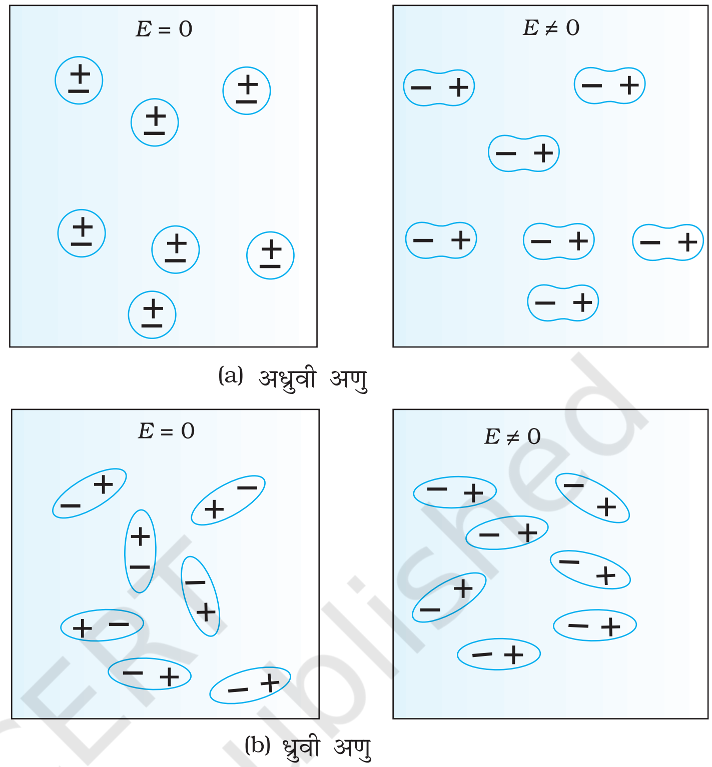


चित्र 2.21 ध्रुवी तथा अध्रुवी अणुओं के कुछ उदाहरण।

किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र में अध्रुवी अणु के धनावेश तथा ऋणावेश विपरीत दिशाओं में विस्थापित हो जाते हैं। यह विस्थापन तब रुकता है जब अणु के अवयवी आवेशों पर बाह्य बल प्रत्यानयन बल (अणु में आंतरिक क्षेत्रों के कारण) द्वारा संतुलित हो जाता है। अतः अध्रुवी अणु एक प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण विकसित कर लेता है। उस स्थिति में परावैद्युत को बाह्य क्षेत्र द्वारा ध्रुवित कहा जाता है। हम

© NCERT not to be republished

केवल उस सरल स्थिति पर ही विचार करेंगे जिसमें प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण क्षेत्र की दिशा में होता है तथा क्षेत्र की तीव्रता के अनुक्रमानुपाती होता है। (पदार्थ जिनके लिए यह अभिधारणा सत्य है उन्हें *रैखिक समदैशिक परावैद्युत* कहते हैं) विभिन्न अणुओं के प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण एक-दूसरे से जुड़कर बाह्य क्षेत्र की उपस्थिति में परावैद्युत का नेट द्विध्रुव आघूर्ण प्रदान करते हैं।



चित्र 2.22 किसी बाह्य विद्युत क्षेत्र में कोई परावैद्युत किस प्रकार एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण विकसित करता है। (a) अध्रुवी अणु, (b) ध्रुवी अणु।

ध्रुवी अणुओं का कोई परावैद्युत किसी बाह्य क्षेत्र में एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण भी विकसित कर लेता है, परंतु इसका कारण भिन्न होता है। किसी बाह्य क्षेत्र की अनुपस्थिति में, विभिन्न स्थायी द्विध्रुव तापीय विक्षोभ के कारण यादृच्छिक अभिविन्यासित होते हैं; अतः कुल द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है। जब कोई बाह्य क्षेत्र अनुप्रयुक्त किया जाता है तो व्यष्टिगत द्विध्रुव आघूर्ण क्षेत्र के साथ संरेखित होने लगते हैं। जब सब अणुओं पर इसका योग किया जाता है, तो बाह्य क्षेत्र की दिशा में एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण पाया जाता है, अर्थात, परावैद्युत ध्रुवित हो जाता है। ध्रुवण की सीमा दो परस्पर विरोधी कारकों की आपेक्षिक तीव्रता पर निर्भर करती है, जो इस प्रकार हैं : विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव स्थितिज ऊर्जा जो द्विध्रुव को क्षेत्र के साथ संरेखित करने का प्रयास करती है, तथा तापीय ऊर्जा जो संरेखण को बिगाड़ने का प्रयास करती है। इसके अतिरिक्त अध्रुवी अणुओं की भाँति यहाँ भी प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण प्रभाव हो सकता है, परंतु व्यापक रूप में संरेखण प्रभाव ध्रुवी अणुओं के लिए अधिक महत्वपूर्ण होता है।

इस प्रकार दोनों ही प्रकरणों में, चाहे ध्रुवी हो अथवा अध्रुवी, परावैद्युत किसी बाह्य क्षेत्र की उपस्थिति में एक नेट द्विध्रुव आघूर्ण विकसित कर लेते हैं। किसी पदार्थ का प्रति एकांक आयतन द्विध्रुव आघूर्ण उसका *ध्रुवण* कहलाता है तथा इसे **P** द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। रैखिक समदैशिक परावैद्युतों के लिए

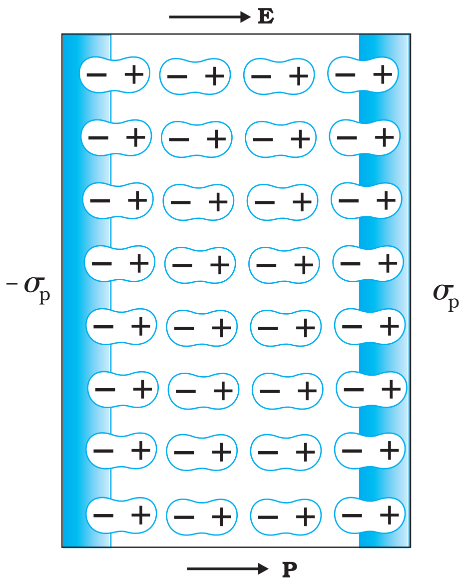
$$\mathbf{P} = E_o \chi_e \mathbf{E} \qquad (2.37)$$

यहाँ χ_e परावैद्युत का स्थिर अभिलक्षण है जिसे परावैद्युत माध्यम की *वैद्युत प्रवृत्ति* (electric susceptibility) कहते हैं।

इसको (χ_e को) पदार्थ के आण्विक गुण से संबंधित करना संभव है, परंतु हम यहाँ इस पर चर्चा नहीं करेंगे।

अब प्रश्न यह है कि कोई ध्रुवित परावैद्युत अपने भीतर किसी मूल बाह्य क्षेत्र को रूपांतरित कैसे करता है? सरलता की दृष्टि से हम किसी ऐसे आयताकार परावैद्युत गुटके पर विचार करते हैं जो किसी ऐसे एकसमान बाह्य क्षेत्र $\mathbf{E}_0$ में रखा है, जो गुटके के दो फलकों के समांतर है। क्षेत्र के कारण परावैद्युत में एकसमान ध्रुवण **P** होता है। इस प्रकार गुटके के प्रत्येक आयतन अल्पांश Δv का क्षेत्र की दिशा में एक द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{P}\,\Delta v$ होता है। स्थूल रूप से आयतन अल्पांश Δv छोटा होता है, परंतु इसमें अत्यधिक संख्या में

© NCERT not to be republished



चित्र 2.23 कोई एकसमान ध्रुवित परावैद्युत पृष्ठीय आवेश घनत्व के समान होता है, परंतु किसी आयतनी आवेश घनत्व के नहीं।

आण्विक द्विध्रुव होते हैं। परावैद्युत के भीतर किसी भी स्थान पर आयतन अल्पांश Δv पर कोई नेट आवेश नहीं होता (यद्यपि इसका नेट द्विध्रुव आघूर्ण होता है)। इसका कारण यह है कि एक द्विध्रुव के धनावेश अपने से संलग्न द्विध्रुव के ऋणावेश के निकट होते हैं। परंतु, परावैद्युत के पृष्ठ पर विद्युत क्षेत्र के अभिलंबवत स्पष्ट रूप से एक नेट आवेश घनत्व होता है। जैसा कि चित्र 2.23 में दर्शाया गया है, दाएँ पृष्ठ पर द्विध्रुवों के धनात्मक सिरे तथा बाएँ पृष्ठ पर द्विध्रुवों के ऋणात्मक सिरे अनुदासित रह जाते हैं। असंतुलित आवेश बाह्य क्षेत्र के कारण प्रेरित आवेश होते हैं।

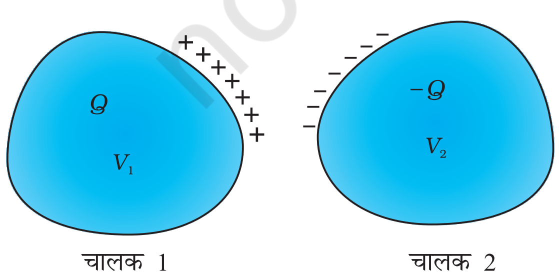
अतः ध्रुवित परावैद्युत दो आवेशित पृष्ठों के तुल्य होता है, जिनके प्रेरित पृष्ठीय आवेश घनत्व, σ_p तथा $-\sigma_p$ हैं। स्पष्ट है कि इन पृष्ठीय आवेशों द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र बाह्य क्षेत्र का विरोध करते हैं। इस प्रकार परावैद्युत में कुल क्षेत्र, उस प्रकरण की तुलना में जिसमें कोई परावैद्युत नहीं है, कम हो जाता है। यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि, पृष्ठीय आवेश घनत्व $\pm\sigma_p$ परावैद्युत में मुक्त आवेशों के कारण नहीं वरन् परिबद्ध आवेशों से उत्पन्न होता है।

2.11 संधारित्र तथा धारिता

कोई संधारित्र विद्युतरोधी द्वारा पृथक दो चालकों का एक निकाय होता है (चित्र 2.24)। चालकों पर आवेश Q_1 तथा Q_2 तथा उनके विभव क्रमशः V_1 तथा V_2 हैं। प्रायः, व्यवहार में, दो चालकों पर आवेश Q तथा $-Q$ होते हैं तथा उनमें विभवांतर $V = V_1 - V_2$ होता है। हम केवल इसी प्रकार के विन्यास के संधारित्र पर विचार करेंगे। (एक सरल चालक को भी संधारित्र की भाँति प्रयोग किया जा सकता है, यदि दूसरे को अनंत पर माने) दोनों चालकों को किसी बैटरी के दो टर्मिनलों से संयोजित करके आवेशित कराया जा सकता है। Q को संधारित्र का आवेश कहते हैं, यद्यपि, वास्तव में यह संधारित्र के एक चालक पर आवेश होता है–संधारित्र का कुल आवेश शून्य होता है।

चालकों के बीच के क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र आवेश Q के अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात, यदि संधारित्र पर आवेश दोगुना कर दिया जाए तो हर बिंदु पर विद्युत क्षेत्र दोगुना हो जाएगा। (यह कूलॉम के नियम तथा अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा अंतर्निहित विद्युत क्षेत्र तथा आवेश के बीच अनुक्रमानुपात का अनुगामी है।) अब, विभवांतर V किसी लघु परीक्षण आवेश को क्षेत्र के विरुद्ध चालक 2 से 1 तक ले जाने में प्रति एकांक धनावेश द्वारा किए गए कार्य के बराबर होता है। इसके फलस्वरूप, V भी Q के अनुक्रमानुपाती है, तथा अनुपात Q/V एक नियतांक है –

$$C = \frac{Q}{V} \tag{2.38}$$



चित्र 2.24 विद्युतरोधी से पृथक दो चालकों का कोई निकाय संधारित्र का निर्माण करता है।

यहाँ C एक नियतांक है जिसे संधारित्र की *धारिता* कहते हैं। जैसा कि पहले वर्णन किया जा चुका है धारिता C आवेश Q अथवा विभवांतर V पर निर्भर नहीं करती। धारिता C केवल दो चालकों के निकाय के ज्यामितीय विन्यास (आकार, आकृति, पृथकन) पर निर्भर करती है। [जैसा कि हम आगे देखेंगे, यह दोनों चालकों को पृथक करने वाले माध्यम अर्थात विद्युतरोधी (परावैद्युत) की प्रकृति पर निर्भर करती है]। धारिता का SI एकांक 1 फैरड = 1 कूलॉम प्रति वोल्ट अथवा $1 F = 1 C V^{-1}$ है। नियत धारिता के संधारित्र का प्रतीक ⊣⊢, जबकि परिवर्ती धारिता के संधारित्र का प्रतीक है।

समीकरण (2.38) यह दर्शाती है कि बड़े C के लिए यदि Q नियत है तो V लघु होता है। इसका अर्थ यह है कि बड़ा संधारित्र लघु विभव V पर अपेक्षाकृत आवेश Q के बड़े परिमाण को परिबद्ध कर सकता है। इसकी व्यावहारिक उपयोगिता है। उच्च विभवांतर में चालक के चारों ओर प्रबल विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति अंतर्निहित है। कोई प्रबल विद्युत क्षेत्र चारों ओर की वायु को आयनीकृत करके उत्पन्न आवेशों को त्वरित कर सकता है जो विजातीय आवेशित पट्टिकाओं पर पहुँचकर उन्हें आंशिक उदासीन कर सकते हैं। दूसरे शब्दों में, संधारित्र का आवेश दोनों पट्टिकाओं के बीच के माध्यम की विद्युतरोधी क्षमता में ह्रास के कारण क्षरित हो सकता है।

वह अधिकतम विद्युत क्षेत्र जिसे कोई परावैद्युत माध्यम बिना भंजन (उसके विद्युतरोधी गुणधर्म) के सहन कर सकता है, उस माध्यम की *परावैद्युत सामर्थ्य* कहलाती है। वायु के लिए यह लगभग 3×10^6 V m^{-1} है। दो चालकों के बीच 1 cm कोटि के पृथकन के लिए यह क्षेत्र चालकों के बीच 3×10^4 V विभवांतर के तदनुरूपी होता है। अतः किसी संधारित्र के लिए बिना किसी क्षरण के अत्यधिक मात्रा में आवेश को संचित करने के लिए उसकी धारिता को इतना अधिक उच्च अवश्य होना चाहिए कि उनके बीच विभवांतर अथवा विद्युत क्षेत्र उसकी भंजन सीमा से अधिक न हो। इसे भिन्न शब्दों में इस प्रकार भी कह सकते हैं कि किसी दिए गए संधारित्र की बिना किसी सार्थक क्षरण के आवेश को संचित करने की एक सीमा होती है। व्यवहार में, 1 फैरड, धारिता का बहुत बड़ा मात्रक है, धारिता के अधिक सामान्य मात्रक, इस मात्रक (अर्थात फैरड) के अपवर्तक हैं: 1 μF = 10^{-6} F, 1 nF = 10^{-9} F, 1 pF = 10^{-12} F आदि। आवेशों को संचित करने के अतिरिक्त संधारित्र अधिकांश प्रत्यावर्ती धारा परिपथों (ac परिपथों) में प्रमुख अवयवों के रूप में उपयोग होते हैं। अध्याय 7 में ac परिपथों में संधारित्रों के महत्वपूर्ण प्रकार्यों का वर्णन किया गया है।

2.12 समांतर पट्टिका संधारित्र

किसी समांतर पट्टिका संधारित्र में दो बड़ी समतल एक-दूसरे के समांतर चालक पट्टिकाएँ होती हैं, जिनके बीच पृथकन कम होता है (चित्र 2.25)। हम सर्वप्रथम दो पट्टिकाओं के बीच माध्यम के रूप में निर्वात को लेते हैं। अगले अनुभाग में पट्टिकाओं के बीच परावैद्युत माध्यम के प्रभाव का वर्णन किया गया है। मान लीजिए प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल A तथा उनके बीच पृथकन d है। दोनों पट्टिकाओं पर आवेश Q तथा $-Q$ है। चूँकि पट्टिकाओं की रैखिक विमाओं की तुलना में d बहुत छोटा है ($d^2 << A$), हम एकसमान आवेशित पृष्ठीय घनत्व σ की अनंत समतल चादर के विद्युत क्षेत्र के परिणाम का उपयोग कर सकते हैं (देखिए अनुभाग 1.15)। पट्टिका 1 का पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma = \dfrac{Q}{A}$ तथा पट्टिका 2 का पृष्ठीय आवेश घनत्व $-\sigma$ है। विभिन्न क्षेत्रों में समीकरण (1.33) का उपयोग करने पर विद्युत क्षेत्र–

बाह्य क्षेत्र I (पट्टिका 1 के ऊपर का क्षेत्र)

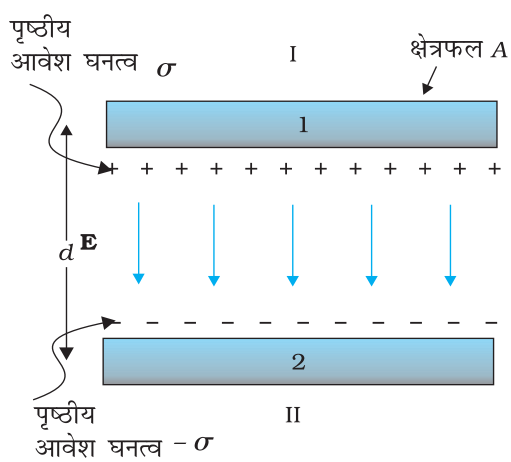
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2.39)$$

बाह्य क्षेत्र II (पट्टिका 2 के नीचे का क्षेत्र)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2.40)$$

पट्टिकाओं 1 तथा 2 के भीतरी क्षेत्र में, दो आवेशित पट्टिकाओं के कारण विद्युत क्षेत्र जुड़ जाते हैं और हमें प्राप्त होता है–

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \qquad (2.41)$$



चित्र 2.25 समांतर पट्टिका संधारित्र।

© NCERT not to be republished

विद्युत क्षेत्र की दिशा धनावेशित पट्टिका से ऋणावेशित पट्टिका की ओर है।

इस प्रकार, दो पट्टिकाओं के बीच विद्युत क्षेत्र स्थानीकृत हो जाता है तथा यह एक सिरे से दूसरे सिरे तक एकसमान होता है। परिमित क्षेत्रफल की पट्टिकाओं के लिए पट्टिकाओं की बाहरी सीमा के निकट यह लागू नहीं होता। पट्टिकाओं के किनारों पर क्षेत्र रेखाएँ बाहर की ओर मुड़ जाती हैं—इस प्रभाव को 'क्षेत्र का उपांत प्रभाव' कहते हैं। इससे यह संकेत मिलता है कि समस्त पट्टिका पर पृष्ठीय आवेश घनत्व σ यथार्थ रूप से एकसमान नहीं होता [E तथा σ समीकरण (2.35) द्वारा संबंधित हैं]। तथापि, $d^2 << A$ के लिए ये प्रभाव किनारों से काफी दूर के क्षेत्रों के लिए उपेक्षणीय हैं; तथा वहाँ क्षेत्र समीकरण (2.41) के अनुसार होता है। अब एकसमान विद्युत क्षेत्रों के लिए विभवांतर, विद्युत क्षेत्र तथा पट्टिकाओं के बीच की दूरी के गुणनफल के बराबर होता है। अर्थात

$$V = Ed = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Qd}{A} \tag{2.42}$$

तब समांतर पट्टिका संधारित्र C की धारिता

$$C = \frac{Q}{V} = = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{2.43}$$

जो कि, अपेक्षानुसार, निकाय की ज्यामिति पर निर्भर करता है। प्रारूपी मानों, जैसे $A = 1\ \text{m}^2$, $d = 1$ mm के लिए

$$C = \frac{8.85\times10^{-12}\text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}\times1\text{m}^2}{10^{-3}\text{m}} = 8.85\times10^{-9}\text{F} \tag{2.44}$$

[आप यह जाँच कर सकते हैं कि $1\text{ F} = 1\text{ C V}^{-1} = 1\text{ C}\ \ (\text{N C}^{-1}\text{m})^{-1} = 1\text{C}^2\text{ N}^{-1}\text{ m}^{-1}$]। इससे प्रकट होता है कि जैसा पहले वर्णन किया जा चुका है कि 1 F व्यवहार में धारिता का एक बहुत बड़ा एकांक है। 1 F की 'विशालता' को देखने का एक ढंग और भी है कि हम यह ज्ञात करें कि 1F धारिता के समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल, यदि उनके बीच दूरी 1 cm है, कितना होना चाहिए। अब चूँकि

$$A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{1\text{F}\times10^{-2}\text{m}}{8.85\times10^{-12}\text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}} = 10^9\text{m}^2 \tag{2.45}$$

अर्थात पट्टिका की लंबाई व चौड़ाई लगभग 30 km होनी चाहिए!

धारिता, कार्यरत संधारित्र को प्रभावित करने वाले कारक
प्रभावी जावा शिक्षकीय सामग्री
http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/capacitance/
भौतिकी

2.13 धारिता पर परावैद्युत का प्रभाव

किसी बाह्य क्षेत्र में परावैद्युतों के व्यवहार के बारे में जानकारी के पश्चात आइए अब हम यह देखें कि किसी समांतर पट्टिका संधारित्र की धारिता किसी परावैद्युत की उपस्थिति द्वारा किस प्रकार रूपांतरित होती है। पहले की ही भाँति यहाँ भी हमारे पास दो बड़ी पट्टिकाएँ, जिनमें प्रत्येक का क्षेत्रफल A है, एक-दूसरे से d दूरी द्वारा पृथक हैं। पट्टिकाओं पर आवेश $\pm Q$ है, जो कि आवेश घनत्व $\pm\sigma$ (जहाँ $\sigma = Q/A$) के तदनुरूपी है। जब दोनों पट्टिकाओं के बीच निर्वात है, तब

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

तथा विभवांतर V_0 है,

2024-25

© NCERT not to be republished

$V_0 = E_0 d$

इस प्रकरण में धारिता C_0 है,

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad (2.46)$$

इसके पश्चात हम उस प्रकरण पर विचार करते हैं जिसमें दोनों पट्टिकाओं के बीच के समस्त क्षेत्र को किसी परावैद्युत द्वारा भर दिया गया है। क्षेत्र द्वारा समस्त परावैद्युत ध्रुवित हो जाता है, तथा जैसा कि ऊपर स्पष्ट किया जा चुका है, यह प्रभाव दो आवेशित चादरों (परावैद्युत के पृष्ठों पर क्षेत्र के अभिलंबवत) के समतुल्य है जिनके पृष्ठीय आवेश घनत्व σ_p तथा $-\sigma_p$ हैं। इस स्थिति में परावैद्युत में विद्युत क्षेत्र उस प्रकरण के तदनुरूपी होता है जिसमें पट्टिकाओं पर नेट आवेश घनत्व $\pm(\sigma - \sigma_p)$ होता है। अर्थात

$$E = \frac{\sigma - \sigma_P}{\varepsilon_0} \quad (2.47)$$

अतः पट्टिकाओं के सिरों पर विभवांतर

$$V = Ed = \frac{\sigma - \sigma_P}{\varepsilon_0} d \quad (2.48)$$

रैखिक परावैद्युतों के लिए, हम अपेक्षा करते हैं कि σ_p, E_0 अर्थात σ के अनुक्रमानुपाती हो। इस प्रकार $(\sigma - \sigma_p)$, σ के अनुक्रमानुपाती है तथा हम लिख सकते हैं कि–

$$\sigma - \sigma_P = \frac{\sigma}{K} \quad (2.49)$$

यहाँ K परावैद्युत का एक स्थिर अभिलक्षण है। स्पष्ट है कि $K > 1$, तब

$$V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 K} = \frac{Qd}{A\varepsilon_0 K} \quad (2.50)$$

पट्टिकाओं के बीच परावैद्युत होने पर, धारिता C

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 KA}{d} \quad (2.51)$$

गुणनफल $\varepsilon_0 K$ को माध्यम का *परावैद्युतांक* कहते हैं तथा इसे ε के द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है।

$$\varepsilon = \varepsilon_0 K \quad (2.52)$$

निर्वात के लिए $K = 1$, तथा $\varepsilon = \varepsilon_0$; ε_0 को निर्वात का *परावैद्युतांक* कहते हैं। विमाहीन अनुपात

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (2.53)$$

को पदार्थ का *परावैद्युतांक* कहते हैं। जैसी कि पहले टिप्पणी की जा चुकी है, समीकरण (2.49) से, यह स्पष्ट है कि $K > 1$ अर्थात K का मान 1 से अधिक है। समीकरणों (2.46) तथा (2.51) से

$$K = \frac{C}{C_0} \quad (2.54)$$

इस प्रकार किसी पदार्थ का परावैद्युतांक एक कारक (> 1) है जिसके द्वारा जब किसी संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच कोई परावैद्युत पदार्थ पूर्णतः भर दिया जाता है, तो उसके धारिता के मान में निर्वात के मान से वृद्धि हो जाती है। यद्यपि हम समांतर पट्टिका संधारित्र के प्रकरण के लिए समीकरण (2.54) पर पहुँचे हैं, तथापि यह हर प्रकार के संधारित्रों पर लागू

© NCERT not to be republished

होता है तथा वास्तव में इसे व्यापक रूप में किसी पदार्थ के परावैद्युतांक की परिभाषा के रूप में देखा जा सकता है।

उदाहरण 2.8 K परावैद्युतांक के पदार्थ के किसी गुटके का क्षेत्रफल समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं के क्षेत्रफल के समान है परंतु गुटके की मोटाई $(3/4)d$ है, यहाँ d पट्टिकाओं के बीच पृथकन है। पट्टिकाओं के बीच गुटके को रखने पर संधारित्र की धारिता में क्या परिवर्तन हो जाएगा?

हल मान लीजिए जब पट्टिकाओं के बीच कोई परावैद्युत नहीं है तो पट्टिकाओं के बीच विद्युत क्षेत्र $E_0 = V_0/d$ है तथा विभवांतर V_0 है। यदि अब कोई परावैद्युत पदार्थ रख दिया जाता है तो परावैद्युत में विद्युत क्षेत्र $E = E_0 / K$ होगा। तब विभवांतर होगा

$$V = E_0(\frac{1}{4}d) + \frac{E_0}{K}(\frac{3}{4}d)$$

$$= E_0 d(\frac{1}{4} + \frac{3}{4K}) = V_0 \frac{K+3}{4K}$$

विभवांतर $(K+3)/4K$ के गुणज द्वारा कम हो जाता है जबकि पट्टिकाओं पर आवेश Q_0 अपरिवर्तित रहता है। इस प्रकार संधारित्र की धारिता में वृद्धि हो जाती है

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{4K}{K+3}\frac{Q_0}{V_0} = \frac{4K}{K+3}C_0$$

उदाहरण 2.8

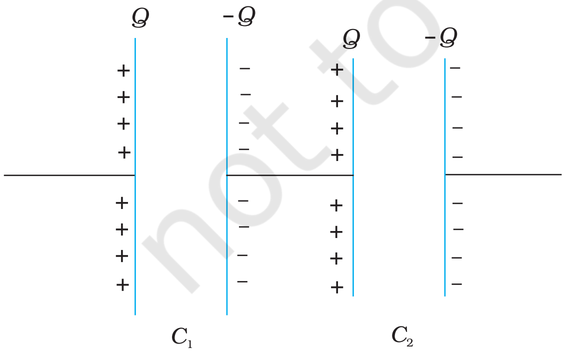
2.14 संधारित्रों का संयोजन

हम कई संधारित्रों जिनकी धारिताएँ $C_1, C_2,\ldots, C_n$ हैं, के संयोजन द्वारा एक प्रभावी धारिता C का निकाय प्राप्त कर सकते हैं। यह प्रभावी धारिता व्यष्टिगत संधारित्रों को संयोजित करने के ढंग पर निर्भर करती है। दो संभावित सरल संयोजन इस प्रकार हैं :

2.14.1 संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन

चित्र 2.26 में दो संधारित्र C_1 तथा C_2 श्रेणीक्रम में संयोजित दर्शाए गए हैं।

C_1 की बाईं तथा C_2 की दाईं पट्टिका बैटरी के दो टर्मिनलों से संयोजित हैं तथा उन पर क्रमश: Q तथा $-Q$ आवेश है। इसका अर्थ यह है कि C_1 की दाईं पट्टिका पर $-Q$ तथा C_2 की बाईं पट्टिका पर आवेश $+Q$ है। यदि ऐसा नहीं है, तो संधारित्र की दोनों पट्टिकाओं पर नेट आवेश शून्य नहीं होगा। इसके परिणामस्वरूप C_1 तथा C_2 को संयोजित करने वाले चालक में कोई विद्युत क्षेत्र होगा तथा C_1 एवं C_2 में आवेश उस समय तक प्रवाहित होता रहेगा, जब तक कि प्रत्येक संधारित्र C_1 तथा C_2 पर नेट आवेश शून्य नहीं हो जाता तथा C_1 एवं C_2 को संयोजित करने वाले चालक में विद्युत क्षेत्र शून्य नहीं होता। अत: श्रेणीक्रम संयोजन में प्रत्येक संधारित्र की दोनों पट्टिकाओं पर आवेश $(\pm Q)$ समान होता है। संयोजन के सिरों पर विभवपात V संधारित्रों C_1 तथा C_2 के सिरों पर क्रमश: विभवपातों V_1 तथा V_2 का योग होता है–



चित्र 2.26 दो संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन।

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \quad (2.55)$$

अर्थात, $$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \quad (2.56)$$

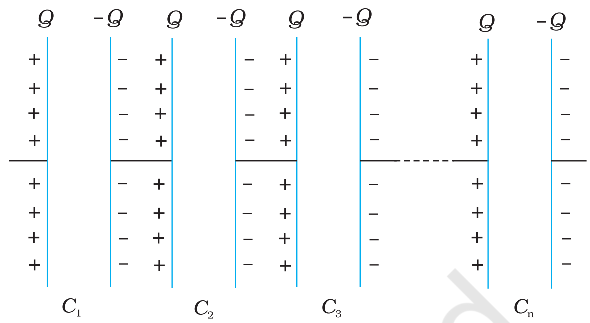
हम इस संयोजन को एक ऐसा प्रभावी संधारित्र मान सकते हैं जिस पर आवेश Q तथा जिसके सिरों के बीच विभवांतर V हो। तब संयोजन की *प्रभावी धारिता*–

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (2.57)$$

समीकरण (2.57) की समीकरण (2.56) से तुलना करने पर हमें निम्नलिखित संबंध प्राप्त होता है–

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad (2.58)$$

स्पष्ट है कि इस व्युत्पत्ति को हम कितने भी संधारित्र लेकर, उन्हें इसी प्रकार संयोजित करके n संधारित्रों के लिए समीकरण (2.55) का व्यापकीकरण कर सकते हैं–



चित्र 2.27 n संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन।

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \ldots + \frac{Q}{C_n} \qquad (2.59)$$

जिन चरणों का हमने दो संधारित्रों के प्रकरण में उपयोग किया था, उन्हीं चरणों का उपयोग n संधारित्रों के संयोजन के लिए करके, हम n संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन के लिए प्रभावी धारिता का व्यापक सूत्र प्राप्त कर सकते हैं :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n} \qquad (2.60)$$

2.14.2 संधारित्रों का पार्श्वक्रम संयोजन

चित्र 2.28(a) में दो संधारित्र पार्श्वक्रम में संयोजित दर्शाए गए हैं। इस प्रकरण में दोनों संधारित्रों पर समान विभवांतर अनुप्रयुक्त किया गया है। परंतु संधारित्र 1 की पट्टिकाओं पर आवेश ($\pm Q_1$) का परिमाण संधारित्र 2 की पट्टिकाओं पर आवेश ($\pm Q_2$) के समान होना आवश्यक नहीं है :

$$Q_1 = C_1 V,\ Q_2 = C_2 V \qquad (2.61)$$

यदि इस संयोजन के तुल्य किसी संधारित्र पर आवेश

$$Q = Q_1 + Q_2 \qquad (2.62)$$

तथा विभवांतर V है :

$$Q = CV = C_1 V + C_2 V \qquad (2.63)$$

तो समीकरण (2.63) से प्रभावी धारिता C

$$C = C_1 + C_2 \qquad (2.64)$$

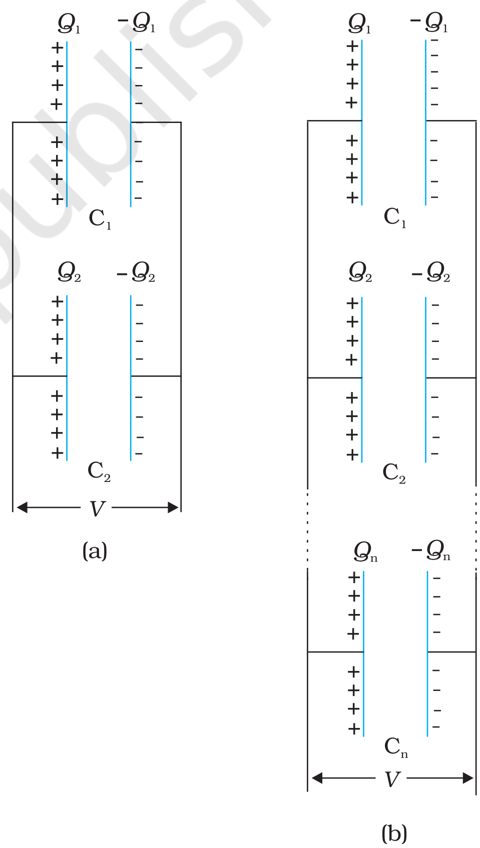
n संधारित्रों के पार्श्वक्रम संयोजन के लिए प्रभावी धारिता C के लिए व्यापक सूत्र, इसी प्रकार प्राप्त किया जा सकता है [चित्र 2.28(b)] :

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n \qquad (2.65)$$

अर्थात, $CV = C_1 V + C_2 V + \ldots C_n V$ (2.66)

इससे प्राप्त होता है

$$C = C_1 + C_2 + \ldots C_n \qquad (2.67)$$

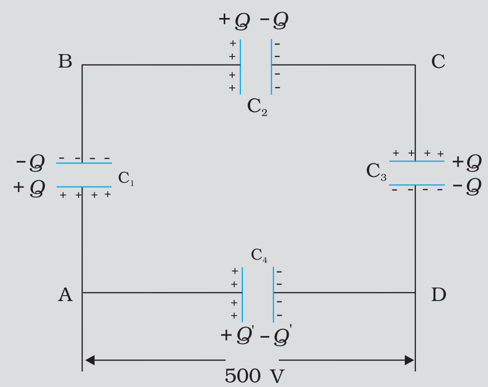


चित्र 2.28 (a) दो संधारित्रों, (b) n संधारित्रों का पार्श्वक्रम संयोजन।

उदाहरण 2.9 चित्र 2.29 में दर्शाए अनुसार 10 μF के चार संधारित्रों के किसी नेटवर्क को 500 V के स्रोत से संयोजित किया गया है। (a) नेटवर्क की तुल्य धारिता, तथा (b) प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए। (नोट: किसी *संधारित्र पर आवेश* उसकी उच्च

उदाहरण 2.9

विभव की पट्टिका पर आवेश के बराबर होता है तथा वह आवेश निम्न विभव की पट्टिका पर आवेश के परिमाण में समान, परंतु विजातीय होता है)।



चित्र 2.29

हल

(a) दिए गए नेटवर्क में तीन संधारित्र C_1, C_2 तथा C_3 श्रेणीक्रम में संयोजित हैं। इन तीनों संधारित्रों की प्रभावी धारिता C' इस प्रकार व्यक्त की जाती है :

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$C_1 = C_2 = C_3 = 10\ \mu F$, $C' = (10/3)\ \mu F$

नेटवर्क में C_4 को C' के पार्श्वक्रम में संयोजित किया गया है। अतः, समस्त नेटवर्क की तुल्य धारिता

$$C = C' + C_4 = \left(\frac{10}{3} + 10\right)\ \mu F = 13.3 \mu F$$

(b) चित्र से स्पष्ट है कि C_1, C_2 तथा C_3 प्रत्येक पर आवेश समान है, मान लीजिए यह आवेश Q है। मान लीजिए C_4 पर आवेश Q' है। अब चूँकि AB के सिरों के बीच विभवांतर Q/C_1, BC के सिरों पर Q/C_2 तथा CD के सिरों पर Q/C_3 है, अतः

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = 500\ V$$

तथा $Q'/C_4 = 500\ V$

इससे हमें संधारित्रों की विभिन्न धारिताओं के दिए गए मानों के लिए

$$Q = 500\ V \times \frac{10}{3} \mu F = 1.7 \times 10^{-3} C \text{ तथा}$$

$$Q' = 500\ V \times 10\ \mu F = 5.0 \times 10^{-3}\ C$$

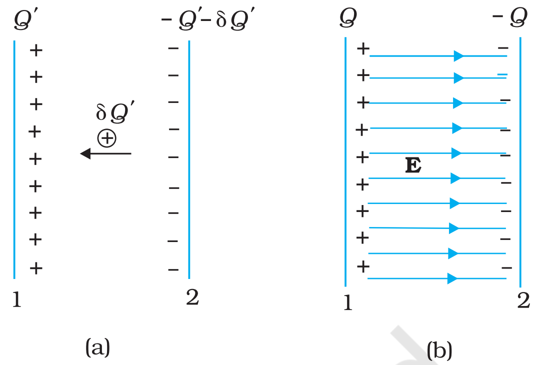
उदाहरण 2.9

2.15 संधारित्र में संचित ऊर्जा

जैसा कि हमने ऊपर चर्चा में अध्ययन किया, संधारित्र दो चालकों का एक ऐसा निकाय होता है जिस पर आवेश Q तथा $-Q$ होते हैं तथा जिनमें कुछ पृथकन होता है। इस विन्यास में संचित ऊर्जा ज्ञात करने के लिए आरंभ में दो अनावेशित चालकों 1 तथा 2 पर विचार कीजिए। अब चालक 2 से चालक 1 पर आवेश को छोटे-छोटे टुकड़ों में स्थानांतरित करने की किसी प्रक्रिया की कल्पना कीजिए, ताकि अंत में चालक 1 पर Q आवेश आ जाए। आवेश संरक्षण नियम के अनुसार अंत में चालक 2 पर $-Q$ आवेश होता है (चित्र 2.30)।

© NCERT not to be republished

आवेश को 2 से 1 पर स्थानांतरित करने में बाह्य कार्य करना होता है, चूँकि हर चरण में चालक 2 की तुलना में चालक 1 अधिक विभव पर होता है। किए गए कुल कार्य का परिकलन करने के लिए पहले हम छोटे-छोटे चरणों में आवेश की अत्यल्प (अर्थात लोप बिंदु तक छोटी) मात्रा को स्थानांतरित करने में किया गया कार्य परिकलित करते हैं। उस माध्य स्थिति पर विचार कीजिए जिसमें चालकों 1 तथा 2 पर क्रमशः आवेश Q' तथा $-Q'$ हैं। इस स्थिति में, चालकों 1 तथा 2 के बीच विभवांतर $V' = Q'/C$ होता है, यहाँ C निकाय की धारिता है। अब यह कल्पना कीजिए कि लघु आवेश $\delta Q'$ चालक 2 से 1 में स्थानांतरित किया जाता है। इस चरण में किया गया कार्य (δw), जिसके परिणामस्वरूप चालक 1 पर आवेश Q' से बढ़कर $Q' + \delta Q'$ हो जाता है, इस प्रकार व्यक्त किया जाता है :



चित्र 2.30 (a) चालक 1 पर Q' से $Q' + \delta Q'$ तक लघु चरणों में आवेश निर्मित करने में किया गया कार्य। (b) संधारित्र को आवेशित करने में किया गया कुल कार्य का अवलोकन दोनों पट्टिकाओं के बीच विद्युत क्षेत्र में संचित ऊर्जा के रूप में किया जा सकता है।

$$\delta W = V'\delta Q' = \frac{Q'}{C}\delta Q' \qquad (2.68)$$

समीकरण (2.68) के समाकलन द्वारा

$$W = \int_0^Q \frac{Q'}{C}\delta Q' = \frac{1}{C}\frac{Q'^2}{2}\Bigg|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

इस परिणाम, को हम भिन्न-भिन्न प्रकार से व्यक्त कर सकते हैं :

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \qquad (2.69)$$

चूँकि स्थिरवैद्युत बल संरक्षी बल है, यह कार्य निकाय में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। यही कारण है कि स्थितिज ऊर्जा का अंतिम परिणाम, समीकरण (2.69), जिस ढंग से संधारित्र का आवेश विन्यास निर्मित किया गया है, उस ढंग पर निर्भर नहीं करता। जब कोई संधारित्र निरावेशित होता है तो उसमें संचित ऊर्जा मुक्त हो जाती है। संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच विद्युत क्षेत्र में 'संचित' हुई स्थितिज ऊर्जा के रूप में समझना संभव है। इसे देखने के लिए, सरलता की दृष्टि से, किसी समांतर पट्टिका (प्रत्येक का क्षेत्रफल A) संधारित्र जिसकी पट्टिकाओं के बीच पृथकन d है, पर विचार कीजिए।

संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{(A\sigma)^2}{2} \times \frac{d}{\varepsilon_0 A} \qquad (2.70)$$

पृष्ठीय आवेश घनत्व σ पट्टिकाओं के बीच विद्युत क्षेत्र E से संबंधित है–

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (2.71)$$

समीकरणों (2.70) तथा (2.71) से प्राप्त होता है–

संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$U = (1/2)\varepsilon_0 E^2 \times Ad \qquad (2.72)$$

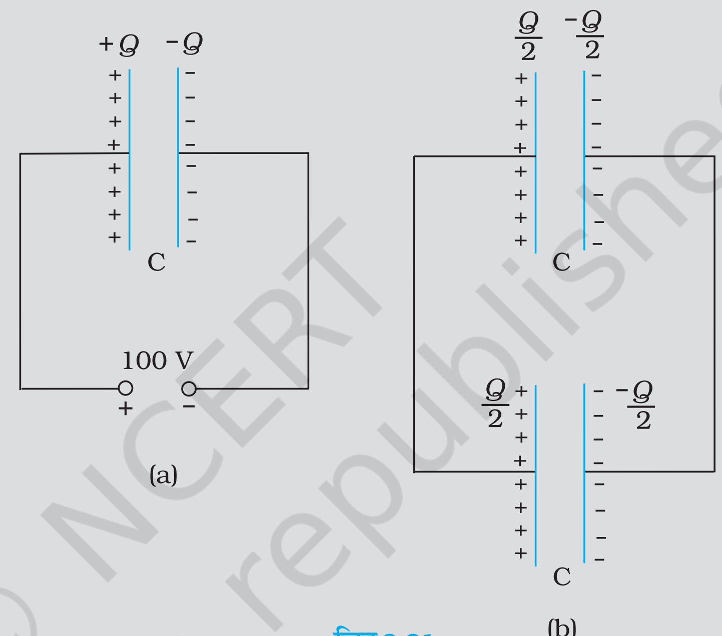
ध्यान दीजिए, Ad दोनों पट्टिकाओं के बीच के क्षेत्र का आयतन है (इसी क्षेत्र में केवल विद्युत क्षेत्र होता है)। यदि हम *ऊर्जा घनत्व* को दिक्स्थान के प्रति एकांक आयतन में संचित ऊर्जा के रूप में परिभाषित करें तो, समीकरण (2.72) के अनुसार

विद्युत क्षेत्र का ऊर्जा घनत्व $u = (1/2)\varepsilon_0 E^2$ (2.73)

© NCERT not to be republished

यद्यपि हमने समीकरण (2.73) समांतर पट्टिका संधारित्र के प्रकरण में व्युत्पन्न की है, किसी विद्युत क्षेत्र का ऊर्जा घनत्व से संबंधित परिणाम वास्तव में, अत्यंत व्यापक है तथा यह किसी भी आवेश विन्यास के कारण विद्युत क्षेत्र पर लागू होता है।

उदाहरण 2.10 (a) 900 pF के किसी संधारित्र को 100 V बैटरी से आवेशित किया गया [चित्र 2.31(a)]। संधारित्र में संचित कुल स्थिरवैद्युत ऊर्जा कितनी है? (b) इस संधारित्र को बैटरी से वियोजित करके किसी अन्य 900 pF के संधारित्र से संयोजित किया गया। निकाय द्वारा संचित स्थिरवैद्युत ऊर्जा कितनी है?



चित्र 2.31

हल

(a) संधारित्र पर आवेश

$Q = CV = 900 \times 10^{-12}$ F $\times$ 100 V $= 9 \times 10^{-8}$ C

संधारित्र द्वारा संचित ऊर्जा

$= (1/2)\ CV^2 = (1/2)\ QV$

$= (1/2) \times 9 \times 10^{-8}$C $\times$ 100 V $= 4.5 \times 10^{-6}$ J

(b) स्थायी स्थिति में, दोनों संधारित्रों की धनात्मक पट्टिकाएँ समान विभव पर हैं, तथा उनकी ऋणात्मक पट्टिकाएँ उसी समान विभव पर हैं। मान लीजिए उभयनिष्ठ विभवांतर V' है। तब, प्रत्येक संधारित्र पर आवेश $Q' = CV'$। आवेश संरक्षण द्वारा, $Q' = Q/2$, इसमें यह अंतर्निहित है कि, $V' = V/2$। तब निकाय की कुल ऊर्जा

$$= 2 \times \frac{1}{2} Q'V' = \frac{1}{4} QV = 2.25 \times 10^{-6}\,\text{J}$$

अतः (a) से (b) में जाने पर यद्यपि आवेश की कोई हानि नहीं होती, तथापि अंतिम ऊर्जा आरंभिक ऊर्जा की केवल आधी होती है। *तब शेष ऊर्जा कहाँ चली जाती है?*

निकाय को स्थिति (b) तक व्यवस्थित होने में कुछ समय लगता है। इस अवधि में पहले संधारित्र से दूसरे संधारित्र में एक अस्थायी विद्युत धारा प्रवाहित होती है। इस अवधि में ऊष्मा तथा विद्युत चुंबकीय विकिरणों के रूप में कुछ ऊर्जा-क्षय हो जाती है।

उदाहरण 2.10

© NCERT not to be republished

सारांश

1. स्थिरवैद्युत बल एक संरक्षी बल है। किसी बाह्य बल (स्थिरवैद्युत बल के समान एवं विपरीत) द्वारा आवेश q को बिंदु R से बिंदु P तक लाने में किया गया कार्य $q(V_P - V_R)$ होता है, जो कि अंतिम बिंदु तथा प्रारंभिक बिंदु के बीच आवेश की स्थितिज ऊर्जाओं का अंतर होता है।

2. किसी बिंदु पर विभव (किसी बाह्य एजेंसी) प्रति एकांक धनावेश पर किया गया वह कार्य होता है जो उस आवेश को अनंत से उस बिंदु तक लाने में किया जाता है। किसी बिंदु पर विभव किसी योज्यता स्थिरांक के अंतर्गत यादृच्छिक होता है, चूँकि जो राशि भौतिक रूप से महत्वपूर्ण है वह दो बिंदुओं के बीच विभवांतर है। यदि अनंत पर किसी आवेश के कारण विभव को शून्य चुनें (अथवा मानें) तो मूल बिंदु पर रखे किसी आवेश Q के कारण स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ वाले बिंदु पर वैद्युत विभव

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r}$$

3. मूल बिंदु पर स्थित $\mathbf{p}$ द्विध्रुव आघूर्ण के बिंदु द्विध्रुव के कारण स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ के किसी बिंदु पर स्थिरवैद्युत विभव

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathbf{p}\,\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

यह परिणाम किसी द्विध्रुव (जिस पर आवेश $-q$ तथा q एक-दूसरे से $2a$ दूरी पर हों) के लिए $r >> a$ शर्त के साथ लागू होता है।

4. स्थिति सदिश $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n$ के आवेशों $q_1, q_2, ..., q_n$ के आवेश विन्यास का अध्यारोपण सिद्धांत द्वारा किसी बिंदु P पर विभव

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + ... + \frac{q_n}{r_{nP}}\right)$$

यहाँ पर r_{1P} आवेश q_1 तथा P के बीच, r_{2P} आवेश q_2 तथा P के बीच की दूरी है, तथा अन्य दूरियाँ इसी प्रकार हैं।

5. समविभव पृष्ठ एक ऐसा पृष्ठ होता है जिसके सभी बिंदुओं पर विभव का समान मान होता है। किसी बिंदु आवेश के लिए, उस आवेश को केंद्र मानकर खींचे गए संकेंद्री गोले समविभव पृष्ठ होते हैं। समविभव पृष्ठ के किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ उस बिंदु से गुज़रने वाले अभिलंब के अनुदिश होता है। $\mathbf{E}$ की दिशा वही होती है जिस दिशा में वैद्युत विभव तीव्रता से घटता है।

6. किसी आवेशों के निकाय में संचित स्थितिज ऊर्जा (किसी बाह्य बल द्वारा) आवेशों को उनकी स्थितियों पर लाकर एकत्र करने में किए जाने वाले कार्य के बराबर होती है। दो आवेशों q_1 तथा q_2 की $\mathbf{r}_1$ तथा $\mathbf{r}_2$ पर स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

यहाँ r_{12} दो आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच की दूरी है।

7. किसी बाह्य विभव $V(\mathbf{r})$ में आवेश q की स्थितिज ऊर्जा $q\,V(\mathbf{r})$ होती है। एकसमान विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ में किसी द्विध्रुव $\mathbf{p}$ की स्थितिज ऊर्जा $-\mathbf{p.E}$ होती है।

© NCERT not to be republished

8. किसी चालक के अभ्यंतर में स्थिरवैद्युत क्षेत्र **E** शून्य होता है। किसी आवेशित चालक के पृष्ठ के तुरंत बाहर **E** पृष्ठ के अभिलंबवत् होता है।

$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$, यहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ बहिर्मुखी अभिलंब के अनुदिश एकांक सदिश तथा σ पृष्ठीय आवेश घनत्व है। किसी चालक के आवेश केवल उसके पृष्ठ पर ही विद्यमान रह सकते हैं। किसी चालक के अंतर्गत (भीतर) तथा उसके पृष्ठ पर विभव हर बिंदु पर नियत रहता है। चालक के भीतर किसी आवेशविहीन कोटर (गुहा) में विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

9. संधारित्र दो ऐसे चालकों का निकाय होता है जो किसी विद्युतरोधी द्वारा एक-दूसरे से पृथक रहते हैं। इसकी धारिता C को $C = Q/V$ द्वारा परिभाषित किया जाता है, यहाँ Q तथा $-Q$ इसके दो चालकों के आवेश हैं तथा V इन दोनों के बीच विभवांतर है। C का निर्धारण पूर्णतया संधारित्र की ज्यामितीय आकृति, आकार, दो चालकों की आपेक्षिक स्थितियों द्वारा किया जाता है। धारिता का एकांक फैरड है: $1 \text{ F} = 1 \text{ C V}^{-1}$

किसी समांतर पट्टिका संधारित्र (पट्टिकाओं के बीच निर्वात) के लिए

$$C = \varepsilon_0 A/d$$

यहाँ A प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल तथा d इनके बीच का पृथकन है।

10. यदि किसी संधारित्र की दो पट्टिकाओं के बीच कोई विद्युतरोधी पदार्थ (परावैद्युत) भरा है, तो आवेशित पट्टिकाओं के विद्युत क्षेत्र के कारण परावैद्युत में नेट द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित हो जाता है। इस प्रभाव, जिसे ध्रुवण कहते हैं, के कारण विपरीत दिशा में एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न होता है। इससे परावैद्युत के भीतर नेट विद्युत क्षेत्र, तथा इसीलिए पट्टिकाओं के बीच विभवांतर घट जाता है। परिणामस्वरूप संधारित्र की धारिता C, C_0 (जबकि पट्टिकाओं के बीच कोई माध्यम नहीं अर्थात निर्वात है) से बढ़ जाती है। $C = K\, C_0$

जहाँ K विद्युतरोधी पदार्थ का परावैद्युतांक है।

11. संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन के लिए, कुल धारिता C निम्नलिखित संबंध द्वारा दर्शाई जाती है

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots\ldots\ldots$$

पार्श्वक्रम संयोजन के लिए कुल धारिता C होती है–

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

जहाँ $C_1, C_2, C_3 \ldots\ldots$ व्यष्टिगत धारिताएँ हैं।

12. आवेश Q, वोल्टता V तथा धारिता C के किसी संधारित्र में संचित ऊर्जा E निम्नलिखित संबंधों द्वारा व्यक्त की जाती है–

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

किसी विद्युत क्षेत्र के स्थान पर वैद्युत आवेश घनत्व (प्रति एकांक आयतन ऊर्जा) $(1/2)\varepsilon_0 E^2$ होता है।

स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता

भौतिक राशि	प्रतीक	विमाएँ	मात्रक	टिप्पणी
विभव	ϕ अथवा V	$[M^1 L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	विभवांतर भौतिक दृष्टि से महत्वपूर्ण होता है।
धारिता	C	$[M^{-1} L^{-2} T^4 A^2]$	F	
ध्रुवण	**P**	$[L^{-2} AT]$	$C\ m^{-2}$	द्विध्रुव आघूर्ण प्रति एकांक आयतन
परावैद्युतांक	K	[विमाहीन]		

विचारणीय विषय

1. स्थिरवैद्युतिकी में स्थिर आवेशों के बीच लगने वाले बलों का अध्ययन किया जाता है। परंतु जब किसी आवेश पर बल आरोपित है तो वह विराम में कैसे हो सकता है? अत: जब दो आवेशों के बीच लगने वाले स्थिरवैद्युत बल के विषय में चर्चा करते हैं, तो यह समझा जाना चाहिए कि प्रत्येक आवेश कुछ अनिर्दिष्ट बलों, जो उस आवेश पर लगे नेट कूलॉम बल का विरोध करते हैं, के प्रभाव से विराम में है।

2. कोई संधारित्र इस प्रकार विन्यासित होता है कि वह विद्युत क्षेत्र रेखाओं को एक छोटे क्षेत्र तक ही सीमित किए रखता है। इस प्रकार, यद्यपि विद्युत क्षेत्र काफी प्रबल हो सकता है परंतु संधारित्र की दो पट्टिकाओं के बीच विभवांतर कम होता है।

3. किसी गोलीय आवेशित कोश के पृष्ठ के आर-पार विद्युत क्षेत्र संतत नहीं होता। गोले के भीतर यह शून्य तथा बाहर यह $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$ होता है। परंतु वैद्युत विभव पृष्ठ के आर-पार संतत होता है, इसका मान पृष्ठ पर $q/4\pi\varepsilon_0 R$ होता है।

4. किसी द्विध्रुव पर लगा बल आघूर्ण $\mathbf{p} \times \mathbf{E}$ इसमें **E** के परित: दोलन उत्पन्न करता है। केवल तभी जब प्रक्रिया क्षयकारी है तो दोलन अवमंदित होते हैं तथा द्विध्रुव अंतत: **E** के संरेखित हो जाता है।

5. किसी आवेश q के कारण अपनी स्थिति पर विभव अपरिभाषित है—यह अनंत होता है।

6. किसी आवेश q की स्थितिज ऊर्जा के व्यंजक $qV(\mathbf{r})$ में, $V(\mathbf{r})$ बाह्य आवेशों के कारण विभव है तथा q के कारण विभव नहीं है। जैसा कि बिंदु 5 में देखा, यह व्यंजक उस स्थिति में, जबकि स्वयं आवेश q के कारण विभव को $V(\mathbf{r})$ में सम्मिलित कर लें, सही रूप में परिभाषित नहीं होगा।

7. किसी चालक के भीतर कोटर (गुहा) बाह्य वैद्युत प्रभावों से परिरक्षित रहता है। यहाँ यह बात ध्यान देने योग्य है कि स्थिरवैद्युत परिरक्षण उस परिस्थिति में प्रभावी नहीं रहता जिसमें आप कोटर में भीतर आवेश रख देते हैं, तब तो चालक का बहिर्भाग भीतर के आवेशों के विद्युत क्षेत्रों से परिरक्षित नहीं रहता।

© NCERT not to be republished

अभ्यास

2.1 5×10^{-8} C तथा -3×10^{-8} C के दो आवेश 16 cm दूरी पर स्थित हैं। दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के किस बिंदु पर वैद्युत विभव शून्य होगा? अनंत पर विभव शून्य लीजिए।

2.2 10 cm भुजा वाले एक सम-षट्भुज के प्रत्येक शीर्ष पर 5 μC का आवेश है। षट्भुज के केंद्र पर विभव परिकलित कीजिए।

2.3 6 cm की दूरी पर अवस्थित दो बिंदुओं A एवं B पर दो आवेश 2 μC तथा -2 μC रखे हैं।

(a) निकाय के सम विभव पृष्ठ की पहचान कीजिए।

(b) इस पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा क्या है?

2.4 12 cm त्रिज्या वाले एक गोलीय चालक के पृष्ठ पर 1.6×10^{-7}C का आवेश एकसमान रूप से वितरित है।

(a) गोले के अंदर

(b) गोले के ठीक बाहर

(c) गोले के केंद्र से 18 cm पर अवस्थित, किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र क्या होगा?

2.5 एक समांतर पट्टिका संधारित्र, जिसकी पट्टिकाओं के बीच वायु है, की धारिता 8pF (1pF = 10^{-12} F) है। यदि पट्टिकाओं के बीच की दूरी को आधा कर दिया जाए और इनके बीच के स्थान में 6 परावैद्युतांक का एक पदार्थ भर दिया जाए तो इसकी धारिता क्या होगी?

2.6 9 pF धारिता वाले तीन संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है।

(a) संयोजन की कुल धारिता क्या है?

(b) यदि संयोजन को 120 V के संभरण (सप्लाई) से जोड़ दिया जाए, तो प्रत्येक संधारित्र पर क्या विभवांतर होगा?

2.7 2 pF, 3 pF और 4 pF धारिता वाले तीन संधारित्र पार्श्वक्रम में जोड़े गए हैं।

(a) संयोजन की कुल धारिता क्या है?

(b) यदि संयोजन को 100 V के संभरण से जोड़ दें तो प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए।

2.8 पट्टिकाओं के बीच वायु वाले एक समांतर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल 6×10^{-3} m^2 तथा उनके बीच की दूरी 3 mm है। संधारित्र की धारिता को परिकलित कीजिए। यदि इस संधारित्र को 100 V के संभरण से जोड़ दिया जाए तो संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका पर कितना आवेश होगा?

2.9 अभ्यास 2.8 में दिए गए संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच यदि 3 mm मोटी अभ्रक की एक शीट (पत्तर) (परावैद्युतांक = 6) रख दी जाती है तो स्पष्ट कीजिए कि क्या होगा जब

(a) विभव (वोल्टेज) संभरण जुड़ा ही रहेगा।

(b) संभरण को हटा लिया जाएगा?

2.10 12 pF का एक संधारित्र 50 V की बैटरी से जुड़ा है। संधारित्र में कितनी स्थिरवैद्युत ऊर्जा संचित होगी?

2.11 200 V संभरण (सप्लाई) से एक 600 pF के संधारित्र को आवेशित किया जाता है। फिर इसको संभरण से वियोजित कर देते हैं तथा एक अन्य 600 pF वाले अनावेशित संधारित्र से जोड़ देते हैं। इस प्रक्रिया में कितनी ऊर्जा का ह्रास होता है?

© NCERT not to be republished

अध्याय 3

विद्युत धारा

© NCERT not to be republished

3.1 भूमिका

अध्याय 1 में सभी आवेशों को चाहे वे स्वतंत्र हों अथवा परिबद्ध, विरामावस्था में माना गया था। गतिमान आवेश विद्युत धारा का निर्माण करते हैं। ऐसी ही धारा प्रकृति में बहुत-सी स्थितियों में पाई जाती है। तड़ित एक ऐसी परिघटना है जिसमें आवेश बादलों से पृथ्वी तक वायुमंडल से होकर पहुँचते हैं, जिनका परिणाम कभी-कभी भयंकर होता है। तड़ित में आवेश का प्रवाह स्थायी नहीं होता, परंतु हम अपने दैनिक जीवन में बहुत-सी युक्तियों में आवेशों को उसी प्रकार प्रवाहित होते हुए देखते हैं जिस प्रकार नदियों में जल प्रवाहित होता रहता है। टॉर्च तथा सेल से चलने वाली घड़ी इस प्रकार की युक्तियों के कुछ उदाहरण हैं। इस अध्ययन में हम अपरिवर्ती अथवा स्थायी विद्युत धारा से संबंधित कुछ मूल नियमों का अध्ययन करेंगे।

3.2 विद्युत धारा

आवेश प्रवाह के लंबवत एक लघु क्षेत्रफल की कल्पना कीजिए। इस क्षेत्र से होकर धनात्मक और ऋणात्मक दोनों ही प्रकार के आवेश अग्र अथवा पश्च दिशा में प्रवाहित हो सकते हैं। मान लीजिए, किसी काल-अंतराल t में इस क्षेत्र से प्रवाहित होने वाला नेट अग्रगामी धनावेश q_+ (अर्थात अग्रगामी तथा पश्चगामी का अंतर) है। इसी प्रकार, मान लीजिए इसी क्षेत्र से प्रवाहित होने वाला नेट अग्रगामी ऋणावेश q_- है। तब इस काल अंतराल t में इस क्षेत्र से प्रवाहित होने वाला नेट आवेश $q = q_+ - q_-$ है। स्थायी धारा के लिए यह t के अनुक्रमानुपाती है और भागफल

$$I = \frac{q}{t} \tag{3.1}$$

क्षेत्र से होकर अग्रगामी दिशा में प्रवाहित विद्युत धारा को परिभाषित करता है। (यदि यह संख्या ऋणात्मक है तो इससे यह संकेत प्राप्त होता है कि विद्युत धारा पश्चदिशा में है।)

विद्युत धाराएँ सदैव अपरिवर्ती नहीं होतीं, इसलिए अधिक व्यापक रूप में हम विद्युत धारा को निम्न प्रकार से परिभाषित करते हैं। मान लीजिए काल-अंतराल Δt [अर्थात काल t तथा $(t + \Delta t)$ के बीच] में किसी चालक की अनुप्रस्थ काट से प्रवाहित होने वाला नेट आवेश ΔQ है। तब काल t पर चालक के इस अनुप्रस्थ काट से प्रवाहित विद्युत धारा को ΔQ या Δt के अनुपात के मान के रूप में इस प्रकार परिभाषित किया जाता है जिसमें Δt की सीमा शून्य की ओर प्रवृत्त है,

$$I(t) \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{3.2}$$

S I मात्रकों में विद्युत धारा का मात्रक ऐम्पियर है। एक ऐम्पियर को विद्युत धारा के चुंबकीय प्रभाव द्वारा परिभाषित किया जाता है जिसका हम अगले अनुच्छेद में अध्ययन करेंगे। घरेलू वैद्युत-साधित्रों में प्रवाहित होने वाली प्रतिरूपी विद्युत धारा के परिमाण की कोटि एक ऐम्पियर होती है। जहाँ एक ओर किसी औसत तड़ित में हज़ारों ऐम्पियर कोटि की धारा प्रवाहित हो जाती है, वहीं दूसरी ओर हमारी तंत्रिकाओं से प्रवाहित होने वाली धाराएँ कुछ माइक्रोऐम्पियर कोटि की होती हैं।

3.3 चालक में विद्युत धारा

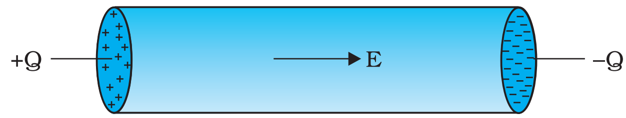
यदि किसी वैद्युत आवेश पर कोई विद्युत क्षेत्र को अनुप्रयुक्त किया जाए तो वह एक बल का अनुभव करेगा। यदि यह गति करने के लिए स्वतंत्र है तो यह भी गतिमान होकर विद्युत धारा उत्पन्न करेगा। वायुमंडल के ऊपरी स्तर जिसे आयनमंडल कहते हैं, की भाँति प्रकृति में मुक्त आवेशित कण पाए जाते हैं। तथापि, अणुओं तथा परमाणुओं में ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन तथा धनावेशित इलेक्ट्रॉन एक-दूसरे से परिबद्ध होने के कारण गति करने के लिए स्वतंत्र नहीं होते हैं। स्थूल पदार्थ अनेक अणुओं से निर्मित होते हैं, उदाहरण के लिए, एक ग्राम जल में लगभग 10^{22} अणु होते हैं। ये अणु इतने संकुलित होते हैं कि इलेक्ट्रॉन अब एक व्यष्टिगत नाभिक से ही जुड़ा नहीं रहता। कुछ पदार्थों में इलेक्ट्रॉन अभी भी परिबद्ध होते हैं, अर्थात विद्युत-क्षेत्र अनुप्रयुक्त करने पर भी त्वरित नहीं होते। कुछ दूसरे पदार्थों में विशेषकर धातुओं में कुछ इलेक्ट्रॉन स्थूल पदार्थ के भीतर वास्तविक रूप से, गति करने के लिए स्वतंत्र होते हैं। इन पदार्थों जिन्हें सामान्यतः चालक कहते हैं, में विद्युत क्षेत्र अनुप्रयुक्त करने पर विद्युत धारा उत्पन्न हो जाती है।

यदि हम ठोस चालक पर विचार करें तो वास्तव में इनमें परमाणु आपस में निकट रूप से, कस कर आबद्ध होते हैं जिसके कारण ऋण आवेशित इलेक्ट्रॉन विद्युत धारा का वहन करते हैं। तथापि, अन्य प्रकार के चालक भी होते हैं जैसे विद्युत अपघटनी विलयन, जिनमें धनावेश तथा ऋणावेश दोनों गति कर सकते हैं। हम अपनी चर्चा को ठोस चालकों पर ही केंद्रित रखेंगे जिसमें स्थिर धनायनों की पृष्ठभूमि में ऋण आवेशित इलेक्ट्रॉन विद्युत धारा का वहन करते हैं।

पहले हम ऐसी स्थिति पर विचार करते हैं जहाँ कोई विद्युत क्षेत्र उपस्थित नहीं है। इलेक्ट्रॉन तापीय गति करते समय आबद्ध आयनों से संघट्ट करते हैं। संघट्ट के पश्चात इलेक्ट्रॉन की चाल अपरिवर्तित रहती है। अतः टकराने के बाद चाल की दिशा पूर्णतया यादृच्छिक होती है। किसी दिए हुए समय पर इलेक्ट्रॉनों की चाल की कोई अधिमानिक दिशा नहीं होती है। अतः औसत रूप से

© NCERT not to be republished

किसी एक विशेष दिशा में गमन करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या, उस दिशा के ठीक विपरीत दिशा में गमन करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या के ठीक बराबर होती है। अतः कोई नेट विद्युत धारा नहीं होगी।



चित्र 3.1 धात्विक बेलन के सिरों पर रखे $+Q$ और $-Q$ आवेश। आवेशों को उदासीन करने के लिए उत्पन्न विद्युत क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉनों का अपवाह होगा। यदि आवेश $+Q$ और $-Q$ की पुनः पूर्ति सतत न की गई तो कुछ देर में विद्युत धारा प्रवाह समाप्त हो जाएगा।

आइए अब हम यह देखें कि इस प्रकार के चालक के किसी टुकड़े पर कोई विद्युत क्षेत्र अनुप्रयुक्त करने पर क्या होता है। अपने विचारों को केंद्रित करने के लिए R त्रिज्या के बेलनाकार चालक की कल्पना कीजिए (चित्र 3.1)। मान लीजिए परावैद्युत पदार्थ की बनी दो पतली वृत्ताकार डिस्क लेते हैं जिनकी त्रिज्याएँ चालक के समान हैं और जिनमें एक पर धनावेश $+Q$ तथा दूसरे पर ऋणावेश $-Q$ एकसमान रूप से वितरित हैं। इन दोनों डिस्कों को बेलन की दो चपटी पृष्ठों से जोड़ देते हैं। ऐसा करने पर एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाएगा जिसकी दिशा धनावेश से ऋणावेश की ओर होगी। इस क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉन $+Q$ की तरफ त्वरित होंगे। इस प्रकार वे आवेशों को उदासीन करने के लिए गति करेंगे। जब तक इलेक्ट्रॉन का प्रवाह बना रहेगा, विद्युत धारा बनी रहेगी। इस प्रकार विचाराधीन परिस्थिति में बहुत अल्प समय के लिए विद्युत धारा बहेगी और उसके पश्चात कोई धारा नहीं होगी।

हम ऐसी युक्तियों की भी कल्पना कर सकते हैं जो बेलन के सिरों पर, चालक के अंदर गतिमान इलेक्ट्रॉनों द्वारा उदासीन सभी आवेशों की नए आवेशों से पुनः पूर्ति कराएँ। उस प्रकाश में चालक में एक स्थायी विद्युत क्षेत्र स्थापित होगा, जिसके परिणामस्वरूप जो धारा उत्पन्न होगी वह अल्पावधि की न होकर, सतत विद्युत धारा होगी। इस प्रकार स्थायी विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करने वाली युक्तियाँ विद्युत सेल अथवा बैटरियाँ होती हैं जिनके विषय में हम इस अध्याय में आगे अध्ययन करेंगे। अगले अनुभागों में हम चालकों में स्थायी विद्युत-क्षेत्रों से प्राप्त स्थायी विद्युत धारा का अध्ययन करेंगे।

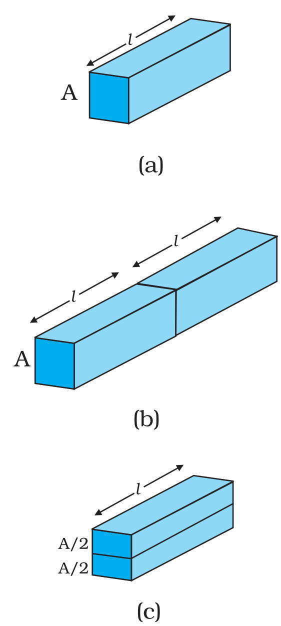
3.4 ओम का नियम

विद्युत धारा के प्रवाह के लिए उत्तरदायी भौतिक युक्तियों की खोज से काफी पहले जी. एस. ओम ने सन् 1828 में धारा प्रवाह से संबद्ध एक मूल नियम की खोज कर ली थी। एक चालक की परिकल्पना कीजिए जिससे धारा I प्रवाहित हो रही है और मान लीजिए V, चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर है। तब ओम के नियम का कथन है कि

$$V \propto I$$

$$\text{अथवा } V = R\,I \qquad (3.3)$$

यहाँ आनुपातिकता स्थिरांक R, चालक का *प्रतिरोध* कहलाता है। प्रतिरोध का SI मात्रक *ओम* है और यह प्रतीक Ω द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। प्रतिरोध R चालक के केवल पदार्थ पर ही नहीं बल्कि चालक के विस्तार पर भी निर्भर करता है। प्रतिरोध की चालक के विस्तार पर निर्भरता नीचे दिए अनुसार आसानी से ज्ञात की जा सकती है।

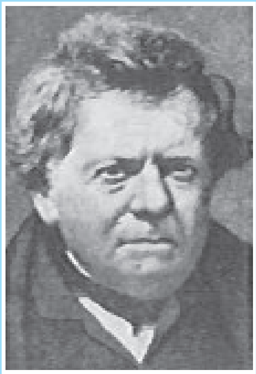


चित्र 3.2 लंबाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A की आयताकार सिल्ली के संबंध $R = \rho l/A$ का निदर्श चित्र।

लंबाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A की किसी आयताकार सिल्ली पर विचार कीजिए जो समीकरण (3.3) को संतुष्ट करता है [चित्र 3.2]। कल्पना कीजिए ऐसी दो सर्वसम सिल्लियाँ सिरे से सिरे को मिलाते हुए इस प्रकार रखी हुई हैं कि संयोजन की लंबाई $2l$ है। इस संयोजन से उतनी ही धारा प्रवाहित होगी जितनी कि दोनों में से किसी एक सिल्ली से होगी। यदि पहली सिल्ली के

© NCERT not to be republished

जॉर्ज साइमन ओम (1787–1854)



जॉर्ज साइमन ओम (1787–1854) जर्मन भौतिकविज्ञानी, म्यूनिख में प्रोफ़ेसर थे। ओम ने अपने नियम की खोज ऊष्मा-चालन से सदृश्य के आधार पर की– विद्युत क्षेत्र ताप-प्रवणता के तुल्य है और विद्युत धारा ऊष्मा-प्रवाह के।

सिरों के मध्य विभवांतर V है, तब दूसरी सिल्ली के सिरों के मध्य भी विभवांतर V होगा, क्योंकि दूसरी सिल्ली पहली के समान है और दोनों से समान धारा प्रवाहित हो रही है। स्पष्टतया संयोजन के सिरों के मध्य विभवांतर, दो पृथक सिल्लियों के मध्य विभवांतरों का योग है, अतः $2V$ के बराबर है। संयोजन से होकर प्रवाहित धारा I है तब समीकरण (3.3) से संयोजन का प्रतिरोध R_C

$$R_C = \frac{2V}{I} = 2R \qquad (3.4)$$

चूँकि $V/I = R$, दोनों में से किसी एक सिल्ली का प्रतिरोध है। इस प्रकार चालक की लंबाई दोगुनी करने पर इसका प्रतिरोध दोगुना हो जाता है। तब व्यापक रूप से प्रतिरोध लंबाई के अनुक्रमानुपाती होता है

$$R \propto l \qquad (3.5)$$

इसके बाद इस सिल्ली को लंबाई में दो समान भागों में विभाजित करने की कल्पना कीजिए जिससे कि सिल्ली को लंबाई l की दो सर्वसम सिल्लियों जिनमें प्रत्येक का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $A/2$ है, के संयोजन जैसा समझा जा सके [चित्र 3.2 (c)]।

सिल्ली के सिरों के मध्य दिए गए विभवांतर V के लिए यदि पूरी सिल्ली से प्रवाहित होने वाली धारा I है तो स्पष्टता प्रत्येक आधी सिल्ली से प्रवाहित होने वाली धारा $I/2$ होगी। चूँकि आधी सिल्ली के सिरों के मध्य विभवांतर V है, अर्थात उतना ही है जितना कि पूरी सिल्ली के सिरों के मध्य विभवांतर है, इसलिए प्रत्येक आधी सिल्ली का प्रतिरोध R_1 इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है

$$R_1 = \frac{V}{(I/2)} = 2\frac{V}{I} = 2R \qquad (3.6)$$

इस प्रकार चालक की अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल को आधा करने पर प्रतिरोध दोगुना हो जाता है। व्यापक रूप से तब प्रतिरोध R, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल (A) के व्युत्क्रमानुपाती होता है, अर्थात

$$R \propto \frac{1}{A} \qquad (3.7)$$

समीकरण (3.5) और (3.7) के संयोजन से

$$R \propto \frac{l}{A} \qquad (3.8)$$

अतः, किसी दिए गए चालक के लिए

$$R = \rho \frac{l}{A} \qquad (3.9)$$

यहाँ ρ एक आनुपातिकता स्थिरांक है जो चालक के पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है, इसके विस्तार पर नहीं। ρ को *प्रतिरोधकता* कहते हैं।

समीकरण (3.9) का प्रयोग करने पर, ओम के नियम को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं

$$V = I \times R = \frac{I\rho l}{A} \qquad (3.10)$$

विद्युत धारा प्रति एकांक क्षेत्र (धारा के अभिलंबवत ली गई) I/A *धारा घनत्व* कहलाता है और

j द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। धारा घनत्व का SI मात्रक A/m^2 है। इसके अतिरिक्त यदि एकसमान विद्युत क्षेत्र E के किसी चालक की लंबाई l है तो इस चालक के सिरों के बीच विभवांतर का परिणाम El होता है। इसका उपयोग करने पर समीकरण (3.10) को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$E\,l = j\,\rho\,l$$

अथवा $E = j\,\rho$ (3.11)

E तथा **j** के परिमाण के लिए उपरोक्त समीकरण को अवश्य ही सदिश रूप में व्यक्त किया जा सकता है। धारा घनत्व (जिसे हमने धारा के अभिलंबवत प्रति एकांक क्षेत्रफल के रूप में परिभाषित किया है) भी **E** की ओर निर्दिष्ट है और $j\,(\equiv j\mathbf{E}/E)$ एक सदिश भी है। इस प्रकार समीकरण (3.11) को इस प्रकार से व्यक्त करते हैं

$$\mathbf{E} = \mathbf{j}\rho \qquad (3.12)$$

अथवा $\mathbf{j} = \sigma\,\mathbf{E}$ (3.13)

जहाँ $\sigma = 1/\rho$ को *चालकता* कहते हैं। ओम के नियम को प्रायः समीकरण (3.3) के अलावा समीकरण (3.13) द्वारा भी समतुल्य रूप में व्यक्त किया जाता है। अगले अनुच्छेद में हम ओम के नियम के उद्गम को इस रूप में समझने का प्रयास करेंगे जैसे कि यह इलेक्ट्रॉनों के अपवाह के अभिलक्षणों से उत्पन्न हुआ है।

3.5 इलेक्ट्रॉन का अपवाह एवं प्रतिरोधकता का उद्गम

हमने पहले देखा है कि जब कोई इलेक्ट्रॉन किसी भारी आयन से संघट्ट करता है तो संघट्ट के बाद उसी चाल से चलता है लेकिन इसकी दिशा यादृच्छिक हो जाती है। यदि हम सभी इलेक्ट्रॉनों पर विचार करें तो उनका औसत वेग शून्य होगा, क्योंकि उनकी दिशाएँ यादृच्छिक हैं। इस प्रकार यदि i^{th} इलेक्ट्रॉन (i = 1, 2, 3, ... N) का वेग किसी दिए समय में $\mathbf{v}_i$ हो तो

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{v}_i = 0 \qquad (3.14)$$

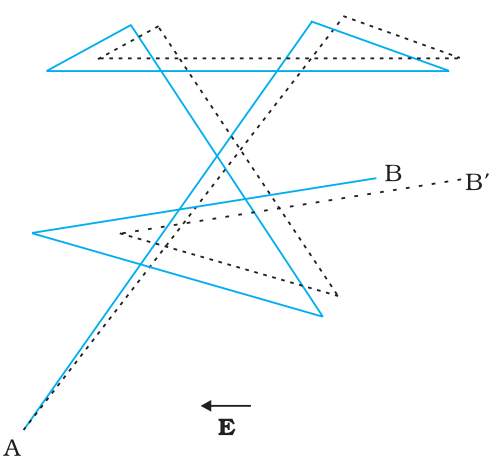
अब ऐसी स्थिति पर विचार करें जब यह चालक किसी विद्युत क्षेत्र में उपस्थित है। इस क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉन में त्वरण उत्पन्न होगा

$$\mathbf{a} = \frac{-e\,\mathbf{E}}{m} \qquad (3.15)$$

जहाँ $-e$ इलेक्ट्रॉन का आवेश तथा m इसका द्रव्यमान है। दिए गए समय t में i^{th} इलेक्ट्रॉन पर पुनः विचार करें। यह इलेक्ट्रॉन t के कुछ समय पहले अंतिम बार संघट्ट करेगा और मान लीजिए, t_i इसके अंतिम संघट्ट के बाद व्यतीत समय है। यदि v_i अंतिम संघट्ट के तुरंत पश्चात का वेग था तब समय t पर इसका वेग

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{v}_i + \left(-\frac{e\,\mathbf{E}}{m}\right)t_i \qquad (3.16)$$

चूँकि अपने अंतिम संघट्ट से आरंभ करने के पश्चात यह इलेक्ट्रॉन किसी समय अंतराल t_i के लिए समीकरण (3.15) द्वारा दिए गए त्वरण के साथ त्वरित हुआ था। सभी इलेक्ट्रॉनों का समय t पर औसत वेग सभी $\mathbf{V}_i$ का औसत है।



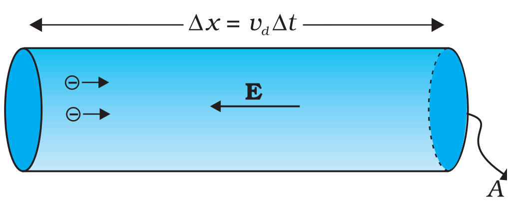
चित्र 3.3 किसी बिंदु A से दूसरे बिंदु B तक बारम्बार संघट्टों के द्वारा इलेक्ट्रॉन की गति तथा संघट्टों के बीच रैखिक गति का आरेखीय चित्रण (सतत रेखाएँ)। यदि दर्शाए अनुसार कोई विद्युत क्षेत्र लगाया जाता है तो इलेक्ट्रॉन B' पर रुक जाता है (बिंदुकृत रेखाएँ)। विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में मामूली अपवाह दिखलाई दे रहा है।

© NCERT not to be republished

$\mathbf{v}_i$ का औसत शून्य है [समीकरण (3.14)] क्योंकि संघट्ट के तुरंत बाद एक इलेक्ट्रॉन के वेग की दिशा पूर्णतया यादृच्छिक होती है। इलेक्ट्रॉनों के संघट्ट नियमित काल-अंतरालों पर न होकर यादृच्छिक समय में होते हैं। यदि लगातार (क्रमिक) संघट्टों के बीच औसत समय को हम लोग τ से निर्दिष्ट करें तो किसी दिए गए समय में कुछ इलेक्ट्रॉन τ से ज्यादा और कुछ τ से कम समय व्यतीत किए होंगे। दूसरे शब्दों में, जैसे-जैसे हम $i = 1, 2 ..... N$ विभिन्न मान देते हैं तो हमें समीकरण (3.16) के अनुसार समय t_i के मान कुछ के लिए τ से ज्यादा होंगे तथा कुछ के लिए τ से कम होंगे। तब t_i का औसत मान τ होगा (जिसे *विश्रांति काल* कहते हैं)। इस प्रकार किसी दिए समय t पर N इलेक्ट्रॉनों के लिए समीकरण (3.16) का औसत लेने पर हमें औसत वेग $\mathbf{v}_d$ प्राप्त होता है

$$\mathbf{v}_d \equiv (\mathbf{V}_i)_{\text{औसत}} = (\mathbf{v}_i)_{\text{औसत}} - \frac{e\mathbf{E}}{m}(t_i)_{\text{औसत}}$$

$$= 0 - \frac{e\mathbf{E}}{m}\tau = -\frac{e\mathbf{E}}{m}\tau \qquad (3.17)$$



चित्र 3.4 धात्विक चालक में विद्युत धारा। धातु में धारा घनत्व का परिमाण एकांक क्षेत्रफल तथा $\mathbf{v}_d$ ऊँचाई के बेलन में अंतर्विष्ट आवेश के परिमाण के बराबर है।

यह अंतिम परिणाम आश्चर्यजनक है। यह हमें बताता है कि इलेक्ट्रॉन, यद्यपि त्वरित है, एक औसत वेग से गतिमान है जो समय पर निर्भर नहीं करता है। यह परिघटना अपवाह की है और समीकरण (3.17) का वेग $\mathbf{v}_d$ *अपवाह वेग* कहलाता है।

अपवाह के कारण, विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ के लंबवत किसी क्षेत्र से होकर आवेशों का नेट परिवहन होगा। चालक के अंदर एक समतलीय क्षेत्र पर विचार करें जो कि $\mathbf{E}$ के समांतर क्षेत्र पर अभिलंब है (चित्र 3.4)। तब अपवाह के कारण, अत्यणु समय Δt में, क्षेत्र की बायीं ओर के सभी इलेक्ट्रॉन $|\mathbf{v}_d|\Delta t$ दूरी पार कर लिए होंगे। यदि चालक में प्रति एकांक आयतन मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या n है तो $n\,\Delta t\,|\mathbf{v}_d|\,A$ ऐसे इलेक्ट्रॉन होंगे। चूँकि प्रत्येक इलेक्ट्रॉन आवेश $-e$ वहन करता है, Δt समय में क्षेत्र A की दायीं ओर परिवहित कुल आवेश $-ne\,A\,|\mathbf{v}_d|\,\Delta t$ है। $\mathbf{E}$ बायीं ओर निर्दिष्ट है, अतः इस क्षेत्र से होकर $\mathbf{E}$ के अनुदिश परिवहित कुल आवेश इसके ऋणात्मक होगा। परिभाषानुसार [समीकरण (3.2)] क्षेत्र A को समय Δt में पार करने वाले आवेश $I\,\Delta t$ होंगे, यहाँ I धारा का परिमाण है। अतः

$$I\,\Delta t = +n\,e\,A\,|\mathbf{v}_d|\,\Delta t \qquad (3.18)$$

$|\mathbf{v}_d|$ के मान को समीकरण (3.17) से प्रतिस्थापित करने पर

$$I\,\Delta t = \frac{e^2 A}{m}\tau n\,\Delta t\,|\mathbf{E}| \qquad (3.19)$$

परिभाषानुसार, धारा घनत्व के परिमाण $|\mathbf{j}|$ से I संबंधित है

$$I = |\mathbf{j}|A \qquad (3.20)$$

अतः समीकरण (3.19) तथा (3.20) से,

$$|\mathbf{j}| = \frac{ne^2}{m}\tau|\mathbf{E}| \qquad (3.21)$$

सदिश $\mathbf{j}$, $\mathbf{E}$ के समांतर है, इसलिए हम समीकरण (3.21) को सदिश रूप में लिख सकते हैं

$$\mathbf{j} = \frac{ne^2}{m}\tau\mathbf{E} \qquad (3.22)$$

अगर हम चालकता σ का तादात्म्य स्थापित करें

$$\sigma = \frac{ne^2}{m}\tau$$

तो समीकरण (3.13) से तुलना करने पर यह व्यक्त होता है कि समीकरण (3.22) तथ्यतः ओम का नियम है। यदि हम चालकता को σ द्वारा निर्दिष्ट करें तो $\sigma = \dfrac{ne^2}{m}\tau$ (3.23)

इस प्रकार हम देखते हैं कि विद्युत चालकता का एक बहुत सरल चित्रण ओम के नियम की प्रतिकृति तैयार करता है। अवश्य ही हमने यह पूर्वधारणा बनाई है कि τ और n, E से स्वतंत्र स्थिरांक हैं। अगले अनुच्छेद में हम ओम के नियम की सीमाओं का विवेचन करेंगे।

उदाहरण 3.1 (a) 1.0×10^{-7} m^2 अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले ताँबे के तार में 1.5 A धारा प्रवाहित हो रही है। इसमें चालक इलेक्ट्रॉनों की औसत अपवाह चाल का आकलन कीजिए। मान लीजिए कि ताँबे का प्रत्येक परमाणु धारा के प्रवाह में एक चालक इलेक्ट्रॉन का योगदान करता है। ताँबे का घनत्व 9.0×10^3 kg/m^3 तथा इसका परमाणु द्रव्यमान 63.5 u है। (b) ऊपर निकाली गई अपवाह चाल की निम्नलिखित उदाहरणों से तुलना कीजिए। (i) सामान्य तापों पर ताँबे के परमाणुओं की तापीय चाल (ii) चालक के अनुदिश विद्युत क्षेत्र की संचरण चाल जो अपवाह गति उत्पन्न करती है।

हल

(a) चालक इलेक्ट्रॉन के अपवाह वेग की दिशा विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत है अर्थात इलेक्ट्रॉन बढ़ते हुए विभव की दिशा में अपवाह करते हैं। अपवाह चाल v_d समीकरण (3.18) से व्यक्त होगी,

$v_d = (I/neA)$

अब $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $A = 1.0 \times 10^{-7}$m^2, $I = 1.5$ A है। चालक इलेक्ट्रॉनों का घनत्व, n प्रति घन मीटर में परमाणुओं की संख्या के बराबर है (मान लीजिए कि प्रति ताँबे के परमाणु में एक चालक इलेक्ट्रॉन है जो संयोजकता इलेक्ट्रॉन की संख्या 1 के अनुसार यथोचित है)। एक घन मीटर ताँबे का द्रव्यमान 9.0×10^3 kg है। चूँकि 6.0×10^{23} ताँबे के परमाणुओं का द्रव्यमान 63.5 g है, अतः

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6 = 8.5 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$$

जिससे हमें अपवाह चाल का निम्न मान प्राप्त होता है:

$$v_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}}$$

$$= 1.1 \times 10^{-3}\ \text{m s}^{-1}$$

$$= 1.1\ \text{mm s}^{-1}$$

(b) (i) ताप T पर M द्रव्यमान के ताँबे के एक परमाणु की तापीय चाल* विशिष्ट रूप से $\sqrt{k_B T / M}$ की कोटि की है। जिसे [<(1/2) Mv^2 > = (3/2) $k_B T$] से प्राप्त किया गया है। यहाँ k_B बोल्ट्ज़मैन नियतांक है। 300 K पर ताँबे के लिए यह लगभग 2×10^2 m/s है। यह किसी चालक में ताँबे के परमाणुओं की यादृच्छिक कंपन चालों को इंगित करता है। ध्यान दीजिए कि इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल बहुत कम है। साधारण ताप पर यह इलेक्ट्रॉनों की प्रतिरूपी तापीय चाल की लगभग 10^{-5} गुनी होती है।

(ii) चालक के अनुदिश गतिशील विद्युत क्षेत्र की चाल किसी विद्युत चुंबकीय तरंग की चाल अर्थात 3.0×10^8 m s^{-1} के बराबर है। (इसके नियम में आप अध्याय 8 में पढ़ेंगे)। इसकी तुलना में अपवाह चाल बहुत ही कम है, 10^{-11} गुणक द्वारा कम।

उदाहरण 3.1

* भौतिकी पाठ्यपुस्तक, कक्षा 11, अध्याय 12 का समीकरण (12.23) देखिए।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 3.2

(a) उदाहरण 3.1 में कुछ ऐम्पियर धारा के परिसर में किसी इलेक्ट्रॉन की अपवाह गति केवल कुछ mm s^{-1} ही आकलित की गई है। तब परिपथ बंद करते ही लगभग उसी क्षण धारा कैसे स्थापित हो जाती है?

(b) किसी चालक के अंदर इलेक्ट्रॉन अपवाह विद्युत क्षेत्र में इलेक्ट्रॉनों द्वारा अनुभव किए गए बल के कारण उत्पन्न होता है। लेकिन बल द्वारा त्वरण उत्पन्न होना चाहिए। तब इलेक्ट्रॉन अपरिवर्ती औसत अपवाह वेग क्यों प्राप्त कर लेते हैं?

(c) यदि इलेक्ट्रॉन का अपवाह वेग इतना कम है और इलेक्ट्रॉन का आवेश भी कम है तो फिर किसी चालक में हम अधिक मात्रा में धारा कैसे प्राप्त कर सकते हैं?

(d) जब किसी धातु में इलेक्ट्रॉन कम विभव से अधिक विभव की ओर अपवाह करते हैं तो क्या इसका तात्पर्य यह है कि धातु में सभी मुक्त इलेक्ट्रॉन एक ही दिशा में गतिमान हैं?

(e) क्या उत्तरोत्तर संघट्टों (धातु के धनायनों के साथ) के बीच इलेक्ट्रॉनों के पथ (i) विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में, (ii) विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में, सरल रेखीय हैं?

हल

(a) पूर्ण परिपथ में विद्युत क्षेत्र लगभग तत्काल स्थापित हो जाता है (प्रकाश के वेग से) जो प्रत्येक बिंदु पर स्थानीय इलेक्ट्रॉन अपवाह उत्पन्न करता है। परिपथ में विद्युत धारा स्थापित होने के लिए यह प्रतीक्षा नहीं करनी पड़ती कि इलेक्ट्रॉन चालक में एक सिरे से दूसरे सिरे तक जाएंगे। फिर भी, धारा स्थायी मान प्राप्त करने में अल्प समय अवश्य लेती है।

(b) प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन त्वरित होता है जिससे उसकी अपवाह चाल तब तक बढ़ती है जब तक वह धातु के धनायनों से संघट्ट नहीं करता। संघट्ट के पश्चात यह अपनी अपवाह चाल खो देता है। पर यह पुनः त्वरित होता है तथा पुनः इसके अपवाह वेग में तब तक वृद्धि होती है जब यह पुनः संघट्ट नहीं करता और यह क्रम चलता रहता है। अतः औसतन इलेक्ट्रॉन केवल अपवाह चाल प्राप्त कर पाता है।

(c) सरल है, क्योंकि चालक में इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व अत्यधिक ($\sim 10^{29}\ m^{-3}$) है।

(d) किसी प्रकार नहीं। इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल उनके अत्यधिक यादृच्छिक वेग पर अध्यारोपित होती है।

(e) विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में पथ ऋजु-रेखीय हैं जबकि विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में पथ व्यापक रूप से वक्रित होते हैं।

उदाहरण 3.2

© NCERT not to be republished

3.5.1 गतिशीलता

जैसा कि हम देख चुके हैं, चालकता गतिमान आवेश वाहकों से उत्पन्न होती है। धातुओं में यह गतिमान आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन हैं, आयनित गैस में ये इलेक्ट्रॉन तथा धन आवेशित आयन हैं, विद्युत अपघट्य में ये धनायन तथा ऋणायन दोनों हो सकते हैं।

एक महत्वपूर्ण राशि *गतिशीलता* μ है जिसे प्रति एकांक विद्युत क्षेत्र के अपवाह वेग के परिमाण के रूप में परिभाषित करते हैं

$$\mu = \frac{|\mathbf{v}_d|}{E} \tag{3.24}$$

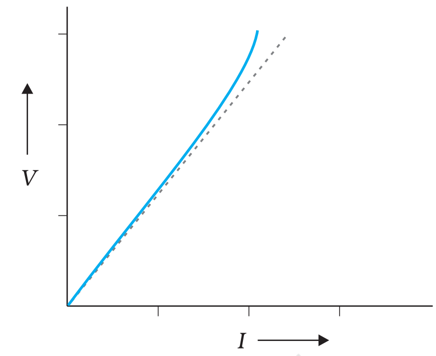
गतिशीलता का SI मात्रक m^2/Vs है और इसके प्रायोगिक मात्रक (cm^2/Vs) का 10^4 गुना है। गतिशीलता धनात्मक होती है। समीकरण (3.17) में,

$$v_d = \frac{e\,\tau\,E}{m}$$

अतः

$$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{e\tau}{m} \qquad (3.25)$$

जहाँ τ इलेक्ट्रॉन के लिए संघट्टन का औसत समय है।



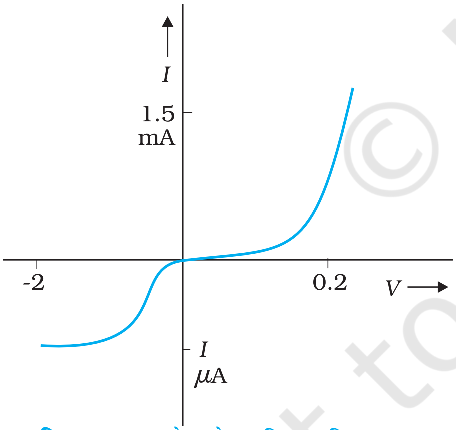
चित्र 3.5 बिंदुकित रेखा रैखिक ओम-नियम को निरूपित करती है। सतत रेखा अच्छे चालक के लिए V तथा I के संबंध को दर्शाती है।

3.6 ओम के नियम की सीमाएँ

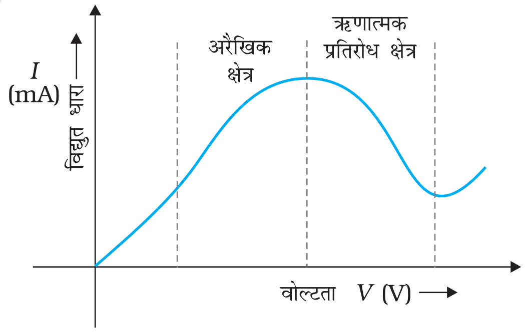
यद्यपि ओम का नियम पदार्थों के विस्तृत वर्ग के लिए मान्य है, विद्युत परिपथों में उपयोग होने वाले कुछ ऐसे पदार्थ एवं युक्तियाँ विद्यमान हैं जहाँ V तथा I की आनुपातिकता लागू नहीं होती है। मोटे तौर पर, यह विचलन निम्नलिखित एक या अधिक प्रकार का हो सकता है

(a) V की I से आनुपातिकता समाप्त हो जाती है (चित्र 3.5)

(b) V तथा I के मध्य संबंध V के चिह्न पर निर्भर करता है। दूसरे शब्दों में, यदि कुछ V के लिए धारा I है, तो V का परिमाण स्थिर रख कर इसकी दिशा बदलने पर, विपरीत दिशा में I के समान परिमाण की धारा उत्पन्न नहीं होती है (चित्र 3.6)। उदाहरण के लिए, डायोड में ऐसा होता है जिसका अध्ययन हम अध्याय 14 में करेंगे।



चित्र 3.6 डायोड के अभिलाक्षणिक वक्र। वोल्टता तथा धारा के ऋण व धन मानों के लिए विभिन्न पैमानों को नोट कीजिए।



चित्र 3.7 GaAs में वोल्टता के सापेक्ष धारा में परिवर्तन।

(c) V तथा I के मध्य संबंध एकमात्र संबंध नहीं है अर्थात उसी धारा I के लिए V के एक से अधिक मान हो सकते हैं (चित्र 3.7)।

पदार्थ तथा युक्तियाँ जो समीकरण (3.3) के रूप में ओम के नियम का पालन नहीं करती हैं, यथार्थ में, इलेक्ट्रॉनिक परिपथ में व्यापक रूप से उपयोग की जाती हैं। तथापि इस अध्याय तथा परवर्ती अध्याय में, हम उस पदार्थ में विद्युत धारा का अध्ययन करेंगे जो ओम के नियम का पालन करते हैं।

© NCERT not to be republished

3.7 विभिन्न पदार्थों की प्रतिरोधकता

प्रतिरोधकता पर निर्भरता तथा उनके बढ़ते हुए मान के अनुसार पदार्थों का वर्गीकरण चालक, अधचालक तथा विद्युतरोधी में किया जाता है। धातुओं की प्रतिरोधकता $10^{-8}\ \Omega m$ से $10^{-6}\ \Omega m$ के परिसर में होती है। इसके विपरीत मृत्तिका (सिरेमिक), रबर तथा प्लास्टिक जैसे विद्युतरोधी पदार्थ भी हैं जिनकी प्रतिरोधकता, धातुओं की तुलना में 10^{18} गुनी या अधिक है। इन दोनों के मध्य अर्धचालक हैं। इनकी प्रतिरोधकता, तथापि ताप बढ़ाने पर अभिलाक्षणिक रूप से घटती है। अर्धचालक की प्रतिरोधकता उपयुक्त अशुद्धियों को अल्प मात्रा में मिलाने पर कम की जा सकती है। इस अंतिम विशिष्टता का लाभ, इलेक्ट्रॉनिक युक्तियों में उपयोग होने वाले अर्धचालकों के निर्माण में किया जाता है।

3.8 प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता

पदार्थ की प्रतिरोधकता ताप पर निर्भर पाई जाती है। विभिन्न पदार्थ एक जैसी निर्भरता प्रदर्शित नहीं करते। एक सीमित ताप परिसर में, जो बहुत अधिक नहीं होता, किसी धात्विक चालक की लगभग प्रतिरोधकता को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha (T-T_0)] \qquad (3.26)$$

जहाँ ρ_T ताप T पर प्रतिरोधकता है तथा ρ_0 संदर्भ ताप T_0 पर इसका माप है। α को *प्रतिरोधकता ताप-गुणांक* कहते हैं और समीकरण (3.26) से α की विमा (ताप)$^{-1}$ है। धातुओं के लिए α का मान धनात्मक होता है।

समीकरण (3.26) के संबंध से यह ध्वनित होता है कि T और ρ_T के बीच ग्राफ एक सरल रेखा होती है। तथापि, 0°C से बहुत कम तापों पर, ग्राफ एक सरल रेखा से काफी विचलित हो जाता है।

अतः समीकरण (3.26) को किसी संदर्भ ताप T_0 के लगभग किसी सीमित परिसर में उपयोग कर सकते हैं, जहाँ ग्राफ करीब-करीब एक सरल रेखा होगी।

कुछ पदार्थ जैसे कि निक्रोम (जो कि निकैल, लोहा तथा क्रोमियम की मिश्रातु है) बहुत दुर्बल ताप-निर्भरता प्रदर्शित करता है (चित्र 3.9)। मैंगनीन तथा कांसटेंटन में भी इसी प्रकार के गुण हैं। चूँकि इनके प्रतिरोध की ताप-निर्भरता बहुत कम है, इसलिए ये पदार्थ तार आबद्ध मानक प्रतिरोधकों के निर्माण में व्यापक रूप से उपयोग किए जाते हैं।

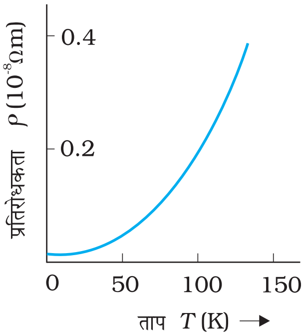
धातुओं के विपरीत, अर्धचालकों की प्रतिरोधकता ताप में वृद्धि होने पर कम हो जाती है। इस प्रारूपिक निर्भरता को चित्र 3.10 में दर्शाया गया है।

हम समीकरण (3.23) में व्युत्पन्न परिणामों के आधार पर प्रतिरोधकता की ताप-निर्भरता को गुणात्मक रूप में समझ सकते हैं। इस समीकरण से किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता व्यक्त की जाती है

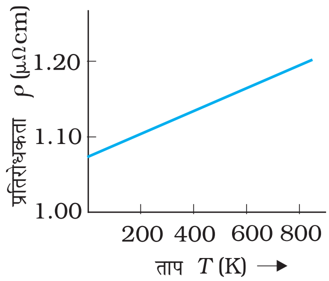
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n e^2 \tau} \qquad (3.27)$$

किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता प्रति एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा उसमें होने वाले संघट्टों पर प्रतिलोमी रूप से निर्भर करती है। जैसे-जैसे हम ताप बढ़ाते हैं, विद्युत धारा वहने करने वाले इलेक्ट्रॉनों की औसत चाल बढ़ती जाती है जिसके परिणामस्वरूप संघट्ट की आवृत्ति भी बढ़ती जाती है। इसलिए संघट्टों का औसत समय τ, ताप के साथ घटता है।

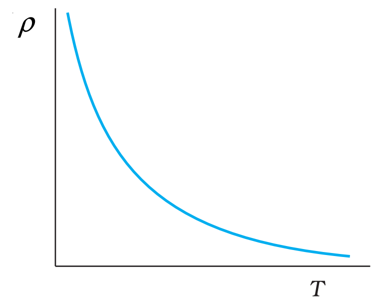
© NCERT not to be republished



चित्र 3.8 ताप T के फलन के रूप में ताँबे की प्रतिरोधकता ρ_T ।



चित्र 3.9 परम ताप T के फलन के रूप में निक्रोम की प्रतिरोधकता।



चित्र 3.10 विशिष्ट अर्द्धचालक के लिए प्रतिरोधकता की ताप-निर्भरता।

धातुओं में n की ताप निर्भरता उपेक्षणीय है, इसलिए ताप बढ़ने से τ के मान के घटने के कारण ρ बढ़ता है, जैसा कि हमने प्रेक्षण किया है।

तथापि, विद्युतरोधियों एवं अर्धचालकों में ताप में वृद्धि के साथ n में भी वृद्धि होती है। यह वृद्धि समीकरण (3.23) में τ में होने वाली किसी भी कमी से भी अधिक की क्षतिपूर्ति करती है जिसके फलस्वरूप ऐसे पदार्थों के लिए प्रतिरोधकता ρ का मान ताप के साथ घट जाता है।

उदाहरण 3.3 किसी विद्युत टोस्टर में निक्रोम के तापन अवयव का उपयोग होता है। जब इससे एक नगण्य लघु विद्युत धारा प्रवाहित होती है तो कक्ष ताप पर (27.0 °C) इसका प्रतिरोध 75.3 Ω पाया जाता है। जब इस टोस्टर को 230 V आपूर्ति से संयोजित करते हैं तो कुछ सेकंड में परिपथ में 2.68 A की स्थायी धारा स्थापित हो जाती है। निक्रोम-अवयव का स्थायी ताप क्या है? निक्रोम को सम्मिलित ताप परिसर में प्रतिरोध ताप गुणांक 1.70×10^{-4} °C^{-1} है।

हल

जब अवयव में धारा बहुत कम है तो तापीय प्रभावों की उपेक्षा की जा सकती है और तब अवयव का ताप T_1 कमरे के ताप के बराबर हो जाता है। जब टोस्टर को आपूर्ति से संयोजित किया जाएगा, तो प्रारंभिक धारा स्थायी मान 2.68 A से कुछ अधिक हो जाएगी। परंतु विद्युत धारा के तापीय प्रभाव के कारण ताप बढ़ेगा। यह प्रतिरोध को बढ़ाएगा फलस्वरूप परिपथ की विद्युत धारा में कुछ कमी उत्पन्न होगी। कुछ सेकंड में स्थायी अवस्था प्राप्त हो जाएगी तथा ताप और नहीं बढ़ेगा। अवयव का प्रतिरोध तथा आपूर्ति से ली गई विद्युत धारा दोनों स्थायी मान प्राप्त कर लेंगे। तब स्थायी ताप T_2 पर प्रतिरोध R_2 का मान

$$R_2 = \frac{230\,\text{V}}{2.68\,\text{A}} = 85.8\,\Omega$$

संबंध $R_2 = R_1 [1 + \alpha (T_2 - T_1)]$ का उपयोग संबंध
$\alpha = 1.70 \times 10^{-4}$ °C^{-1} के साथ करने पर हमें प्राप्त होता है

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 ?75.3)}{(75.3)\times 1.70\times 10^{?4}} = 820\ ^\circ\text{C}$$

अर्थात, T_2= (820 + 27.0) °C = 847 °C

इस प्रकार, तापन अवयव का ताप (जब धारा के कारण तापीय प्रभाव प्रतिवेश में हुए ऊष्मा क्षय के बराबर है) 847 °C है।

उदाहरण 3.3

© NCERT not to be republished

उदाहरण 3.4 प्लैटिनम प्रतिरोध तापमापी के प्लैटिनम के तार का प्रतिरोध हिमांक पर 5 Ω तथा भाप बिंदु पर 5.23 Ω है। जब तापमापी को किसी तप्त-ऊष्मक में प्रविष्ट कराया जाता है तो प्लैटिनम के तार का प्रतिरोध 5.795 Ω हो जाता है। ऊष्मक का ताप परिकलित कीजिए।

हल $R_0 = 5\ \Omega$, $R_{100} = 5.23\ \Omega$ तथा $R_t = 5.795\ \Omega$

अब, $$t = \frac{R_t - R_o}{R_{100} - R_o} \times 100, \qquad R_t = R_o(1 + \alpha\, t)$$

$$= \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23} \times 100 = 345.65\ ^\circ\text{C}$$

उदाहरण 3.4

3.9 विद्युत ऊर्जा, शक्ति

किसी चालक AB पर विचार कीजिए जिसमें A से B की ओर I धारा प्रवाहित हो रही है। A तथा B पर विद्युत विभव क्रमशः V(A) एवं V(B) से निरूपित किए गए हैं। चूँकि धारा A से B की ओर प्रवाहित हो रही है, V(A) > V(B) और चालक AB के सिरों के बीच विभवांतर $V = V(\text{A}) - V(\text{B}) > 0$ है।

Δt काल अंतराल में, आवेश की एक मात्रा $\Delta Q = I\,\Delta t$ A से B की ओर चलती है। परिभाषानुसार बिंदु A पर आवेश की स्थितिज ऊर्जा $Q\,V$(A) थी तथा इसी प्रकार बिंदु B पर आवेश की स्थितिज ऊर्जा $Q\,V$(B) है। इसलिए स्थितिज ऊर्जा में यह परिवर्तन ΔU_{pot} है

ΔU_{pot} = अंतिम स्थितिज ऊर्जा – प्रारंभिक स्थितिज ऊर्जा

$$= \Delta Q[(V(\text{B}) - V(\text{A})] = -\Delta Q\, V$$

$$= -I\, V\Delta t < 0 \qquad (3.28)$$

यदि आवेश चालक के अंदर बिना संघट्ट किए गतिमान हैं तो उनकी गतिज ऊर्जा भी परिवर्तित होती है जिससे कि समस्त ऊर्जा अपरिवर्तित रहे। समस्त ऊर्जा के संरक्षण से यह परिणाम निकलता है कि

$$\Delta K = -\Delta U_{pot} \qquad (3.29)$$

अथवा

$$\Delta K = I\, V\Delta t > 0 \qquad (3.30)$$

अतः चालक के अंदर विद्युत क्षेत्र के प्रभाव से अगर आवेश मुक्त रूप से गतिमान रहते तो उनकी गतिज ऊर्जा बढ़ जाती। तथापि, हमने पहले समझा है कि सामान्य तौर पर, आवेश त्वरित गति से गमन नहीं करते हैं बल्कि अपरिवर्ती अपवाह वेग से चलते हैं। यह पारगमन की अवधि में आयनों तथा परमाणुओं से संघट्ट के कारण होता है। संघट्टों के समय आवेशों द्वारा प्राप्त की गई ऊर्जा, परमाणुओं के साथ आपस में बाँट ली जाती है। परमाणु ज्यादा प्रबल रूप से कंपन करते हैं अर्थात चालक गर्म हो जाते हैं। इस प्रकार एक वास्तविक चालक में काल अंतराल Δt में ऊष्मा के रूप में क्षयित ऊर्जा का परिमाण

$$\Delta W = I\, V\Delta t \qquad (3.31)$$

प्रति एकांक समय में क्षय हुई ऊर्जा क्षयित शक्ति के बराबर है $P = \Delta W/\Delta t$ और हम प्राप्त कर सकते हैं

$$P = I\, V \qquad (3.32)$$

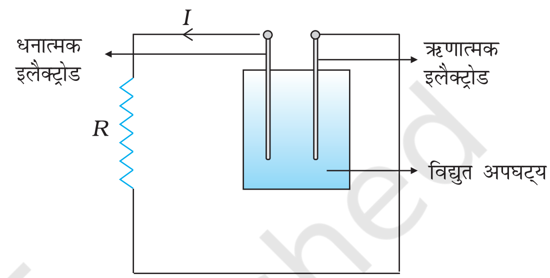
© NCERT not to be republished

ओम के नियम $V = IR$ का उपयोग करने पर हम पाते हैं

$$P = I^2 R = V^2/R \qquad (3.33)$$

जो कि R प्रतिरोध के चालक जिससे I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, में होने वाला शक्ति क्षय (ओमी क्षय) है। यह वही शक्ति है जो, उदाहरण के लिए किसी तापदीप्त विद्युत लैंप की कुंडली को प्रदीप्त करती है, जिसके कारण वह ऊष्मा तथा प्रकाश को विकिरण करता है।

यह शक्ति कहाँ से आती है? जैसा कि हम पहले स्पष्ट कर चुके हैं कि किसी चालक में स्थायी धारा का प्रवाह बनाए रखने के लिए हमें एक बाह्य स्रोत की आवश्यकता होती है। स्पष्टतया यही स्रोत है जिसे इस शक्ति की आपूर्ति करनी चाहिए। चित्र (3.11) में विद्युत सेल के साथ दर्शाए गए एक सरल परिपथ में यह सेल की ही रासायनिक ऊर्जा है जो इस शक्ति की आपूर्ति जब तक कर सके, करती है।



चित्र 3.11 सेल के टर्मिनलों से संयोजित प्रतिरोधक में R ऊष्मा उत्पन्न होती है। प्रतिरोधक R में क्षयित ऊर्जा विद्युत अपघट्य की रासायनिक ऊर्जा से आती है।

समीकरणों (3.32) तथा (3.33) में शक्ति के लिए दिए गए व्यंजक से यह स्पष्ट होता है कि किसी प्रतिरोधक R में क्षयित शक्ति उस चालक में प्रवाहित धारा तथा उसके सिरों पर वोल्टता पर किस प्रकार निर्भर करती है।

समीकरण (3.33) का विद्युत शक्ति संचरण में महत्वपूर्ण अनुप्रयोग है। विद्युत शक्ति का संचरण पावर स्टेशन से घरों तथा कारखानों में संचरण केबल द्वारा किया जाता है जो कि सैकड़ों मील दूर हो सकते हैं। स्पष्ट है कि हम पावर स्टेशनों से घरों तथा कारखानों से जोड़ने वाले संचरण केबिल में होने वाले शक्ति क्षय को न्यूनतम करना चाहेंगे। अब समझेंगे कि इसमें हम कैसे सफल हो सकते हैं। एक युक्ति R पर विचार करें जिसमें R_c प्रतिरोध वाले संचरण केबिल से होकर शक्ति P को पहुँचाना है, जिसे अंतिमत: क्षयित होना है यदि R के सिरों के बीच वोल्टता V है और उससे I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है तो

$$P = V I \qquad (3.34)$$

पावर स्टेशन से युक्ति को संयोजित करने वाले संयोजी तारों का प्रतिरोध परिमित है और यह R_c है। संयोजक तारों में ऊर्जा क्षय P_c जो कि व्यर्थ व्यय होता है

$$P_c = I^2 R_c$$

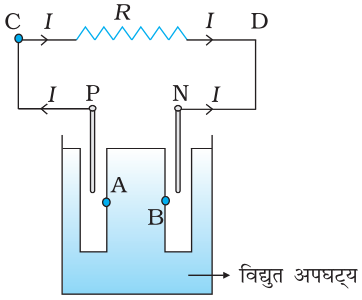
$$= \frac{P^2 R_c}{V^2} \qquad (3.35)$$

समीकरण (3.32) से। अत: शक्ति P की किसी युक्ति को संचालित करने के लिए, संयोजक तार में शक्ति अपव्यय V^2 के व्युत्क्रमानुपाती है। पावर स्टेशन से आने वाले संचरण केबल सैकड़ों मील लंबे होते हैं तथा उनका प्रतिरोध R_c काफी अधिक होता है। संचरण में होने वाले शक्ति-क्षय P_c को कम करने के लिए इन विद्युतवाही तारों में बृहत वोल्टता V पर विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है। यही कारण है कि इन शक्ति संचरण लाइनों पर उच्च वोल्टता के खतरे का चिह्न बना होता है, जो कि आबादी वाले क्षेत्र से दूर जाने पर एक सामान्य दृश्य होता है। इतनी उच्च वोल्टता पर विद्युत का प्रयोग सुरक्षित नहीं है। अत: इस धारा की वोल्टता को उपयोग के लिए उपयुक्त मान तक एक युक्ति द्वारा जिसे ट्रांसफार्मर कहते हैं, कम किया जाता है।

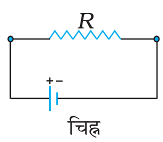
3.10 सेल, विद्युत वाहक बल (emf), आंतरिक प्रतिरोध

हमने पहले ही उल्लेख किया है कि विद्युत अपघटनी सेल विद्युत परिपथ में स्थायी धारा को बनाए रखने के लिए एक सरल युक्ति है। जैसा कि चित्र 3.12 में दिखाया गया है, मूल रूप से एक सेल के दो इलैक्ट्रोड होते हैं, जो कि धनात्मक (P) तथा ऋणात्मक (N) कहलाते हैं। ये एक विद्युत

© NCERT not to be republished



(a)



(b)

चित्र 3.12 (a) धनात्मक टर्मिनल P तथा ऋणात्मक टर्मिनल N के साथ एक विद्युत अपघटनीय सेल का रेखा चित्र। स्पष्टता के लिए इलैक्ट्रोडों के मध्य अंतराल बढ़ाए गए हैं। विद्युत अपघट्य में A तथा B बिंदु प्रारूपिक तौर पर P एवं N के निकट हैं। (b) एक सेल का संकेत। + चिह्न P को तथा – का चिह्न N इलैक्ट्रोड को इंगित करता है। सेल के साथ विद्युतीय संयोजन P तथा N पर बनाए जाते हैं।

अपघटनी विलयन में डूबे रहते हैं। विलयन में डूबे इलैक्ट्रोड विद्युत अपघट्य के साथ आवेशों का आदान-प्रदान करते हैं। इसके फलस्वरूप धनात्मक इलैक्ट्रोड के ठीक पास विद्युत अपघटनी विलयन के किसी बिंदु A पर [चित्र (3.12(a)] तथा स्वयं इस इलैक्ट्रोड के बीच एक विभवांतर V_+ ($V_+ > 0$) होता है। इसी प्रकार ऋणात्मक इलैक्ट्रोड अपने ठीक पास के विद्युत अपघटनी विलयन के किसी बिंदु B के सापेक्ष एक ऋणात्मक विभव –(V_-) ($V_- \geq 0$) पर हो जाता है। जब कोई विद्युत धारा नहीं प्रवाहित होती है तो समस्त विद्युत अपघटनी विलयन का समान विभव होता है, जिससे कि P तथा N के मध्य विभवांतर $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$ रहता है। इस अंतर को सेल का *विद्युत वाहक बल* (emf) कहते हैं और इसे ε से निर्दिष्ट करते हैं। इस प्रकार

$$\varepsilon = V_+ + V_- > 0 \tag{3.36}$$

ध्यान दीजिए कि ε वास्तव में एक विभवांतर है, बल नहीं। तथापि, इसके नाम के लिए विद्युत वाहक बल का उपयोग ऐतिहासिक कारणों से करते हैं और यह नाम उस समय दिया गया था जब यह परिघटना उचित रूप से समझी नहीं गई थी।

ε का महत्त्व समझने के लिए, सेल से संयोजित एक प्रतिरोधक R पर विचार कीजिए (चित्र 3.12)। R से होकर एक विद्युत धारा C से D की ओर प्रवाहित होती है। जैसी कि पहले व्याख्या की जा चुकी है, एक स्थायी धारा बनाए रखी जाती है, क्योंकि विद्युत धारा, विद्युत अपघट्य से होकर N से P की ओर प्रवाहित होती है। स्पष्टतः विद्युत अपघट्य से होकर यही धारा N से P की ओर प्रवाहित होती है जबकि R से होकर यही धारा P से N की ओर प्रवाहित होती है।

जिस विद्युत अपघट्य से होकर यह धारा प्रवाहित होती है उसका एक परिमित प्रतिरोध r होता है, जिसे सेल का आंतरिक प्रतिरोध कहते हैं। पहले हम ऐसी स्थिति पर विचार करें जब R अनंत है जिससे कि $I = V/R = 0$, जहाँ V, P तथा N के मध्य विभवांतर है। अब,

V = P तथा A के मध्य विभवांतर
+ A तथा B के मध्य विभवांतर
+ B तथा N के मध्य विभवांतर

$$= \varepsilon \tag{3.37}$$

अतः विद्युत वाहक बल ε एक खुले परिपथ में (अर्थात जब सेल से होकर कोई धारा नहीं प्रवाहित हो रही है) धनात्मक तथा ऋणात्मक इलैक्ट्रोड के मध्य विभवांतर है।

तथापि, यदि R परिमित है तो I शून्य नहीं होगा। उस स्थिति में P तथा N के मध्य विभवांतर

$$V = V_+ + V_- - I\,r$$
$$= \varepsilon - I\,r \tag{3.38}$$

A तथा B के मध्य विभवांतर के लिए व्यंजक ($I\,r$) में ऋणात्मक चिह्न पर ध्यान दीजिए। यह इसलिए है कि विद्युत अपघट्य में धारा I, B से A की ओर प्रवाहित होती है।

प्रायोगिक परिकलनों में, जब धारा I ऐसी है कि $\varepsilon >> I\,r$, तब परिपथ में सेल के आंतरिक प्रतिरोध को नगण्य माना जा सकता है। सेल के आंतरिक प्रतिरोध के वास्तविक मान, विभिन्न सेलों के लिए भिन्न-भिन्न होते हैं। तथापि, शुष्क सेल के लिए आंतरिक प्रतिरोध, सामान्य विद्युत अपघटनी सेल से बहुत अधिक होता है।

हमने यह भी अवलोकन किया है कि जब R से होकर विभवांतर V है तो ओम के नियम से

$$V = I\,R \tag{3.39}$$

© NCERT not to be republished

समीकरण (3.38) तथा (3.39) को संयोजित करने पर,

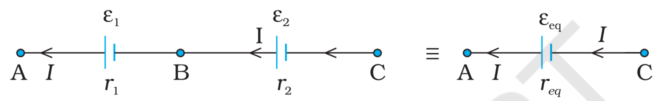
$$I\ R\ =\ \varepsilon - I\ r$$

अथवा $$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \qquad (3.40)$$

$R = 0$ के लिए सेल से अधिकतम धारा प्राप्त की जा सकती है $I_{\text{अधिकतम}} = \varepsilon / r$ तथापि अधिकांश सेलों में अधिकतम अनुमत धारा इससे बहुत कम होती है जिससे सेल को स्थायी क्षति से बचाया जा सके।

3.11 श्रेणी तथा पार्श्वक्रम में सेल

प्रतिरोधकों की भाँति, विद्युत परिपथ में सेलों को भी संयोजित किया जा सकता है। प्रतिरोधकों की ही भाँति परिपथ में धारा तथा विभवांतर के परिकलन के लिए सेलों के संयोजन को एक तुल्य सेल से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।



चित्र 3.13 विद्युत वाहक बल ε_1 तथा ε_2 के दो सेल श्रेणीक्रम में संयोजित हैं। r_1 तथा r_2 उनके आंतरिक प्रतिरोध हैं। A तथा C के मध्य संबंधन के लिए संयोजन को विद्युत वाहक बल ε_{eq} तथा आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} के एक सेल के जैसा समझा जा सकता है।

पहले, श्रेणीक्रम में दो सेलों पर विचार करें (चित्र 3.13), जहाँ प्रत्येक के एक टर्मिनल को मुक्त छोड़कर, दोनों सेलों के एक टर्मिनल एक दूसरे से संयोजित हैं। ε_1, ε_2 दोनों सेलों के विद्युत वाहक बल हैं, तथा r_1, r_2 क्रमशः उनके आंतरिक प्रतिरोध हैं।

चित्र 3.13 में दर्शाए अनुसार मानिए बिंदु A, B तथा C पर, विभव क्रमशः V (A), V (B) तथा V (C) हैं। तब V (A) – V (B) पहले सेल के धनात्मक तथा ऋणात्मक टर्मिनल के मध्य विभवांतर है। समीकरण (3.38) में इसे हमने पहले ही परिकलित किया है, अतः

$$V_{AB} \equiv V(\text{A}) - V(\text{B}) = \varepsilon_1 - I r_1 \qquad (3.41)$$

इसी प्रकार

$$V_{BC} \equiv V(\text{B}) - V(\text{C}) = \varepsilon_2 - I r_2 \qquad (3.42)$$

अतः संयोजन के टर्मिनल A तथा C के मध्य विभवांतर

$$V_{AC} \equiv V(\text{A}) - V(\text{C}) = \left[V(\text{A}) - V(\text{B})\right] + \left[V(\text{B}) - V(\text{C})\right]$$

$$= (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2) \qquad (3.43)$$

यदि हम संयोजन को A तथा C के मध्य किसी एकल सेल से प्रतिस्थापित करना चाहें जिसका विद्युत वाहक बल ε_{eq} तथा आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} हो, तब हमें प्राप्त होता है

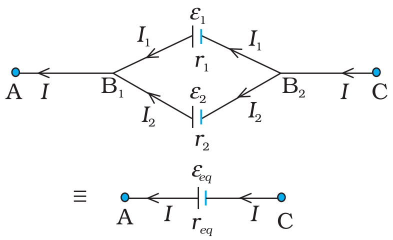
$$V_{AC} = \varepsilon_{eq} - I r_{eq} \qquad (3.44)$$

समीकरणों (3.43) तथा (3.44) को संयोजित करने पर

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \qquad (3.45)$$

तथा $$r_{eq} = r_1 + r_2 \qquad (3.46)$$

© NCERT not to be republished



चित्र 3.14 दो सेलों का पार्श्व संयोजन A तथा C के बीच इस संयोजन को आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} तथा विद्युत वाहक बल ε_{eq} (जिनके मान समीकरण (3.54 तथा (3.55) में दिए गए हैं) के किसी एकल सेल से प्रतिस्थापित कर सकते हैं।

चित्र 3.13 में हमने पहले सेल के ऋणात्मक इलैक्ट्रोड को दूसरे सेल के धनात्मक इलैक्ट्रोड से संबद्ध किया है। इसके स्थान पर यदि हम दोनों सेलों के ऋणात्मक टर्मिनलों को संबद्ध करें, तो समीकरण (3.42) से $V_{BC} = -\varepsilon_2 - Ir_2$

और हमें प्राप्त होता है:

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (\varepsilon_1 > \varepsilon_2) \tag{3.47}$$

स्पष्टतः श्रेणी संयोजन के नियम को सेलों की किसी भी संख्या के लिए विस्तारित किया जा सकता है:

(i) n सेलों के श्रेणी संयोजन का तुल्य विद्युत वाहक बल उनके व्यष्टिगत विद्युत वाहक बलों का योग मात्र है, तथा

(ii) n सेल के श्रेणी संयोजन का तुल्य आंतरिक प्रतिरोध उनके आंतरिक प्रतिरोधों का योग मात्र है।

ऐसा तब है, जब धारा प्रत्येक सेल के धनात्मक इलैक्ट्रोड से निकलती है। यदि इस संयोजन में धारा किसी सेल के ऋणात्मक इलैक्ट्रोड से निकले तो ε_{eq} के व्यंजक में, सेल का विद्युत वाहक बल ऋणात्मक चिह्न के साथ सम्मिलित होता है, जैसा कि समीकरण (3.47) में हुआ है।

अब हम सेलों के पार्श्व संयोजन पर विचार करते हैं। I_1 तथा I_2 सेल के धनात्मक इलैक्ट्रोड से निकलने वाली धाराएँ हैं। दो विद्युत धाराएँ I_1 तथा I_2 बिंदु B_1 पर प्रवेश करती हैं जबकि इस बिंदु से I धारा बाहर निकलती है।

चूँकि उतने ही आवेश अन्दर प्रवाहित होते हैं जितने कि बाहर, हमें प्राप्त होता है

$$I = I_1 + I_2 \tag{3.48}$$

मान लीजिए बिंदुओं B_1 तथा B_2 पर विभव क्रमशः $V(B_1)$ तथा $V(B_2)$ हैं। तब पहले सेल पर विचार करने पर इसके टर्मिनलों के मध्य विभवांतर $V(B_1) - V(B_2)$ होगा। अतः समीकरण (3.38) से

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \varepsilon_1 - I_1 r_1 \tag{3.49}$$

बिंदु B_1 तथा B_2 इसी प्रकार ठीक-ठीक दूसरे सेल से भी संबद्ध हैं। अतः यहाँ दूसरे सेल पर विचार करने से हमें प्राप्त होता है

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \varepsilon_2 - I_2 r_2 \tag{3.50}$$

पिछले तीनों समीकरणों को संयोजित करने पर

$$I = I_1 + I_2$$

$$= \frac{\varepsilon_1 - V}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - V}{r_2} = \left(\frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}\right) - V\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \tag{3.51}$$

इस प्रकार V का मान है

$$V = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} - I\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \tag{3.52}$$

यदि सेलों के इस संयोजन को हम बिंदु B_1 और B_2 के बीच किसी ऐसे एकल सेल से प्रतिस्थापित करें जिसका विद्युत वाहक बल ε_{eq} तथा आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} हो तो हमें प्राप्त होता है

$$V = \varepsilon_{eq} - I\, r_{eq} \tag{3.53}$$

© NCERT not to be republished

समीकरण (3.52) तथा (3.53) समान होने चाहिए, अतः

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \quad (3.54)$$

$$r_{eq} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.55)$$

इन समीकरणों को हम और सरल रूप में तरीके से प्रस्तुत कर सकते हैं

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (3.56)$$

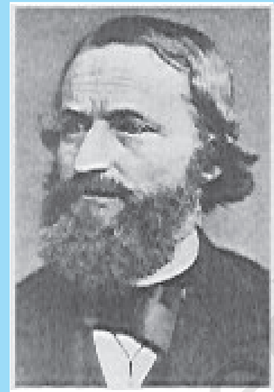
$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} \quad (3.57)$$

चित्र (3.14) में हमने दोनों टर्मिनलों को एक साथ तथा इसी प्रकार दोनों ऋण टर्मिनलों को भी एक साथ संबद्ध किया है जिससे विद्युत धाराएँ I_1 तथा I_2 धन टर्मिनलों से बाहर निकलती हैं। यदि दूसरे का ऋणात्मक टर्मिनल पहले के धनात्मक टर्मिनल से संबद्ध कर दिया जाए, तब भी समीकरण (3.56) तथा (3.57) $\varepsilon_2 \to -\varepsilon_2$ के साथ मान्य होंगे।

समीकरण (3.56) तथा (3.57) को आसानी से विस्तारित किया जा सकता है। यदि हमारे पास n सेल हैं जिनके विद्युत वाहक बल $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_n$ तथा आंतरिक प्रतिरोध $r_1, \ldots r_n$ हैं और वे पार्श्व संबंधन में हैं तो यह संयोजन उस एकल सेल के तुल्य होगा जिसका विद्युत वाहक बल ε_{eq} तथा आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} है जिससे कि

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \quad + \frac{1}{r_n} \quad (3.58)$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \quad + \frac{\varepsilon_n}{r_n} \quad (3.59)$$



गुस्ताव रॉबर्ट किरखोफ (1824 – 1887) जर्मनी के भौतिकविज्ञानी हीडलबर्ग एवं बर्लिन में प्रोफ़ेसर रहे। मुख्यतः स्पेक्ट्रमिकी के विकास के लिए जाने जाते हैं। उन्होंने गणितीय भौतिकी में भी काफी महत्वपूर्ण योगदान किया जिसमें परिपथों के लिए प्रथम एवं द्वितीय नियम शामिल हैं।

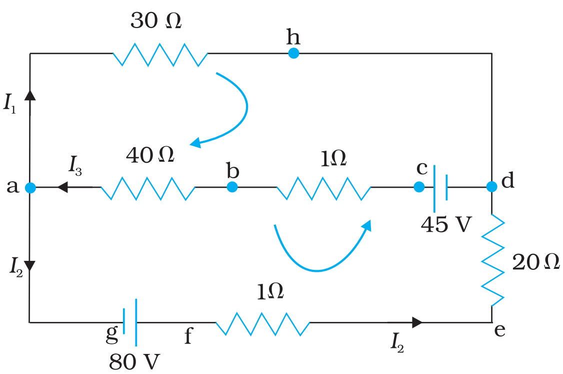
गुस्ताव रॉबर्ट किरखोफ (1824 – 1887)

3.12 किरखोफ के नियम

विद्युत परिपथों में कभी-कभी कई प्रतिरोधक एवं सेल जटिल ढंग से संबद्ध होते हैं। श्रेणी एवं पार्श्व संयोजन के लिए जो सूत्र हमने पहले व्युत्पन्न किए हैं, वे परिपथ के सभी विद्युत धाराओं तथा विभवांतरों के लिए हमेशा पर्याप्त नहीं होते। दो नियम, जिन्हें किरखोफ के नियम कहते हैं, विद्युत परिपथों के विश्लेषण में बहुत उपयोगी होते हैं।

दिए गए परिपथ में हम प्रत्येक प्रतिरोधक में प्रवाहित धारा को किसी प्रतीक जैसे I से नामांकित करते हुए और तीर के चिह्न द्वारा प्रतिरोध के अनुदिश धारा के प्रवाह को निर्दिष्ट करते हुए आगे बढ़ते हैं। यदि अंततः I धनात्मक निर्धारित होता है तो प्रतिरोधक में विद्युत धारा की वास्तविक दिशा, तीर की दिशा में है। यदि यह ऋणात्मक निकलता है, तो वास्तव में विद्युत धारा तीर की दिशा के विपरीत प्रवाहित हो रही है। इसी प्रकार, प्रत्येक स्रोत (अर्थात सेल या विद्युत शक्ति का कोई दूसरा स्रोत) के लिए धनात्मक तथा ऋणात्मक इलैक्ट्रोड को, सेल में प्रवाह हो रही धारा के संकेत के अलावा एक निर्देशित तीर से चिह्नित करते हैं। यह हमें धनात्मक टर्मिनल P तथा ऋणात्मक टर्मिनल

© NCERT not to be republished



चित्र 3.15 संधि a पर निकलने वाली विद्युत धारा $I_1 + I_2$ तथा प्रवेश करने वाली विद्युत धारा I_3 है। संधि के नियमानुसार $I_3 = I_1 + I_2$. बिंदु h पर प्रवेश करने वाली धारा I_1 है। h से निकलने वाली भी एक ही धारा है और संधि नियम से, ये भी I_1 होगा। दो पाशों 'ahdcba' तथा 'ahdefga' के लिए पाश नियम प्रदत्त करते हैं $-30I_1 - 41I_3 + 45 = 0$ तथा $-30I_1 + 21I_2 - 80 = 0$

N के बीच विभवांतर बताएगा, $V = V\,(\text{P}) - V\,(\text{N}) = \varepsilon - I\,r$ [समीकरण (3.38), I यहाँ सेल के अंदर N से होकर P की ओर प्रवाहित होने वाली विद्युत धारा है]। यदि सेल से होकर बहने वाली धारा को चिह्नित करते हुए हम P से N की ओर बढ़ते हैं तो स्पष्टत:

$$V = \varepsilon + I\,r \qquad (3.60)$$

चिह्नों को बनाने कि प्रक्रिया को स्पष्ट करने के बाद अब हम नियमों तथा उपपत्तियों को अभिव्यक्त करेंगे :

चिह्नों को बनाने कि प्रक्रिया को स्पष्ट करने के बाद अब हम नियमों तथा उपपत्तियों को अभिव्यक्त करेंगे :

(a) संधि नियम–किसी संधि पर संधि से प्रवेश करने वाली विद्युत धाराओं का योग इस संधि से निकलने वाली विद्युत धाराओं के योग के बराबर होता है (चित्र 3.15)।

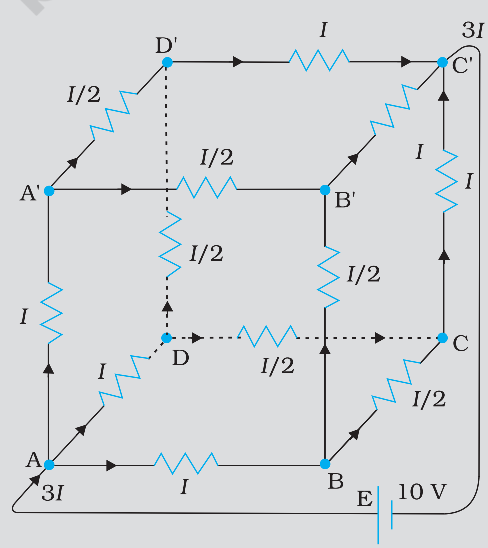
इस नियम का प्रमाण इस तथ्य से समझते हैं कि जब विद्युत धारा स्थायी होती है, किसी संधि या चालक के किसी बिंदु पर आवेश संचित नहीं होता है। अत: प्रवेश करने वाली कुल विद्युत धाराएँ (जो कि संधि में आवेश के प्रवाह की दर है) बाहर निकलने वाली कुल विद्युत धाराओं के बराबर होती हैं।

(b) पाश (लूप) नियम–प्रतिरोधकों तथा सेलों से सम्मिलित किसी बंद पाश के चारों ओर विभव में परिवर्तनों का बीजगणितीय योग शून्य होता है (चित्र 3.15)।

यह नियम भी सुस्पष्ट है, क्योंकि विद्युत विभव बिंदु की अवस्थिति पर निर्भर करता है। अत: किसी बिंदु से प्रस्थान कर यदि हम वापस उसी बिंदु पर आते हैं, तो कुल परिवर्तन शून्य होने चाहिए। एक बंद पाश में हम प्रस्थान बिंदु पर वापस आ जाते हैं, यह नियम इसीलिए है।

उदाहरण 3.5

उदाहरण 3.5 10 V तथा नगण्य आंतरिक प्रतिरोध की बैटरी एक घनीय परिपथ जाल (नेटवर्क) के विकर्णत: सम्मुख कोनों से जुड़ी है। परिपथ जाल में 1 Ω प्रतिरोध के 12 प्रतिरोधक हैं (चित्र 3.16)। परिपथ जाल का समतुल्य प्रतिरोध तथा घन के प्रत्येक किनारे के अनुदिश विद्युत धारा ज्ञात कीजिए।



चित्र 3.16

© NCERT not to be republished

हल परिपथ जाल को प्रतिरोधकों के सरल श्रेणी एवं पार्श्व संयोजन में परिवर्त्य नहीं किया जा सकता तथापि प्रश्न में स्पष्ट सममिति है जिसके उपयोग द्वारा परिपथ जाल के समतुल्य प्रतिरोध को ज्ञात किया जा सकता है।

AA′, AD तथा AB पथों को परिपथ जाल में सममितीय विधि से रखा गया है। इसलिए प्रत्येक में समान विद्युत धारा, मान लीजिए I प्रवाहित होनी चाहिए। इसके अतिरिक्त A′, B व D सिरों पर आगत धारा I को दो समान निर्गत शाखाओं में टूटना चाहिए। इस प्रकार, घन के सभी 12 किनारों में धारा को सरलतापूर्वक I के पद में लिख सकते हैं। इसमें किरखोफ के प्रथम नियम तथा प्रश्न की सममिति का उपयोग करते हैं।

आगे एक बंद पाश जैसे ABCC′EA लीजिए और उस पर किरखोफ का द्वितीय नियम लागू कीजिए :

$$-IR - (1/2)IR - IR + \varepsilon = 0$$

यहाँ प्रत्येक किनारे का प्रतिरोध R है तथा बैटरी का विद्युत वाहक बल ε है।

इस प्रकार,

$$\varepsilon = \frac{5}{2} I R$$

परिपथ जाल (नेटवर्क) का समतुल्य प्रतिरोध R_{eq} निम्नवत् है:

$$R_{eq} = \frac{\varepsilon}{3I} = \frac{5}{6} R$$

$R = 1\ \Omega$ के लिए $R_{eq} = (5/6)\ \Omega$ तथा $\varepsilon = 10$ V के लिए, परिपथ जाल (नेटवर्क) में कुल धारा है

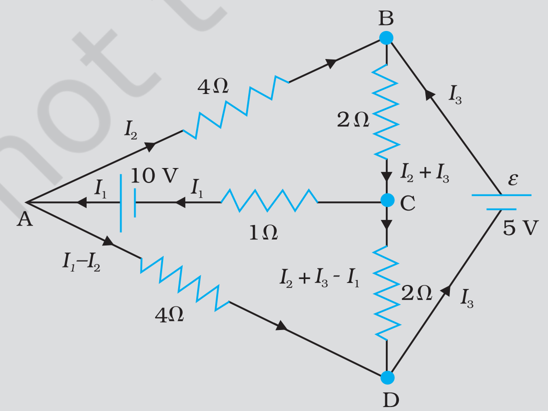
$3I = 10\text{ V}/(5/6)\ \Omega = 12$ A अर्थात $I = 4$ A

प्रत्येक किनारे में प्रवाहित होने वाली धारा को अब चित्र 3.16 से जाना जा सकता है।

उदाहरण 3.5

इस बात पर ध्यान दिया जाना चाहिए कि परिपथ नेटवर्क की सममिति के कारण उदाहरण 3.5 में किरखोफ के नियमों की विशाल शक्ति का उपयोग नहीं किया गया है। एक सामान्य परिपथ नेटवर्क में सममिति के कारण इस प्रकार का सरलीकरण नहीं होता। इसलिए संधियों एवं बंद पाशों में (इनकी संख्या उतनी होनी चाहिए जितनी कि नेटवर्क में अज्ञात राशियाँ हैं) किरखोफ के नियमों के उपयोग द्वारा समस्या को हल कर सकते हैं। यह उदाहरण 3.6 में स्पष्ट किया गया है।

उदाहरण 3.6 चित्र 3.17 में दिखलाए गए नेटवर्क की प्रत्येक शाखा में धारा ज्ञात कीजिए।



चित्र 3.17

उदाहरण 3.6

भौतिकी

किरखोफ के नियमों के अनुप्रयोग के अनुकार
http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/kirch3/

© NCERT not to be republished

उदाहरण 3.6

हल

नेटवर्क की प्रत्येक शाखा के लिए एक अज्ञात धारा निर्धारित की गयी है जिसे किरखोफ के नियम को लागू कर ज्ञात करना है। प्रारंभ में ही अज्ञातों की संख्या कम करने के लिए प्रत्येक शाखा में अज्ञात विद्युत धारा को निर्दिष्ट करने हेतु किरखोफ के प्रथम नियम का उपयोग करते हैं। इस प्रकार, हमारे पास तीन अज्ञात धाराएँ I_1, I_2 तथा I_3 हैं जिन्हें तीन विभिन्न बंद पाशों में किरखोफ के द्वितीय नियम के उपयोग से ज्ञात कर सकते हैं।

बंद पाश ADCA में किरखोफ के द्वितीय नियम के उपयोग से हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है–

$$10 - 4(I_1 - I_2) + 2(I_2 + I_3 - I_1) - I_1 = 0 \qquad [3.61 (a)]$$

अर्थात $7I_1 - 6I_2 - 2I_3 = 10$

बंद पाश ABCA के लिए हमें प्राप्त होता है

$$10 - 4I_2 - 2\ (I_2 + I_3) - I_1 = 0$$

अर्थात $I_1 + 6I_2 + 2I_3 = 10$ [3.61 (b)]

बंद पाश BCDEB के लिए हमें प्राप्त है

$$5 - 2\ (I_2 + I_3) - 2\ (I_2 + I_3 - I_1) = 0$$

अर्थात $2I_1 - 4I_2 - 4I_3 = -5$ [3.61 (c)]

समीकरण (a), (b) व (c) तीन युगपत समीकरण हैं जिनमें तीन राशियाँ अज्ञात हैं, इन्हें सामान्य विधि से हल किया जा सकता है। इस प्रकार,

$$I_1 = 2.5\text{A}, \quad I_2 = \frac{5}{8}\ \text{A}, \quad I_3 = 1\frac{7}{8}\ \text{A}$$

परिपथ जाल की विभिन्न शाखाओं में धाराएँ इस प्रकार हैं:

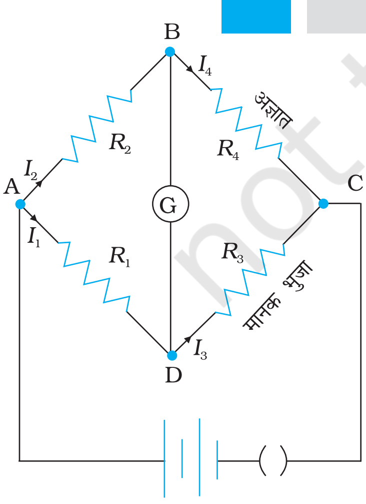
$$\text{AB} : \frac{5}{8}\ \text{A}, \quad \text{CA} : 2\frac{1}{2}\ \text{A}, \quad \text{DEB} : 1\frac{7}{8}\ \text{A}$$

$$\text{AD} : 1\frac{7}{8}\ \text{A}, \quad \text{CD} : 0\ \text{A}, \quad \text{BC} : 2\frac{1}{2}\ \text{A}$$

यह आसानी से सत्यापित किया जा सकता है कि यदि किरखोफ के नियम को शेष बंद पाशों में उपयोग किया जाए तो हमें कोई अन्य स्वतंत्र समीकरण नहीं प्राप्त होगा अर्थात धाराओं के उपरोक्त मान नेटवर्क के हर बंद पाश के लिए द्वितीय नियम को संतुष्ट करेंगे। उदाहरण के तौर पर बंद परिपथ BADEB के लिए कुल वोल्टता पात

$$5\ \text{V} + \left(\frac{5}{8} \times 4\right) \text{V} - \left(\frac{15}{8} \times 4\right) \text{V}$$

शून्य होगा, जैसा कि किरखोफ के द्वितीय नियम द्वारा अपेक्षित है।



चित्र 3.18 व्हीटस्टोन सेतु

3.13 व्हीटस्टोन सेतु

किरखोफ के एक अनुप्रयोग के रूप में चित्र 3.18 में दिखाए परिपथ पर विचार कीजिए, जो कि व्हीटस्टोन सेतु कहलाता है। सेतु में चार प्रतिरोधक R_1, R_2, R_3 तथा R_4 होते हैं। विकर्णत: विपरीत बिंदुओं (चित्र में A तथा C) के एक युग्म से कोई विद्युत स्रोत संबद्ध है। यह (अर्थात AC) बैटरी भुजा कहलाती है। दूसरे दो शीर्ष बिंदुओं, B तथा D के मध्य एक गैल्वेनोमीटर (जो विद्युत धारा के संसूचन की एक युक्ति है) संबद्ध है। यह लाइन, जिसे चित्र में BD से दिखाया गया है, गैल्वेनोमीटर भुजा कहलाती है।

सरलता के लिए हम कल्पना करते हैं कि सेल में कोई आंतरिक प्रतिरोध नहीं है। सामान्यत: G से होकर विद्युत धारा I_g तथा सभी प्रतिरोधकों से होकर भी धारा प्रवाहित होगी। उस संतुलित सेतु का उदाहरण एक विशेष महत्व रखता है जिसमें प्रतिरोधक ऐसे हों कि $I_g = 0$। हम आसानी से ऐसी संतुलन अवस्था प्राप्त कर सकते हैं जिससे G से होकर कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। ऐसे प्रकरण में, संधि D तथा B के लिए (चित्र देखिए) किरखोफ के संधि नियम को अनुप्रयुक्त करने पर हमें संबंध $I_1 = I_3$ तथा $I_2 = I_4$ तुरंत

© NCERT not to be republished

प्राप्त हो जाते हैं। उसके बाद, हम बंद पाशों ADBA तथा CBDC पर किरखोफ के पाश नियम को अनुप्रयुक्त करते हैं। पहले पाश से प्राप्त होता है

$$-I_1 R_1 + 0 + I_2 R_2 = 0 \qquad (I_g = 0) \qquad (3.62)$$

तथा $I_3 = I_1$, $I_4 = I_2$ को उपयोग करने पर द्वितीय पाश से प्राप्त होता है

$$I_2 R_4 + 0 - I_1 R_3 = 0 \qquad (3.63)$$

समीकरण (3.62) से हम प्राप्त करते हैं

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

जबकि समीकरण (3.63) से हम प्राप्त करते हैं

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

अतः हम प्रतिबंध प्राप्त करते हैं।

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \qquad [3.64(a)]$$

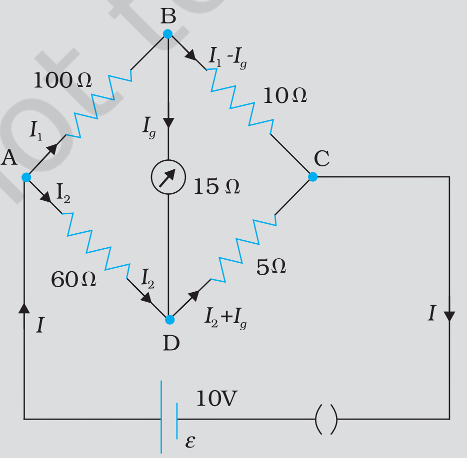
चार प्रतिरोधकों में संबंध दिखलाने वाले समीकरण [3.64(a)] को गैल्वेनोमीटर में शून्य अथवा नगण्य विक्षेप के लिए *संतुलन प्रतिबंध* कहते हैं।

व्हीटस्टोन सेतु तथा इसका संतुलन प्रतिबंध अज्ञात प्रतिरोध के निर्धारण के लिए एक प्रायोगिक विधि देता है। कल्पना कीजिए कि हमारे पास कोई अज्ञात प्रतिरोध है जिसे हम चौथी भुजा में लगाते हैं; इस प्रकार R_4 ज्ञात नहीं है। ज्ञात प्रतिरोधकों R_1 तथा R_2 को सेतु की पहली तथा दूसरी भुजा में रखते हुए, हम R_3 को तब तक परिवर्तित करते जाते हैं जब तक गैल्वेनोमीटर नगण्य विक्षेप नहीं दिखलाता है। सेतु तब संतुलित है तथा संतुलन प्रतिबंध से अज्ञात प्रतिरोध R_4 का मान प्राप्त होता है,

$$R_4 = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_1} \qquad [3.64(b)]$$

इस सिद्धांत को उपयोग करने वाली प्रायोगिक युक्ति *मीटर सेतु* कहलाती है।

उदाहरण 3.7 व्हीटस्टोन सेतु की चार भुजाओं (चित्र 3.19) के प्रतिरोध निम्नवत हैं:
AB = 100 Ω, BC = 10 Ω, CD = 5 Ω तथा DA = 60 Ω।



चित्र 3.19

उदाहरण 3.7

15 Ω प्रतिरोध के एक गैल्वेनोमीटर को BD के बीच जोड़ा गया है। गैल्वेनोमीटर से प्रवाहित होने वाली धारा को परिकलित कीजिए। AC के मध्य 10 V विभवांतर है।

हल

पाश BADB पर विचार करने पर

$100 I_1 + 15 I_g - 60 I_2 = 0$

अथवा $20 I_1 + 3 I_g - 12 I_2 = 0$ [3.65(a)]

पाश BCDB पर विचार करने पर

$10 (I - I_g) - 15 I_g - 5 (I_2 + I_g) = 0$

$10 I_1 - 30 I_g - 5 I_2 = 0$

$2 I_1 - 6 I_g - I_2 = 0$ [3.65(b)]

पाश ADCEA पर विचार करने पर

$60 I_2 + 5 (I_2 + I_g) = 10$

$65 I_2 + 5 I_g = 10$

$13 I_2 + I_g = 2$ [3.65(c)]

समीकरण [3.65(b)] को 10 से गुणा करने पर

$20 I_1 - 60 I_g - 10 I_2 = 0$ [3.65(d)]

समीकरणों [3.65(d)] व [3.65 (a)] से हमें निम्नलिखित व्यंजक प्राप्त होता है

$63 I_g - 2 I_2 = 0$

$$I_2 = n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6 \; I_g = 31.5 I_g$$ [3.65(e)]

I_2 के मान को समीकरण [3.65(c)] में स्थानापन्न करने पर

$13 (31.5 I_g) + I_g = 2$

$410.5 \, I_g = 2$

$I_g = 4.87$ mA

उदाहरण 3.7

© NCERT not to be republished

सारांश

1. किसी चालक के दिए गए क्षेत्रफल से प्रवाहित *धारा* उस क्षेत्रफल से प्रति एकांक समय में गुज़रने वाला नेट आवेश होता है।
2. एक स्थायी धारा बनाए रखने के लिए हमें एक बंद परिपथ चाहिए जिसमें एक बाह्य स्रोत विद्युत आवेश को निम्न से उच्च स्थितिज ऊर्जा की ओर प्रवाहित कराता है। आवेश को निम्न से उच्च स्थितिज ऊर्जा (अर्थात स्रोत के एक टर्मिनल से दूसरे तक) की ओर ले जाने में स्रोत द्वारा प्रति एकांक आवेश पर किया गया कार्य स्रोत का विद्युत वाहक बल (electromotive force) या *emf* कहलाता है। ध्यान दीजिए कि emf एक बल नहीं है, बल्कि यह खुले परिपथ में स्रोत के दोनों टर्मिनलों के बीच वोल्टता का अंतर है।
3. *ओम का नियम*– किसी चालक में प्रवाहित धारा I उसके सिरों के बीच विभवांतर V के अनुक्रमानुपातिक है अर्थात $V \propto I$ अथवा $V = RI$, जहाँ R को चालक का *प्रतिरोध* कहते हैं। प्रतिरोध का मात्रक ओम है– $1 \; \Omega = 1 \; \text{V A}^{-1}$
4. चालक के *प्रतिरोध* R, संबंध

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

के द्वारा चालक की लंबाई और अनुप्रस्थ काट पर निर्भर है, जहाँ ρ, जिसे *प्रतिरोधकता* कहते हैं, पदार्थ का गुण है जो ताप और दाब पर निर्भर करता है।

5. पदार्थों की *विद्युत प्रतिरोधकता* विस्तृत परिसर में परिवर्तित होती है। धातुओं की प्रतिरोधकता कम ($10^{-8}\,\Omega\,m$ से $10^{-6}\,\Omega\,m$ परिसर में) होती है। विद्युतरोधी जैसे काँच या रबर की प्रतिरोधकता 10^{22} से 10^{24} गुना होती है, लघुगणकीय पैमाने पर, अर्द्धचालकों जैसे Si और Ge की प्रतिरोधकता उसके मध्य परिसर में होती है।
6. अधिकतर पदार्थों में धारा के वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं, कुछ स्थितियों उदाहरणार्थ, आयनी क्रिस्टलों और विद्युत अपघट्य, में धारा वहन धनायनों तथा ऋणायनों द्वारा होता है।
7. *धारा घनत्व* $\mathbf{j}$ प्रति सेकंड प्रति एकांक प्रवाह के अभिलंब, क्षेत्रफल से प्रवाहित आवेश की मात्रा देता है

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{v}_d$$

जहाँ n आवेश वाहकों, जिनमें प्रत्येक का आवेश q है, की संख्या घनत्व (प्रति एकांक आयतन में संख्या) तथा आवेश वाहकों का *अपवाह वेग* $\mathbf{v}_d$ है। इलेक्ट्रॉन के लिए $q = -e$ है। यदि $\mathbf{j}$ एक अनुप्रस्थ काट $\mathbf{A}$ के अभिलंब है और क्षेत्रफल पर एकसमान है तो क्षेत्रफल में धारा का परिमाण I $(= nev_d A)$ है।

8. $E = V/l$, $I = nev_d A$ और ओम के नियम का उपयोग करते हुए निम्न व्यंजक प्राप्त होता है

$$\frac{eE}{m} = \rho \frac{ne^2}{m} v_d$$

यदि हम मान लें कि इलेक्ट्रॉन धातु के आयनों से संघट्ट करते (टकराते) हैं जो उन्हें यादृच्छिकत: विक्षेपित कर देते हैं तो बाह्य बल E के कारण धातु में इलेक्ट्रॉनों पर लगने वाले *बल* eE और अपवाह वेग v_d (त्वरण नहीं) में आनुपातिकता को समझा जा सकता है। यदि ऐसे संघट्ट औसत काल अंतराल τ में होते हैं तो

$$v_d = a\tau = eE\tau/m$$

जहाँ a इलेक्ट्रॉन का त्वरण है। अत:

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

9. उस ताप परिसर में जिसमें प्रतिरोधकता ताप के साथ रैखिक रूप से बढ़ती है, *प्रतिरोधकता के ताप* गुणांक α को प्रति एकांक ताप वृद्धि से प्रतिरोधकता में भिन्नात्मक वृद्धि के रूप में परिभाषित किया जाता है।
10. ओम के नियम का पालन बहुत से पदार्थ करते हैं परंतु यह प्रकृति का मूलभूत नियम नहीं है। यह असफल है यदि
    (a) V अरैखिक रूप से I पर निर्भर है।
    (b) V के उसी परम मान के लिए V और I में संबंध V के चिह्न पर निर्भर है।
    (c) V और I में संबंध अद्वितीय नहीं है।

    (a) का एक उदाहरण यह है कि जब ρ, I के साथ बढ़ता है (यद्यपि ताप को स्थिर रखते हैं)। एक दिष्टकारी (rectifier) (a) तथा (b) लक्षणों को संयोजित करता है। Ga As (c) लक्षण को दर्शाता है।
11. जब ε विद्युत वाहक बल के एक स्रोत को बाह्य प्रतिरोध R से संयोजित किया जाता है तो R पर वोल्टता $V_{\text{बाह्य}}$ निम्न द्वारा दी जाती है

$$V_{\text{बाह्य}} = IR = \frac{\varepsilon}{R+r}R$$

12. *किरखोफ के नियम*–
    (a) *प्रथम नियम (संधि नियम)*– परिपथ के अवयवों की किसी संधि पर आगत धाराओं का योग निर्गत धाराओं के योग के तुल्य होना चाहिए।

© NCERT not to be republished

(b) *द्वितीय नियम [पाश नियम]*– किसी बंद पाश (लूप) के चारों ओर विभव में परिवर्तन का बीजगणितीय योग शून्य होना चाहिए।

13. *व्हीटस्टोन सेतु* जैसा कि पाठ्यपुस्तक में दिखाया गया है, चार प्रतिरोधों – R_1, R_2, R_3, R_4 का विन्यास है तथा शून्य विक्षेप अवस्था में

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

द्वारा यदि तीन प्रतिरोध ज्ञात हों तो चौथे प्रतिरोध के अज्ञात मान को निर्धारित किया जा सकता है।

भौतिक राशि	प्रतीक	विमा	मात्रक	टिप्पणी
विद्युत धारा	I	[A]	A	SI आधारी मात्रक
आवेश	Q, q	[T A]	C	
वोल्टता, विद्युत विभवांतर	V	$[M\ L^2\ T^{-3}\ A^{-1}]$	V	कार्य/आवेश
विद्युत वाहक बल	ε	$[M\ L^2\ T^{-3}\ A^{-1}]$	V	कार्य/आवेश
प्रतिरोध	R	$[M\ L^2\ T^{-3}\ A^{-2}]$	Ω	$R = V/I$
प्रतिरोधकता	ρ	$[M\ L^3\ T^{-3}\ A^{-2}]$	Ω m	$R = \rho l/A$
वैद्युत चालकता	σ	$[M^{-1}\ L^{-3}\ T^3\ A^2]$	S	$\sigma = 1/\rho$
विद्युत क्षेत्र	**E**	$[M\ L\ T^{-3}\ A^{-1}]$	$V\ m^{-1}$	$\frac{\text{विद्युत बल}}{\text{आवेश}}$
अपवाह चाल	v_d	$[L\ T^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	$v_d = \frac{e E \tau}{m}$
विश्रांति काल	τ	[T]	s	
धारा घनत्व	**j**	$[L^{-2}\ A]$	$A\ m^{-2}$	धारा/क्षेत्रफल
गतिशीलता	μ	$[M\ L^3\ T^{-4}\ A^{-1}]$	$m^2\ V^{-1}s^{-1}$	v_d / E

विचारणीय विषय

1. यद्यपि हम धारा की दिशा को परिपथ में एक तीर से दर्शाते हैं परंतु यह एक अदिश राशि है। धाराएँ सदिश योग के नियम का पालन नहीं करतीं। धारा एक अदिश है, इसे इसकी परिभाषा से भी समझ सकते हैं : किसी अनुप्रस्थ काट से प्रवाहित विद्युत धारा I दो सदिशों के अदिश गुणनफल द्वारा व्यक्त की जाती है

$$I = \mathbf{j} \cdot \Delta\mathbf{S}$$

जहाँ **j** तथा Δ**S** सदिश हैं।

2. पाठ्य में प्रदर्शित किसी प्रतिरोधक और किसी डायोड के V-I वक्र पर ध्यान दीजिए। प्रतिरोधक ओम के नियम का पालन करता है जबकि डायोड नहीं करता है। यह दृढ़कथन कि $V = IR$ ओम के नियम का प्रकथन है, सत्य नहीं है। यह समीकरण प्रतिरोध को परिभाषित करता है और इसे सभी चालक युक्तियों में प्रयुक्त कर सकते हैं चाहे वह ओम

© NCERT not to be republished

के नियम का पालन करती हैं या नहीं। ओम का नियम दावा करता है कि V तथा I के बीच ग्राफ रैखिक है अर्थात R, V पर निर्भर नहीं करता है। ओम के नियम का समीकरण

$$\mathbf{E} = \rho\, \mathbf{j}$$

ओम के नियम के दूसरे प्रकथन की ओर ले जाता है, अर्थात कोई चालक पदार्थ तभी ओम के नियम का पालन करता है जब उस पदार्थ की प्रतिरोधकता लगाए गए विद्युत क्षेत्र के परिमाण और दिशा पर निर्भर नहीं करती।

3. समांगी चालक जैसे सिल्वर या अर्द्धचालक जैसे शुद्ध जर्मेनियम या अशुद्धियुक्त जर्मेनियम विद्युत क्षेत्र के मान के कुछ परिसर में ओम के नियम का पालन करते हैं। यदि क्षेत्र अति प्रबल है तो इन सभी उदाहरणों में ओम के नियम का पालन नहीं होगा।
4. विद्युत क्षेत्र **E** में इलेक्ट्रॉन की गति (i) यादृच्छिक संघट्टों के कारण (ii) **E** के कारण उत्पन्न गतियों के योग के बराबर है। यादृच्छिक संघट्टों के कारण गति का औसत शून्य हो जाता है और υ_d (अपवाह चाल) में योगदान नहीं करता (देखिए अध्याय 10, कक्षा XI की पाठ्यपुस्तक)। इस प्रकार इलेक्ट्रॉन की अपवाह चाल υ_d केवल इलेक्ट्रॉन पर लगाए गए विद्युत क्षेत्र के कारण ही है।
5. संबंध $\mathbf{j} = \rho\, \mathbf{v}$ प्रत्येक प्रकार के आवेश वाहक पर अलग-अलग प्रयुक्त होना चाहिए। किसी चालक तार में कुल धारा तथा धारा घनत्व धन और ऋण दोनों प्रकार के आवेशों से उत्पन्न होती है।

$$\mathbf{j} = \rho_+ \mathbf{v}_+ + \rho_- \mathbf{v}_-$$
$$\rho = \rho_+ + \rho_-$$

एक उदासीन तार जिसमें धारा प्रवाहित हो रही है, में

$$\rho_+ = -\rho_-$$

इसके अतिरिक्त, $\mathbf{v}_+ \sim 0$ है जिसके कारण हमें प्राप्त होता है

$$\boldsymbol{\rho} = 0$$
$$\mathbf{j} = \rho_-\, \mathbf{v}$$

इस प्रकार संबंध $\mathbf{j} = \rho\, \mathbf{v}$ कुल धारा आवेश घनत्व पर लागू नहीं होता।

6. किरखोफ का संधि नियम आवेश संरक्षण नियम पर आधारित है : किसी संधि पर निर्गत धाराओं का योग संधि पर आगत धाराओं के योग के तुल्य होता है। तारों को मोड़ने या पुनः अभिविन्यसित करने के कारण किरखोफ के संधि नियम की वैधता नहीं बदलती।

अभ्यास

3.1 किसी कार की संचायक बैटरी का विद्युत वाहक बल 12 V है। यदि बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध 0.4 Ω हो, तो बैटरी से ली जाने वाली अधिकतम धारा का मान क्या है?

3.2 10 V विद्युत वाहक बल वाली बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध 3 Ω है, किसी प्रतिरोधक से संयोजित है। यदि परिपथ में धारा का मान 0.5 A हो, तो प्रतिरोधक का प्रतिरोध क्या है? जब परिपथ बंद है तो सेल की टर्मिनल वोल्टता क्या होगी?

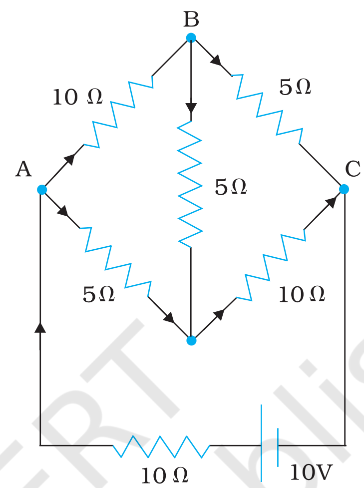
3.3 कमरे के ताप (27.0 °C) पर किसी तापन-अवयव का प्रतिरोध 100 Ω है। यदि तापन-अवयव का प्रतिरोध 117 Ω हो तो अवयव का ताप क्या होगा? प्रतिरोधक के पदार्थ का ताप-गुणांक $1.70 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ है।

3.4 15 मीटर लंबे एवं $6.0 \times 10^{-7}\ m^2$ अनुप्रस्थ काट वाले तार से उपेक्षणीय धारा प्रवाहित की गई और इसका प्रतिरोध 5.0 Ω मापा गया। प्रायोगिक ताप पर तार के पदार्थ की प्रतिरोधकता क्या होगी?

3.5 सिल्वर के किसी तार का 27.5 °C पर प्रतिरोध 2.1 Ω और 100 °C पर प्रतिरोध 2.7 Ω है। सिल्वर की प्रतिरोधकता ताप-गुणांक ज्ञात कीजिए।

3.6 निक्रोम का एक तापन-अवयव 230 V की सप्लाई से संयोजित है और 3.2 A की प्रारंभिक धारा लेता है जो कुछ सेकंड में 2.8 A पर स्थायी हो जाती है। यदि कमरे का ताप 27.0 °C है तो तापन-अवयव का स्थायी ताप क्या होगा? दिए गए ताप-परिसर में निक्रोम का औसत प्रतिरोध का ताप-गुणांक $1.70 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ है।

3.7 चित्र 3.20 में दर्शाए नेटवर्क की प्रत्येक शाखा में प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए।



चित्र 3.20

3.8 8 V विद्युत वाहक बल की एक संचायक बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध 0.5 Ω है, को श्रेणीक्रम में 15.5 Ω के प्रतिरोधक का उपयोग करके 120 V के dc स्रोत द्वारा चार्ज किया जाता है। चार्ज होते समय बैटरी की टर्मिनल वोल्टता क्या है? चार्जकारी परिपथ में प्रतिरोधक को श्रेणीक्रम में संबद्ध करने का क्या उद्देश्य है?

3.9 किसी ताँबे के चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों का संख्या घनत्व उदाहरण 3.1 में $8.5 \times 10^{28}\ m^3$ आकलित किया गया है। 3 m लंबे तार के एक सिरे से दूसरे सिरे तक अपवाह करने में इलेक्ट्रॉन कितना समय लेता है? तार की अनुप्रस्थ-काट $2.0 \times 10^{-6}\ m^2$ है और इसमें 3.0 A धारा प्रवाहित हो रही है।

© NCERT not to be republished

अध्याय 4

गतिमान आवेश और चुंबकत्व

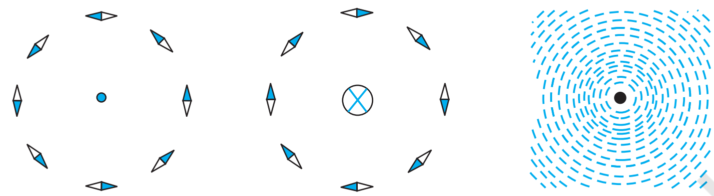
4.1 भूमिका

2000 वर्ष से भी पहले विद्युत तथा चुंबकत्व दोनों ही के बारे में लोगों को ज्ञान था। फिर भी लगभग 200 वर्ष पूर्व, 1820 में यह स्पष्ट अनुभव किया गया कि इन दोनों में अटूट संबंध है। 1820 की ग्रीष्म ऋतु में, डच भौतिकविज्ञानी हैंस क्रिश्चियन ऑर्स्टेड ने, अपने एक भाषण के दौरान प्रयोग प्रदर्शित करते हुए देखा कि एक सीधे तार में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर पास रखी हुई चुंबकीय सुई में सुस्पष्ट विक्षेप प्राप्त होता है। उन्होंने इस परिघटना पर शोध आरंभ किया। उन्होंने पाया कि चुंबकीय सुई तार के अभिलंबवत तल में तार की स्थिति के केंद्रत: वृत्त की स्पर्श रेखा के समांतर संरेखित होती है। इस स्थिति को चित्र 4.1(a) में दर्शाया गया है। पर यह देखने के लिए तार में पर्याप्त धारा प्रवाहित होनी चाहिए और चुंबकीय सुई तार के काफी निकट रखी होनी चाहिए ताकि पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र की उपेक्षा की जा सके। यदि तार में धारा की दिशा विपरीत कर दी जाए तो चुंबकीय सुई भी घूम कर विपरीत दिशा में संरेखित हो जाती है [चित्र 4.1(b) देखिए]। तार में धारा का परिमाण बढ़ाने या सुई को तार के निकट लाने से चुंबकीय सुई का विक्षेप बढ़ जाता है। तार के चारों ओर यदि लौह चूर्ण छिड़कें तो इसके कण तार के चारों ओर संकेंद्री वृत्तों में व्यवस्थित हो जाते हैं [चित्र 4.1(c) देखिए]। इस परिघटना से ऑर्स्टेड ने निष्कर्ष निकाला कि *गतिमान आवेश (धारा) अपने चारों ओर एक चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं।*

इसके पश्चात प्रयोगों की गति तीव्र हो गई। सन 1864 में विद्युत तथा चुंबकत्व के सर्वमान्य नियमों को जेम्स मैक्सवेल ने एकीकृत करके नए नियम बनाए और यह स्पष्ट अनुभव किया कि प्रकाश वास्तव में विद्युत चुंबकीय तरंगें हैं। हर्ट्ज़ ने रेडियो तरंगों की खोज की तथा 19वीं शताब्दी

© NCERT not to be republished

के अंत तक सर जे.सी. बोस तथा मार्कोनी ने इन तरंगों को उत्पन्न किया। 20वीं शताब्दी में विज्ञान तथा प्रौद्योगिकी में आश्चर्यजनक प्रगति हुई है। यह प्रगति विद्युत चुंबकत्व के हमारे बढ़ते ज्ञान तथा विद्युत चुंबकीय तरंगों को उत्पन्न, प्रबर्धित, प्रेषित तथा संसूचित करने वाली युक्तियों की खोज के कारण हुई है।



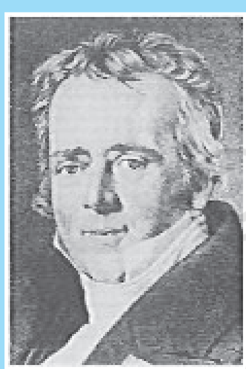
(a) (b) (c)

चित्र 4.1 एक सीधे लंबे धारावाही तार के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र। तार, कागज़ के तल पर अभिलंबवत है। तार के चारों ओर चुंबकीय सुइयों की एक मुद्रिका बनाई गई है। चुंबकीय सुइयों का अभिविन्यास– (a) जब धारा कागज़ के तल से बाहर की ओर प्रवाहित होती है। (b) जब धारा कागज़ के तल से अंदर की ओर प्रवाहित होती है। (c) लौह चूर्ण कणों का तार के चारों ओर अभिविन्यास। सुइयों के काले सिरे उत्तरी ध्रुव प्रदर्शित करते हैं। यहाँ भू-चुंबकत्व के प्रभाव की उपेक्षा की गई है।

इस अध्याय में हम यह देखेंगे कि चुंबकीय क्षेत्र किस प्रकार आवेशित कणों; जैसे–इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन तथा विद्युत धारावाही तारों पर बल आरोपित करते हैं। हम यह भी सीखेंगे कि विद्युत धाराएँ किस प्रकार चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती हैं। हम यह देखेंगे कि साइक्लोट्रॉन में किस प्रकार कणों को अति उच्च ऊर्जाओं तक त्वरित किया जा सकता है। हम गैल्वेनोमीटर द्वारा विद्युतधाराओं एवं वोल्टताओं के संसूचन के विषय में भी अध्ययन करेंगे।

इस अध्याय तथा आगे आने वाले चुंबकत्व के अध्यायों में हम निम्नलिखित परिपाटी को अपनाएँगे। कागज़ के तल से बाहर की ओर निर्गत विद्युत धारा अथवा क्षेत्र (विद्युत अथवा चुंबकीय) को एक बिंदु (⊙) द्वारा व्यक्त किया जाता है। कागज़ के तल में भीतर की ओर जाती विद्युत धारा अथवा विद्युत क्षेत्र को एक क्रॉस (⊗)* द्वारा व्यक्त किया जाता है। चित्र 4.1(a) तथा 4.1(b) क्रमशः इन दो स्थितियों के तदनुरूपी हैं।

हैंस क्रिश्चियन ऑर्स्टेड (1777–1851)



हैंस क्रिश्चियन ऑर्स्टेड (1777–1851) डेनमार्क के भौतिकविज्ञानी एवं रसायनज्ञ, कॉपेनहेगन में प्रोफ़ेसर थे। उन्होंने यह देखा कि किसी चुंबकीय सुई को जब एक ऐसे तार के पास रखा जाता है जिसमें विद्युत धारा प्रवाहित हो रही हो तो उसमें विक्षेप होता है। इस खोज ने वैद्युत एवं चुंबकीय प्रक्रमों के बीच संबंध का पहला आनुभविक प्रमाण प्रस्तुत किया।

4.2 चुंबकीय बल

4.2.1 स्रोत और क्षेत्र

किसी चुंबकीय क्षेत्र **B** की अभिधारणा को प्रस्तावित करने से पहले हम संक्षेप में यह दोहराएँगे कि हमने अध्याय 1 के अंतर्गत विद्युत क्षेत्र **E** के विषय में क्या सीखा है। हमने यह देखा है कि दो आवेशों के बीच अन्योन्य क्रिया पर दो चरणों में विचार किया जा सकता है। आवेश Q जोकि विद्युत क्षेत्र का स्रोत है, एक विद्युत क्षेत्र **E** उत्पन्न करता है–

$$\mathbf{E} = Q \ / \ (4\pi\varepsilon_0)r^2 \qquad (4.1)$$

* कोई डाट (बिंदु) आपकी ओर संकेत करते तीर की नोंक जैसा प्रतीत होता है तथा क्रॉस किसी तीर की पंखयुक्त पूँछ जैसा प्रतीत होता है।

© NCERT not to be republished

यहाँ $\hat{\mathbf{r}}$, $\mathbf{r}$ के अनुदिश एकांक सदिश है तथा क्षेत्र $\mathbf{E}$ एक सदिश क्षेत्र है। कोई आवेश q इस क्षेत्र से अन्योन्य क्रिया करके एक बल $\mathbf{F}$ का अनुभव करता है

$$\mathbf{F} = q\ \mathbf{E} = q\,Q\,\hat{\mathbf{r}}\ /\ (4\pi\varepsilon_0)\ r^2 \qquad (4.2)$$

जैसा कि अध्याय 1 में निर्दिष्ट किया जा चुका है कि विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ मात्र शिल्प तथ्य ही नहीं है, परंतु इसकी भौतिक भूमिका भी है। यह ऊर्जा तथा संवेग संप्रेषित कर सकता है तथा यह तत्क्षण ही स्थापित नहीं हो जाता वरन इसके फैलने में परिमित समय लगता है। क्षेत्र की अभिधारणा को फैराडे द्वारा विशेष महत्त्व दिया गया तथा मैक्सवेल ने विद्युत तथा चुंबकत्व को एकीकृत करने में इस अभिधारणा को समावेशित किया। दिक्स्थान में प्रत्येक बिंदु पर निर्भर होने के साथ-साथ यह समय के साथ भी परिवर्तित हो सकता है, अर्थात यह समय का फलन है। इस अध्याय में हम अपनी चर्चा में, यह मानेंगे कि समय के साथ क्षेत्र में परिवर्तन नहीं होता।

किसी विशेष बिंदु पर विद्युत क्षेत्र एक अथवा अधिक आवेशों के कारण हो सकता है। यदि एक से अधिक आवेश हैं तो उनके कारण उत्पन्न क्षेत्र सदिश रूप से संयोजित हो जाते हैं। आप पहले अध्याय में यह सीख ही चुके हैं कि इसे अध्यारोपण का सिद्धांत कहते हैं। एक बार यदि क्षेत्र ज्ञात है तो परीक्षण आवेश पर बल को समीकरण (4.2) द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

जिस प्रकार स्थिर आवेश विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करते हैं, विद्युत धाराएँ अथवा गतिमान आवेश (विद्युत क्षेत्र के साथ-साथ) चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं जिसे $\mathbf{B}$ $(\mathbf{r})$ द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है तथा यह भी एक सदिश क्षेत्र है। इसके विद्युत क्षेत्र के समरूप बहुत से मूल गुण हैं। इसे दिक्स्थान के हर बिंदु पर परिभाषित किया जाता है (और साथ ही समय पर निर्भर कर सकता है)। प्रयोगों द्वारा यह पाया गया है कि यह अध्यारोपण के सिद्धांत का पालन करता है। अध्यारोपण का सिद्धांत इस प्रकार है—*बहुत से स्रोतों का चुंबकीय क्षेत्र प्रत्येक व्यष्टिगत स्रोत के चुंबकीय क्षेत्रों का सदिश योग होता है।*

हेंड्रिक ऐंटून लोरेंज़ (1853 – 1928) लोरेंज़ डेनमार्क के सैद्धांतिक भौतिकविज्ञानी, लिडेन में प्रोफ़ेसर थे। उन्होंने विद्युत, चुंबकत्व तथा यांत्रिकी में संबंध की खोज की। प्रकाश उत्सर्जकों पर चुंबकीय क्षेत्र के प्रेक्षित प्रभावों (जीमान प्रभाव) की व्याख्या करने के लिए इन्होंने परमाणु में वैद्युत आवेशों के अस्तित्व होने को अभिगृहीत किया। इसके लिए इन्हें 1902 में नोबेल पुरस्कार प्रदान किया गया। इन्होंने कुछ जटिल उलझन भरे गणितीय तर्कों के आधार पर कुछ रूपांतरण समीकरणों का एक समुच्चय व्युत्पन्न किया जिसे उनके सम्मान में लोरेंज़ रूपांतरण समीकरण कहते हैं। समीकरणों को व्युत्पन्न करते समय इन्हें इस तथ्य के बारे में यह ज्ञात नहीं था कि ये समीकरण काल तथा दिक्स्थान की नयी अभिधारणा पर अवलंबित हैं।

हेंड्रिक ऐंटून लोरेंज़ (1853 – 1928)

4.2.2 चुंबकीय क्षेत्र, लोरेंज बल

मान लीजिए विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ $(\mathbf{r})$ तथा चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ $(\mathbf{r})$ दोनों की उपस्थिति में कोई बिंदु आवेश q (वेग $\mathbf{v}$ से गतिमान तथा किसी दिए गए समय t पर $\mathbf{r}$ पर स्थित) विद्यमान है। किसी आवेश q पर इन दोनों क्षेत्रों द्वारा आरोपित बल को इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है–

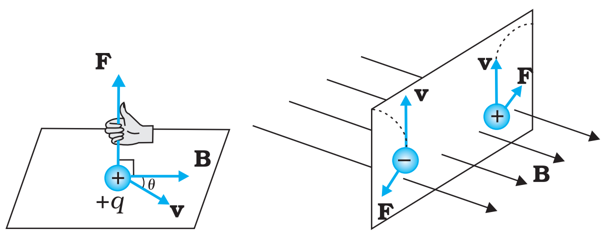
$$\mathbf{F} = q\,[\,\mathbf{E}\ (\mathbf{r}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\ (\mathbf{r})] = \mathbf{F}_{\text{विद्युत}} + \mathbf{F}_{\text{चुंबकीय}} \qquad (4.3)$$

इस बल को सर्वप्रथम एच.ए. लोरेंज ने ऐम्पियर तथा अन्य वैज्ञानिकों द्वारा विस्तृत पैमाने पर किए गए प्रयोगों के आधार पर व्यक्त किया था। इस बल को अब *लोरेंज बल* कहते हैं। विद्युत क्षेत्र के कारण लगने वाले बल के बारे में तो आप विस्तार से अध्ययन कर ही चुके हैं। यदि हम चुंबकीय क्षेत्र के साथ अन्योन्य क्रिया पर ध्यान दें तो हमें निम्नलिखित विशेषताएँ मिलती हैं–

(i) यह q, $\mathbf{v}$ तथा $\mathbf{B}$ (कण के आवेश, वेग तथा चुंबकीय क्षेत्र) पर निर्भर करता है। *ऋणावेश पर लगने वाला बल धनावेश पर लगने वाले बल के विपरीत होता है।*

© NCERT not to be republished

(ii) चुंबकीय बल q [$\mathbf{v} \times \mathbf{B}$] वेग तथा चुंबकीय क्षेत्र का एक सदिश गुणनफल होता है। सदिश गुणनफल चुंबकीय क्षेत्र के कारण बल को समाप्त (शून्य) कर देता है। यह तब होता है जब बल, वेग तथा चुंबकीय क्षेत्र दोनों के लंबवत होता है (किसी दिशा में)। जब वेग तथा चुंबकीय क्षेत्र की दिशा एक दूसरे के समांतर या प्रतिसमांतर होती है। इसकी दिशा सदिश गुणनफल (क्रास गुणनफल) के लिए चित्र 4.2 में दर्शाए अनुसार पेंच नियम अथवा दक्षिण हस्त नियम द्वारा प्राप्त होती है।



(a) (b)

चित्र 4.2 आवेशित कण पर लगे बल की दिशा (a) चुंबकीय क्षेत्र **B** से θ कोण बनाते हुए **v** वेग से गतिमान कोई धनावेशित कण बल का अनुभव करता है जिसकी दिशा दक्षिण हस्त नियम द्वारा प्राप्त होती है। (b) चुंबकीय क्षेत्र की उपस्थिति में गतिशील आवेशित कण के विक्षेप q की दिशा $-q$ के विक्षेप की दिशा के विपरीत होती है।

(iii) यदि आवेश गतिमान नहीं है (तब $|\mathbf{v}| = 0$) तो चुंबकीय बल शून्य होता है। केवल गतिमान आवेश ही बल का अनुभव करता है।

चुंबकीय क्षेत्र के लिए व्यंजक चुंबकीय क्षेत्र के मात्रक की परिभाषा देने में हमारी सहायता करता है। यदि बल के समीकरण में हल q, **F** तथा **v** सभी का मान एकांक मानें तो $\mathbf{F} = q\,[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = q\,v\,B \sin\theta\,\hat{\mathbf{n}}$, यहाँ θ वेग **v** तथा चुंबकीय क्षेत्र **B** के बीच का कोण है [चित्र 4.2 (a) देखिए]। चुंबकीय क्षेत्र B का परिमाण 1 SI मात्रक होता है, जबकि किसी एकांक आवेश (1 C), जो कि **B** के लंबवत 1m/s वेग **v** से गतिमान है, पर लगा बल 1 न्यूटन हो।

विमीय रीति से हम जानते हैं कि $[B] = [F/qv]$ तथा **B** का मात्रक न्यूटन सेकंड/कूलॉम मीटर है। इस मात्रक को *टेस्ला* (T) कहते हैं जिसे निकोला टेस्ला (1856–1943) के नाम पर रखा गया है। टेस्ला एक बड़ा मात्रक है। अत: एक अपेक्षाकृत छोटे मात्रक *गाउस* ($=10^{-4}$ टेस्ला) का प्राय: उपयोग किया जाता है।

4.2.3 विद्युत धारावाही चालक पर चुंबकीय बल

हम किसी एकल गतिमान आवेश पर चुंबकीय क्षेत्र द्वारा आरोपित बल के विश्लेषण का विस्तार विद्युत धारावाही सीधी छड़ के लिए कर सकते हैं। लंबाई l तथा एकसमान अनुप्रस्थ काट A की किसी छड़ पर विचार करते हैं। हम किसी चालक (जिसमें इलेक्ट्रॉन गतिशील वाहक हैं) की भाँति एक ही प्रकार के गतिशील वाहक मानेंगे। मान लीजिए इन गतिशील आवेश वाहकों का संख्या घनत्व n है तब चालक में कुल गतिशील आवेश वाहकों की संख्या nlA हुई। इस चालक छड़ में अपरिवर्ती विद्युत धारा I के लिए हम यह मान सकते हैं कि प्रत्येक गतिशील वाहक का अपवाह वेग $\mathbf{v}_d$ है (अध्याय 3 देखिए)। किसी बाह्य चुंबकीय क्षेत्र **B** की उपस्थिति में इन वाहकों पर बल

$$\mathbf{F} = (nlA)q\,\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

यहाँ q किसी वाहक के आवेश का मान है। अब यहाँ $nq\,\mathbf{v}_d$ विद्युत धारा घनत्व **j** तथा $|(nq\,\mathbf{v}_d)|A$ विद्युत धारा I है (विद्युत धारा तथा विद्युत धारा घनत्व पर चर्चा के लिए अध्याय 3 देखिए।) इस प्रकार

$$\mathbf{F} = [(nq\,\mathbf{v}_d)lA] \times \mathbf{B} = [\,\mathbf{j}lA\,] \times \mathbf{B}$$
$$= I\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (4.4)$$

यहाँ $\mathbf{l}$ एक सदिश है जिसका परिमाण l है जो कि छड़ की लंबाई है, तथा इसकी दिशा विद्युत धारा I के सर्वसम है। ध्यान दीजिए विद्युत धारा सदिश नहीं है। समीकरण (4.4) के अंतिम चरण में हमने सदिश चिह्न को **j** से $\mathbf{l}$ पर स्थानांतरित कर दिया है।

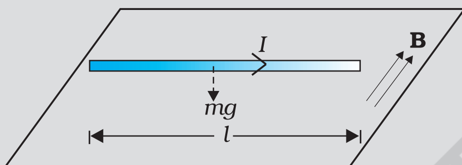
© NCERT not to be republished

समीकरण (4.4) सीधी छड़ पर लागू होती है। इस समीकरण में **B** बाह्य चुंबकीय क्षेत्र है। यह विद्युत धारावाही छड़ द्वारा उत्पन्न क्षेत्र नहीं है। यदि तार की यादृच्छिक आकृति है, तो हम इस पर लॉरेंज बल का परिकलन, इसे रेखिक पट्टियों $d\boldsymbol{l}_j$ का समूह मानकर तथा संकलन द्वारा कर सकते हैं

$$\mathbf{F} = \sum_j I d\boldsymbol{l}_j \times \mathbf{B}$$

अधिकांश प्रकरणों में संकलन को समाकलन में परिवर्तित कर लेते हैं।

उदाहरण 4.1 200 g द्रव्यमान तथा 1.5 m लंबाई के किसी सीधे तार से 2 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। यह किसी एकसमान क्षैतिज **B** चुंबकीय क्षेत्र द्वारा वायु के बीच में निलंबित है (चित्र 4.3)। चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण ज्ञात कीजिए।



चित्र 4.3

हल समीकरण (4.4) के अनुसार, तार बीच-वायु में निलंबित है इसके निलंबित रहने के लिए इस पर एक उपरिमुखी बल **F** जिसका परिमाण IlB लगना चाहिए जो इसके भार mg को संतुलित कर सके। अत:

$$m\,g = I\,lB$$

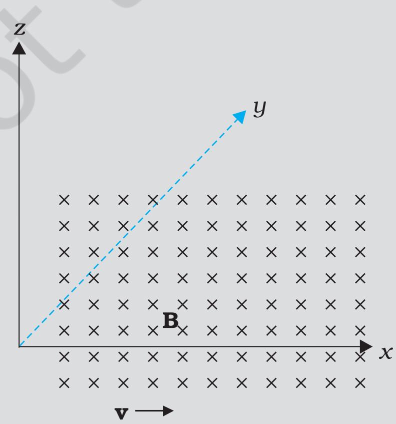
$$B = \frac{m\,g}{I\,l}$$

$$= \frac{0.2 \times 9.81}{2 \times 1.5} = 0.65 \text{ T}$$

ध्यान दीजिए, यहाँ पर m/l अर्थात तार का प्रति एकांक लंबाई द्रव्यमान बताना पर्याप्त है। पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का मान लगभग 4×10^{-5} T है जिसकी हमने यहाँ उपेक्षा की है।

उदाहरण 4.1

उदाहरण 4.2 यदि चुंबकीय क्षेत्र धनात्मक y-अक्ष के समान्तर है तथा आवेशित कण धनात्मक x-अक्ष के अनुदिश गतिमान है (चित्र 4.4 देखिए), तो लोरेंज बल किस ओर लगेगा जबकि गतिमान कण (a) इलेक्ट्रॉन (ऋण आवेश) (b) प्रोटॉन (धन आवेश) है।



चित्र 4.4

उदाहरण 4.2

भौतिकी

चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण – अन्योन्य क्रिया प्रदर्शन
http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/partmagn/index.html

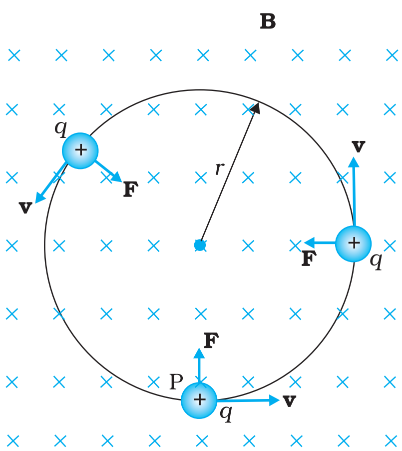
© NCERT not to be republished

उदाहरण 4.2

हल कण के वेग **v** की दिशा *x*-अक्ष के अनुदिश है जबकि चुंबकीय क्षेत्र **B** की दिशा *y*-अक्ष के अनुदिश है, अतः लोरेंज बल **v × B** की दिशा *z*-अक्ष के अनुदिश (पेंच नियम अथवा दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम) है। अतः (a) इलेक्ट्रॉन के लिए यह बल –*z* अक्ष के अनुदिश तथा (b) धनावेश (प्रोटॉन) के लिए यह +*z* अक्ष के अनुदिश है।

4.3 चुंबकीय क्षेत्र में गति

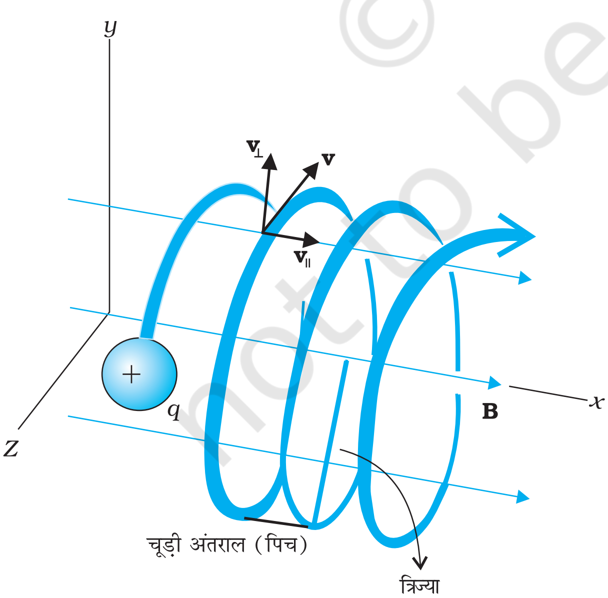
अब हम और अधिक विस्तार से चुंबकीय क्षेत्र में गतिशील आवेश के विषय में अध्ययन करेंगे। हमने यांत्रिकी (कक्षा 11 की पाठ्यपुस्तक का अध्याय 5 देखिए) में यह सीखा है कि यदि किसी बल का कण की गति की दिशा में (अथवा उसके विपरीत) कोई अवयव है तो वह बल उस कण पर कार्य करता है। चुंबकीय क्षेत्र में आवेश की गति के प्रकरण में, चुंबकीय बल कण के वेग की दिशा के लंबवत होता है। अतः कोई कार्य नहीं होता तथा वेग के परिमाण में भी कोई परिवर्तन नहीं होता (यद्यपि संवेग की दिशा में परिवर्तन हो सकता है। [ध्यान दीजिए, यह विद्युत क्षेत्र के कारण बल, $q\mathbf{E}$, से भिन्न है, जिसका गति के समांतर (अथवा प्रतिसमांतर) अवयव हो सकता है और इस प्रकार संवेग के साथ-साथ ऊर्जा को भी स्थानांतरित कर सकता है।]



चित्र 4.5 वर्तुल गति

हम किसी *एकसमान* चुंबकीय क्षेत्र में आवेशित कण की गति पर विचार करेंगे। पहले उस स्थिति पर विचार कीजिए जिसमें वेग **v** चुंबकीय क्षेत्र **B** के लंबवत है। लंबवत बल $q\,\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ अभिकेंद्र बल की भाँति कार्य करता है तथा चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत वर्तुल गति उत्पन्न करता है। *यदि* **v** *तथा* **B** *एक दूसरे के लंबवत हैं, तो कण (अर्थात किसी वृत्त के अनुदिश) वर्तुल गति करेगा* (चित्र 4.5)।

यदि वेग **v** का कोई अवयव है, **B** के अनुदिश तो यह अवयव अपरिवर्तित रहता है, क्योंकि चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश गति को चुंबकीय क्षेत्र प्रभावित नहीं करेगा। **B** के लंबवत किसी तल में गति, पहले की भाँति, वर्तुल गति ही है जिससे यह अवयव *कुंडलिनी गति* उत्पन्न करता है (चित्र 4.6)।



चित्र 4.6 कुंडलिनी गति

आपने पिछली कक्षाओं में यह सीख लिया है (देखिए अध्याय 3 कक्षा 11) कि यदि किसी कण के वृत्ताकार पथ की त्रिज्या r है तो उस कण पर एक बल $m\,v^2 / r$ वृत्त के केंद्र की ओर तथा पथ के लंबवत कार्य करता है जिसे अभिकेंद्र बल कहते हैं। यदि वेग **v** चुंबकीय क्षेत्र **B** के लंबवत है, तो चुंबकीय बल वेग **v** तथा चुंबकीय क्षेत्र **B** के लंबवत होता है तथा अभिकेंद्र बल की भाँति इसका परिमाण $q\,v\,B$ होता है। दोनों अभिकेंद्र बल के व्यंजकों को समीकरण के रूप में लिखने पर

$$m\,v^2/r = q\,v\,B,$$

$$r = m\,v \,/\, qB \tag{4.5}$$

जितना अधिक संवेग होगा उतनी ही अधिक निर्मित वृत्त की त्रिज्या होगी तथा निर्मित वृत्त भी बड़ा होगा। यदि कोणीय आवृत्ति ω है तो $v = \omega r$ अतः

$$\omega = 2\pi\,\nu = q\,B/\,m \qquad [4.6(a)]$$

कोणीय आवृत्ति ω वेग अथवा ऊर्जा पर निर्भर नहीं करती। यहाँ ν घूर्णन की आवृत्ति है। ν के ऊर्जा पर निर्भर न करने का साइक्लोट्रॉन के डिज़ाइन में एक महत्वपूर्ण अनुप्रयोग है।

एक परिक्रमा पूरी करने में लगा समय $T = 2\pi/\omega \equiv 1/\nu$, यदि चुंबकीय क्षेत्र के समांतर वेग का कोई अवयव ($v_{||}$ द्वारा निर्दिष्ट) है, कण का पथ कुंडलिनी (सर्पिलाकार) जैसा होगा। एक घूर्णन में कण द्वारा चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश चली गई दूरी को पिच या चूड़ी अंतराल कहते हैं। समीकरण [4.6 (a)] का उपयोग करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$p = v_{||}T = 2\pi m\, v_{||} / q B \qquad [4.6(b)]$$

गति के वृत्तीय अवयव की त्रिज्या को *कुंडलिनी की त्रिज्या* कहते हैं।

उदाहरण 4.3 6×10^{-4} T के चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत 3×10^7 m/s की चाल से गतिमान किसी इलेक्ट्रॉन (द्रव्यमान 9×10^{-31} kg तथा आवेश 1.6×10^{-19} C) के पथ की त्रिज्या क्या है? इसकी क्या आवृत्ति होगी? इसकी ऊर्जा KeV में परिकलित कीजिए। (1 eV = 1.6×10^{-19} J)

हल समीकरण (4.5) का उपयोग करने पर हम पाते हैं

$r = m v / (qB) = 9 \times10^{-31}$ kg $\times 3 \times 10^7$ m s^{-1} / (1.6×10^{-19} C $\times 6 \times 10^{-4}$ T)

$= 28 \times 10^{-2}$ m = 28 cm

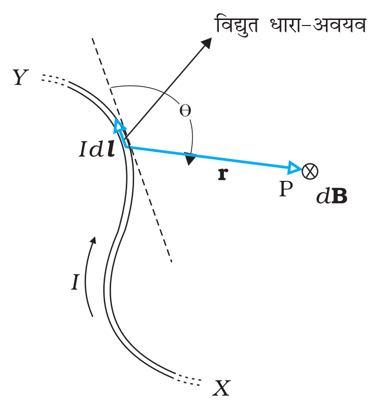
$\nu = v / (2\pi r) = 17\times10^6$ s^{-1} = 17×10^6 Hz = 17 MHz.

$E = (½)mv^2 = (½)\, 9 \times 10^{-31}$ kg $\times 9 \times10^{14}$ m^2/s^2 = 40.5×10^{-17} J

$\approx 4\times10^{-16}$ J = 2.5 KeV

उदाहरण 4.3

4.4 विद्युत धारा अवयव के कारण चुंबकीय क्षेत्र, बायो-सावर्ट नियम



चित्र 4.7 बायो-सावर्ट नियम का निदर्श चित्र। विद्युतधारा-अवयव $I\,d\boldsymbol{l}$, r दूरी पर स्थित बिंदु पर क्षेत्र $d\mathbf{B}$ उत्पन्न करता है। ⊗ चिह्न यह इंगित करता है कि क्षेत्र कागज़ के तल के अभिलंबवत नीचे की ओर प्रभावी है।

जितने चुंबकीय क्षेत्र हमें ज्ञात हैं वे सभी विद्युत धाराओं (अथवा गतिशील आवेशों) तथा कणों के नैज चुंबकीय आघूर्णों के कारण उत्पन्न हुए हैं। यहाँ अब हम विद्युत धारा तथा उसके द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र के बीच संबंध के बारे में अध्ययन करेंगे। यह संबंध बायो सावर्ट नियम द्वारा प्राप्त होता है। चित्र 4.7 में एक परिमित विद्युत धारा चालक XY दर्शाया गया है, जिसमें विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है। चालक के अतिअल्प अवयव $d\boldsymbol{l}$ पर विचार कीजिए। मान लीजिए हमें इस अवयव द्वारा इससे **r** दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र $d\mathbf{B}$ का मान निर्धारित करना है। मान लीजिए विस्थापन सदिश **r** तथा $d\boldsymbol{l}$ के बीच θ कोण बनता है। तब बायो-सावर्ट नियम के अनुसार चुंबकीय क्षेत्र $d\mathbf{B}$ का परिमाण विद्युत धारा I, लंबाई अवयव $|d\boldsymbol{l}|$ के अनुक्रमानुपाती तथा दूरी r के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती है। इस क्षेत्र की दिशा* $d\boldsymbol{l}$ तथा **r** के तलों के लंबवत होगी। अतः सदिश संकेत पद्धति में

$$d\mathbf{B} \propto \frac{I\,d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}}{r^3} \qquad [4.7(a)]$$

* $d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}$ की दिशा दक्षिण हस्त पेंच नियम द्वारा भी प्राप्त होती है। $d\boldsymbol{l}$ तथा **r** के तलों को देखिए। कल्पना कीजिए कि आप पहले सदिश से दूसरे सदिश की ओर गमन कर रहे हैं। यदि गति वामावर्त है तो परिणामी आपकी ओर संकेत करेगा। यदि यह दक्षिणावर्त है तो परिणामी आपसे दूर की ओर होगा।

© NCERT not to be republished

यहाँ $\mu_0/4\pi$ अनुक्रमानुपातिक नियतांक है। उपरोक्त समीकरण तब लागू होता है जबकि माध्यम निर्वात होता है।

इस क्षेत्र का परिमाण

$$|\mathrm{d}\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2} \qquad [4.7(b)]$$

यहाँ हमने सदिश-गुणनफल के गुणधर्म $|\mathrm{d}\boldsymbol{l}\ \mathbf{r}| = \mathrm{d}l\, r\sin\theta$ का उपयोग किया है। चुंबकीय क्षेत्र के लिए समीकरण [4.7(a)] मूल समीकरण है। अनुक्रमानुपाती नियतांक $\frac{\mu_0}{4\pi}$ का यथार्थ मान है–

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\,\mathrm{Tm/A} \qquad [4.7(c)]$$

राशि μ_0 को मुक्त आकाश (या निर्वात) की *चुंबकशीलता नियतांक* कहते हैं।

चुंबकीय क्षेत्र के बायो-सावर्ट नियम और स्थिरवैद्युतिकी के कूलॉम नियम में कुछ समानताएँ हैं तथा कुछ असमानताएँ। इसमें से कुछ निम्न प्रकार हैं–

(i) दोनों दीर्घ-परासी हैं, क्योंकि दोनों ही स्रोत से परीक्षण बिंदु तक की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होते हैं। दोनों ही क्षेत्रों पर अध्यारोपण सिद्धांत लागू होता है [इस संबंध में यह ध्यान दीजिए कि *स्रोत* $I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ में चुंबकीय क्षेत्र *रैखिक* है जैसे कि अपने स्रोत, विद्युत आवेश में स्थिर वैद्युत क्षेत्र रैखिक है।]

(ii) स्थिरवैद्युत क्षेत्र आदिश स्रोत, जैसे वैद्युत आवेश, द्वारा उत्पन्न होता है जबकि चुंबकीय क्षेत्र एक सदिश स्रोत जैसे, $I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ द्वारा उत्पन्न होता है।

(iii) स्थिरवैद्युत क्षेत्र स्रोत को क्षेत्र के बिंदु से मिलाने वाले विस्थापन सदिश के अनुदिश होता है जबकि चुंबकीय क्षेत्र विस्थापन सदिश $\mathbf{r}$ तथा विद्युत धारा अवयव $I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ दोनों के तलों के लंबवत होता है।

(iv) बायो-सावर्ट नियम में कोण पर निर्भरता है जो स्थिर वैद्युत क्षेत्र में नहीं होती। चित्र 4.7 में, दिशा $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ (डैश युक्त रेखा में किसी भी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र शून्य है। इस दिशा के अनुदिश $\theta = 0$, $\sin\theta = 0$ तथा समीकरण [4.7(a)], $|\mathrm{d}\mathbf{B}| = 0$

मुक्त दिक्स्थान की विद्युतशीलता, मुक्त दिक्स्थान की चुंबकशीलता तथा निर्वात में प्रकाश के वेग में एक रोचक संबंध है।

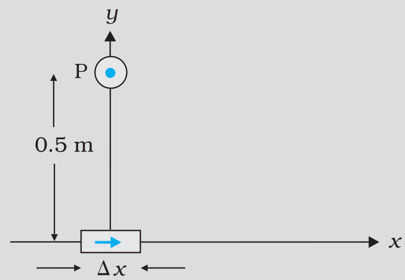
$$\varepsilon_0\mu_0 = (4\pi\varepsilon_0)\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) = \left(\frac{1}{9\times10^9}\right)(10^{-7}) = \frac{1}{(3\times10^8)^2} = \frac{1}{c^2}$$

इस संबंध के विषय में हम विद्युत चुंबकीय तरंगों के अध्याय 8 में चर्चा करेंगे। चूँकि निर्वात में प्रकाश का वेग नियत है, गुणनफल $\mu_0\varepsilon_0$ परिमाण में निश्चित है। ε_0 तथा μ_0 में से किसी भी एक मान का चयन करने पर अन्य का मान स्वत: निश्चित हो जाता है। SI मात्रकों में μ_0 का एक निश्चित परिमाण $4\pi\ \ 10^{-7}$ है।

उदाहरण 4.4

उदाहरण 4.4 कोई विद्युत धारा अवयव $\Delta\boldsymbol{l} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}}$ जिससे एक उच्च धारा $I = 10\mathrm{A}$ प्रवाहित हो रही है, मूल बिंदु पर स्थित है (चित्र 4.8), y-अक्ष पर 0.5 m दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर इसके कारण चुंबकीय क्षेत्र का क्या मान है। $\Delta x = 1$ cm

© NCERT not to be republished



चित्र 4.8

हल

$$|d\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2} \quad \text{[समीकरण (4.7द्वारा)]}$$

$dl = \Delta x = 10^{-2}$ m , I = 10 A, r = 0.5 m = y, $\mu_0/4\pi = 10^{-7}\,\dfrac{\text{T m}}{\text{A}}$

$\theta = 90°$; $\sin\theta = 1$

$$|d\mathbf{B}| = \frac{10^{-7}\times 10\times 10^{-2}}{25\times 10^{-2}} = 4\times 10^{-8}\ \text{T}$$

इस चुंबकीय क्षेत्र की दिशा $+z$ दिशा में है। इसका कारण यह है कि

$$d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}}\times y\,\hat{\mathbf{j}} = y\,\Delta x\left(\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}}\right) = y\,\Delta x\,\hat{\mathbf{k}}$$

यहाँ हम आपको सदिश गुणनफलों के निम्नलिखित चक्रीय गुणों को याद कराते हैं

$$\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}};\ \hat{\mathbf{j}}\times\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}};\ \hat{\mathbf{k}}\times\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}$$

ध्यान दीजिए इस क्षेत्र का परिमाण लघु है।

उदाहरण 4.4

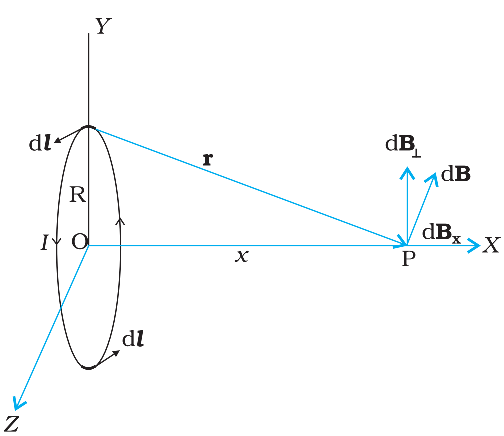
अगले अनुभाग में हम वृत्ताकार पाश के कारण चुंबकीय क्षेत्र परिकलित करने के लिए बायो-सावर्ट नियम का उपयोग करेंगे।

4.5 विद्युत धारावाही वृत्ताकार पाश के अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र

इस अनुभाग में हम विद्युत धारावाही वृत्ताकार पाश के कारण उसके अक्ष के अनुदिश चुंबकीय क्षेत्र का मूल्यांकन करेंगे। इस मूल्यांकन में पिछले अनुभाग में वर्णित अत्यल्प विद्युत धारा अवयवों ($I\,dl$) के प्रभाव को संयोजित किया जाएगा। हम यह मानते हैं कि प्रवाहित विद्युत धारा अपरिवर्ती है तथा मूल्यांकन मुक्त दिक्स्थान (निर्वात) में किया गया है।

चित्र 4.9 में वृत्ताकार पाश में स्थायी विद्युत धारा I प्रवाहित होते हुए दर्शाई गई है। पाश को मूल बिंदु पर $x\,y$ तल में स्थित दर्शाया गया है तथा पाश का त्रिज्या R है। x-अक्ष ही लूप का अक्ष है। हमें इसी अक्ष के बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित करना है, मान लीजिए बिंदु P पाश के केंद्र से x दूरी पर स्थित है।

पाश के चालक अवयव dl पर विचार कीजिए, इसे चित्र 4.9 में दर्शायी गई है। dl के कारण चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण बायो-सावर्ट नियम [समीकरण 4.7(a)] के अनुसार



चित्र 4.9 त्रिज्या R विद्युत धारावाही वृत्ताकार पाश के अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र। इस चित्र में रेखा अवयव $d\boldsymbol{l}$ के कारण चुंबकीय क्षेत्र $d\mathbf{B}$ तथा अक्ष के लंबवत कार्यरत इसके अवयवों को दर्शाया गया है।

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I|d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}|}{r^3} \qquad (4.8)$$

अब $r^2 = x^2 + R^2$। साथ ही, पाश का कोई भी अवयव, इस अवयव से अक्षीय बिंदु के विस्थापन सदिश के लंबवत होगा। उदाहरण के लिए, चित्र 4.9 में अवयव d$\boldsymbol{l}$ y-z दिशा में है जबकि विस्थापन सदिश $\mathbf{r}$ अवयव d$\boldsymbol{l}$ से अक्षीय बिंदु P तक x-y तल में है। अत: $|d\boldsymbol{l} \times \mathbf{r}| = r\,dl$, इस प्रकार

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{\left(x^2+R^2\right)} \qquad (4.9)$$

d$\mathbf{B}$ की दिशा चित्र 4.9 में दर्शायी गई है। यह d$\boldsymbol{l}$ तथा $\mathbf{r}$ द्वारा बने तल के लंबवत है। इसका एक x- अवयव d$\mathbf{B}_x$ तथा x- अक्ष के लंबवत अवयव d$\mathbf{B}_\perp$ है। जब x- अक्ष के लंबवत अवयवों को संयोजित करते हैं तो वे निरस्त हो जाते हैं तथा हमें शून्य परिणाम प्राप्त होता है। उदाहरण के लिए, चित्र 4.9 में दर्शाए अनुसार d$\boldsymbol{l}$ के कारण अवयव d$\mathbf{B}_\perp$ इसके त्रिज्यत: विपरीत d$\boldsymbol{l}$ अवयव के कारण योगदान द्वारा निरसित हो जाता है। इस प्रकार केवल x-अवयव ही बच पाता है। x-दिशा के अनुदिश नेट योगदान पाश के ऊपर $\mathrm{d}B_x = \mathrm{d}B\cos\theta$ को समाकलित करके प्राप्त किया जा सकता है।

चित्र 4.9 के लिए

$$\cos\theta = \frac{R}{(x^2+R^2)^{1/2}} \qquad (4.10)$$

समीकरणों (4.9) और (4.10),

$$\mathrm{d}B_x = \frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi}\frac{R}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

समस्त पाश पर dl अवयवों का संकलन, $2\pi R$, प्राप्त होता है जो पाश की परिधि है। इस प्रकार

$$\mathbf{B} = B_x\hat{\mathbf{i}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}\hat{\mathbf{i}} \qquad (4.11)$$

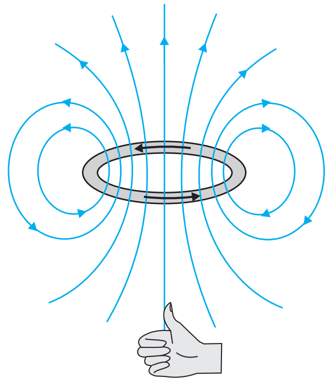
उपरोक्त परिणाम की एक विशेष स्थिति के रूप में हम पाश के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र प्राप्त कर सकते हैं। इस प्रकार यहाँ $x = 0$, तथा हमें प्राप्त होता है,

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}\hat{\mathbf{i}} \qquad (4.12)$$

वृत्ताकार तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ बंद वृत्ताकार पाश बनाती हैं जिन्हें चित्र 4.10 में दर्शाया गया है। चुंबकीय क्षेत्र की दिशा (एक अन्य) *दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम* द्वारा होती है। यह नियम नीचे दिया गया है,

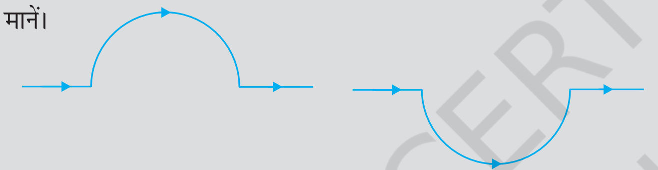
वृत्ताकार तार के चारों ओर अपने दाएँ हाथ की हथेली को इस प्रकार मोड़िए कि उँगलियाँ विद्युत धारा की दिशा की ओर संकेत करें, तब इस हाथ का फैला हुआ अँगूठा चुंबकीय क्षेत्र की दिशा बताता है।

© NCERT not to be republished



चित्र 4.10 किसी विद्युतवाही पाश का चुंबकीय क्षेत्र। पाठ की विषय वस्तु में वर्णित दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की दिशा निर्धारित होती है। पाश के ऊपरी पार्श्व को उत्तर ध्रुव तथा निचले पार्श्व को दक्षिण ध्रुव माना जा सकता है।

उदाहरण 4.5 चित्र 4.11 में दर्शाए अनुसार किसी सीधे तार जिसमें 12 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, को 2.0 cm त्रिज्या के अर्धवृत्ताकार चाप में मोड़ा गया है। इस चाप के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र **B** को मानें।



(a) (b)

चित्र 4.11

(a) सीधे खंडों के कारण चुंबकीय क्षेत्र कितना है?

(b) किस रूप में अर्धवृत्त द्वारा **B** को दिया गया योगदान वृत्ताकार पाश के योगदान से भिन्न है और किस रूप में ये एक दूसरे के समान हैं।

(c) क्या आपके उत्तर में कोई परिवर्तन होगा यदि तार को उसी त्रिज्या के अर्धवृत्त में पहले की तुलना में चित्र 4.11 (b) में दर्शाए अनुसार उलटी दिशा में मोड़ दें।

हल

(a) सीधे खंडों के प्रत्येक अवयव के लिए $d\boldsymbol{l}$ तथा r समांतर हैं। अत: $d\boldsymbol{l} \times \mathbf{r} = 0$। इस प्रकार सीधे खंड |B| को कोई योगदान नहीं देते।

(b) अर्धवृत्ताकार चाप के सभी खंडों के लिए, $d\boldsymbol{l} \times \mathbf{r}$ सभी एक दूसरे के समांतर हैं (कागज़ के तल में भीतर को जाते हुए)। इस प्रकार के सभी योगदान परिमाण में संयोजित हो जाते हैं। अत: अर्धवृत्ताकार चाप के लिए **B** की दिशा दक्षिण हस्त नियम द्वारा प्राप्त होती है। इसका परिमाण वृत्ताकार पाश के लिए **B** का आधा होता है। इस प्रकार **B** का मान 1.9×10^{-4} T है तथा दिशा कागज़ के तल के अभिलंबवत उसके भीतर जाते हुए है।

(c) **B** का परिमाण तो वही है जो (b) में है पर दिशा विपरीत है।

उदाहरण 4.5

उदाहरण 4.6 10 cm त्रिज्या की 100 कसकर लपेटे गए फेरों की किसी ऐसी कुंडली पर विचार कीजिए जिससे 1 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

हल चूँकि कुंडली कसकर लपेटी गई है अत: हम प्रत्येक वृत्ताकार अवयव की त्रिज्या $R = 10$ cm $= 0.1$ m मान सकते हैं। फेरों की संख्या $N = 100$ है, अत: चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

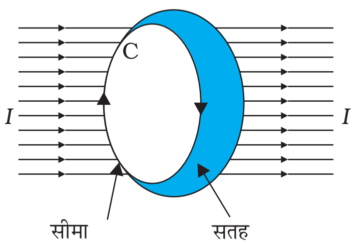
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 1}{2 \times 10^{-1}} = 2\pi \times 10^{-4}\ \text{T} = 6.28 \times 10^{-4}\ \text{T}.$$

उदाहरण 4.6

© NCERT not to be republished

4.6 ऐम्पियर का परिपथीय नियम

बायो–सावर्ट नियम को अभिव्यक्त करने का एक अन्य वैकल्पिक तथा रुचिकर उपाय भी है। ऐम्पियर के परिपथीय नियम में किसी खुले पृष्ठ जिसकी कोई सीमा हो, पर विचार किया जाता है। इस पृष्ठ से विद्युत धारा प्रवाहित होती है। हम यह विचार करते हैं कि सीमा रेखा बहुत से अल्प रेखा अवयवों से मिलकर बनी है। ऐसे ही एक रेखा अवयव dl पर विचार कीजिए। हम इस अवयव पर चुंबकीय क्षेत्र के स्पर्शरेखीय घटक $\mathbf{B}_t$ का मान लेंगे तथा इसे अवयव dl की लंबाई से गुणा करेंगे। [ध्यान दीजिए $B_t dl = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$]। इस प्रकार के सभी गुणनफल एक दूसरे के साथ संयोजित किए जाते हैं। हम सीमा पर विचार करते हैं क्योंकि जैसे–जैसे अवयवों की लंबाई घटती है इनकी संख्या बढ़ती है। तब इनका योग एक समाकलन बन जाता है। ऐम्पियर का नियम यह कहता है कि यह समाकलन पृष्ठ से प्रवाहित होने वाली कुल विद्युत धारा का μ_0 गुना होता है, अर्थात



चित्र 4.12

$$\int \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 I \quad [4.13(a)]$$

यहाँ I पृष्ठ से गुज़रने वाली कुल विद्युत धारा है। इस समाकलन को पृष्ठ की सीमारेखा C के संपाती बंद के ऊपर लिया गया है। उपरोक्त संबंध में दिशा सम्मिलित है जो दक्षिण हस्त नियम से प्राप्त होती है। अपने दाएँ हाथ की उँगलियों को उस दिशा में मोड़िए जिस दिशा में पाश समाकल $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ में सीमा रेखा मुड़ी है। तब अँगूठे की दिशा उस दिशा को बताती है जिसमें विद्युत धारा को धनात्मक माना गया है।

बहुत से अनुप्रयोगों के लिए समीकरण [4.13 (a)] का कहीं अधिक सरलीकृत रूप पर्याप्त सिद्ध होता है। हम यह मानेंगे कि, इस प्रकार के प्रकरणों में ऐसे पाश (जिसे ऐम्पियरीय पाश कहते हैं।) का चयन संभव है जो इस प्रकार का है कि पाश के प्रत्येक बिंदु पर या तो

(i) **B** पाश के स्पर्शरेखीय है तथा शून्येतर नियतांक B है, अथवा

(ii) **B** पाश के अभिलंबवत है, अथवा

(iii) **B** नष्ट हो जाता है।

अब मान लीजिए L पाश की वह लंबाई (भाग) है जिसके लिए **B** स्पर्शरेखीय है। मान लीजिए पाश में परिबद्ध विद्युत धारा I_e है। तब समीकरण [4.13 (a)] को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं

$$BL = \mu_0 I_e \quad [4.13(b)]$$

जब किसी निकाय में इस प्रकार की सममिति हो जैसे कि चित्र 4.13 में सीधे विद्युत धारावाही अनंत तार के लिए है, तब ऐम्पियर का नियम हमें चुंबकीय क्षेत्र का एक सरल मूल्यांकन करने योग्य बनाता है जो ठीक उसी प्रकार है जैसे कि गाउस नियम विद्युत क्षेत्र को निर्धारित करने में हमारी सहायता करता है। इसे नीचे दिए गए उदाहरण 4.8 में दर्शाया गया है। पाश की सीमा रेखा का चयन एक वृत्त है तथा चुंबकीय क्षेत्र वृत्त की परिधि के स्पर्शरेखीय है। समीकरण [4.13 (b)] के वाम पक्ष के लिए इस नियम से प्राप्त मान B. $2\pi r$ है। हम यह पाते हैं कि तार के बाहर r दूरी पर चुंबकीय क्षेत्र स्पर्शरेखीय है तथा इसे इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है।

$$B \times 2\pi r = \mu_0 I,$$

$$B = \mu_0 I / (2\pi r) \quad (4.14)$$

उपरोक्त परिणाम अनंत लंबाई के तार के लिए है जो कई दृष्टिकोणों से रोचक है–

(i) इसमें यह अंतर्निहित है कि r त्रिज्या के वृत्त के प्रत्येक बिंदु पर (तार को अक्ष के अनुदिश रखते हुए) क्षेत्र का परिमाण समान है। दूसरे शब्दों में चुंबकीय क्षेत्र में *बेलनाकार सममिति* है जो क्षेत्र सामान्यत: तीन निर्देशांकों पर निर्भर कर सकता है केवल एक ही निर्देशांक r पर निर्भर है। जहाँ कहीं भी सममिति होती है समस्याओं के हल सरल हो जाते हैं।

(ii) इस वृत्त के किसी भी बिंदु पर क्षेत्र की दिशा इसके स्पर्शरेखीय है। इस प्रकार चुंबकीय क्षेत्र की नियत परिमाण की रेखाएँ संकेंद्री वृत्त बनाती हैं। अब चित्र 4.1(c) पर ध्यान दीजिए, लौह चूर्ण वृत्त संकेंद्री में व्यवस्थित हुआ है। ये रेखाएँ जिन्हें हम चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ कहते है, बंद पाश बनाती हैं। यह स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखाओं से भिन्न हैं। स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखाएँ धन आवेशों से आरंभ तथा ऋण आवेशों पर समाप्त होती हैं। सीधे विद्युत धारावाही चालक के चुंबकीय क्षेत्र के लिए व्यंजक ओर्स्टेड प्रयोग का सैद्धांतिक स्पष्टीकरण करता है।

(iii) एक अन्य ध्यान देने योग्य रोचक बात यह है कि यद्यपि तार अनंत लंबाई का है, तथापि शून्येतर दूरी पर इसके कारण चुंबकीय क्षेत्र अनंत नहीं है। यह केवल तार के अत्यधिक पास आने पर विस्फुटित होता है। यह क्षेत्र विद्युत धारा के अनुक्रमानुपाती है तथा विद्युत धारा स्रोत (अनंत लंबाई के) से दूरी के व्युत्क्रमानुपाती है।

(iv) लंबे तार के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की दिशा को निर्धारित करने का एक सरल नियम है। इस नियम को दक्षिण हस्त नियम* कहते हैं। यह इस प्रकार है

तार को अपने दाएँ हाथ में इस प्रकार पकड़िए कि आपका तना हुआ अँगूठा विद्युत धारा की दिशा की ओर संकेत करे। तब आपकी अँगुलियों के मुड़ने की दिशा चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में होगी।

ऐम्पियर का परिपथीय नियम बायो-सावर्ट नियम से भिन्न नहीं है। दोनों ही नियम विद्युत धारा तथा चुंबकीय क्षेत्र में संबंध व्यक्त करते हैं तथा दोनों ही स्थायी विद्युत धारा के समान भौतिक परिणामों को व्यक्त करते हैं। जो संबंध ऐम्पियर के नियम तथा बायो-सावर्ट नियम के बीच है ठीक वही संबंध गाउस नियम तथा कूलॉम नियम के बीच में है। ऐम्पियर का नियम तथा गाउस का नियम दोनों ही परिरेखा अथवा परिपृष्ठ पर किसी भौतिक राशि (चुंबकीय अथवा विद्युत क्षेत्र) का संबंध किसी अन्य भौतिक राशि जैसे अन्त: क्षेत्र में उपस्थित स्रोत (विद्युत धारा अथवा आवेश) के बीच संबंध व्यक्त करते हैं। यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह भी है कि ऐम्पियर का परिपथीय नियम केवल उन स्थायी विद्युत धाराओं पर लागू होता है जो समय के साथ परिवर्तित नहीं होतीं। निम्नलिखित उदाहरण हमें परिबद्ध विद्युत धारा का अर्थ समझने में सहायता करेगा।

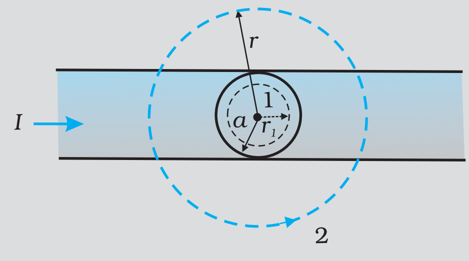
* कृपया ध्यान दीजिए–दो सुस्पष्ट (पृथक) नियम हैं जिन्हें *दक्षिण हस्त नियम* कहते हैं। इनमें से एक नियम विद्युत धारा पाश के अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र **B** की दिशा देता है तथा दूसरा सीधे विद्युत धारावाही चालक तार के लिए **B** की दिशा है। इन नियमों में अँगूठे तथा अँगुलियों की भिन्न भूमिका है।

आंद्रे ऐम्पियर (1775 –1836) आंद्रे मैरी ऐम्पियर एक फ्रांसीसी भौतिक विज्ञानी, गणितज्ञ एवं रसायनज्ञ थे जिन्होंने विद्युतगतिकी विज्ञान की आधारशिला रखी। ऐम्पियर एक बाल प्रतिभा थे जिसने 12 वर्ष की आयु में उच्च गणित में महारत हासिल कर ली थी। ऐम्पियर ने ऑर्स्टेड की खोज का महत्त्व समझा और धारा विद्युत एवं चुंबकत्व में संबंध खोजने के लिए प्रयोगों की एक लंबी शृंखला पार की। इन खोजों की परिणति 1827 में, *Mathematical theory of Electrodynamic Phenomena Deduced Solely from Experiments* नामक पुस्तक के प्रकाशन के रूप में हुई। उन्होंने परिकल्पना की कि सभी चुंबकीय प्रक्रम, वृत्तवाही विद्युत धाराओं के कारण होते हैं। ऐम्पियर स्वभाव से बहुत विनम्र और भुलक्कड़ थे। एक बार वह सम्राट नेपोलियन का रात्रिभोज का निमंत्रण भी भूल गए थे। 61 वर्ष की उम्र में न्यूमोनिया से उनकी मृत्यु हो गई। उनकी कब्र के पत्थर पर यह समाधि लेख उत्कीर्णित है – *Tandem felix* (अंत में प्रसन्न)।

आंद्रे ऐम्पियर (1775 –1836)

© NCERT not to be republished

उदाहरण 4.7 चित्र 4.13 में एक लंबा सीधा वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट का (जिसकी त्रिज्या a है) विद्युत धारावाही तार जिससे स्थायी विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही हो, दर्शाया गया है। स्थायी विद्युत धारा इस अनुप्रस्थ काट पर एकसमान रूप से वितरित है। क्षेत्रों $r < a$ तथा $r > a$ में चुंबकीय क्षेत्र परिकलित कीजिए



चित्र 4.13

हल (a) प्रकरण $r > a$ पर विचार कीजिए। जिस पाश पर 2 अंकित है वह अनुप्रस्थ काट के साथ संकेंद्री वृत्त के रूप में ऐम्पियर पाश है। इस पाश के लिए

$L = 2\pi r$

I_e = पाश द्वारा परिबद्ध विद्युत धारा = I

यह परिणाम किसी सीधे लंबे तार के लिए सुपरिचित व्यंजक है।

$B(2\pi r) = \mu_0 I$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad [4.15(a)]$$

$$B \propto \frac{1}{r} \qquad (r > a)$$

(b) प्रकरण $r < a$ पर विचार कीजिए। इसके लिए ऐम्पियर पाश वह वृत्त है जिस पर 1 अंकित है। इस पाश के लिए वृत्त की त्रिज्या r लेने पर,

$L = 2\pi r$

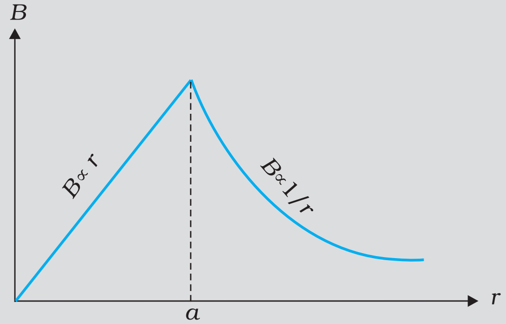
अब यहाँ परिबद्ध विद्युत धारा I_e का मान I नहीं है परंतु यह इस मान से कम है। चूँकि विद्युत धारा का विवरण एकसमान है, परिबद्ध विद्युत धारा के अंश का मान

$$I_e = I\left(\frac{\pi r^2}{\pi a^2}\right) = \frac{Ir^2}{a^2}$$

ऐम्पियर के नियम का उपयोग करने पर $B(2\pi r) = \mu_0 \dfrac{I r^2}{a^2}$

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\right) r \qquad [4.15(b)]$$

$$B \propto r \qquad (r < a)$$



चित्र 4.14

उदाहरण 4.7

© NCERT not to be republished

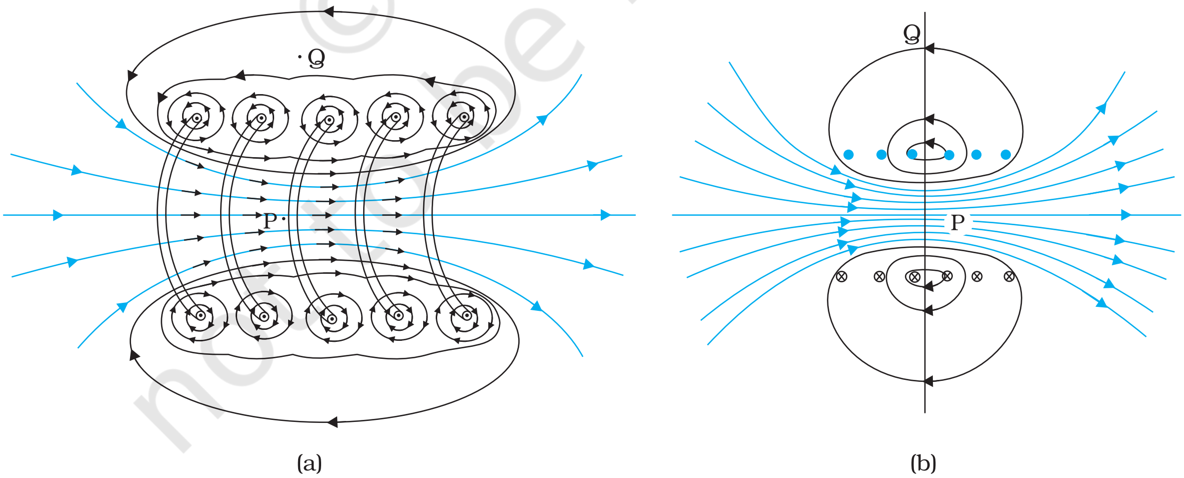
चित्र (4.14) में **B** के परिमाण तथा तार के केंद्र से दूरी r के बीच ग्राफ दर्शाया गया है। चुंबकीय क्षेत्र की दिशा अपने-अपने वृत्ताकार पाशों (1 अथवा 2) के स्पर्शरेखीय है तथा यह इसी अनुभाग में पहले वर्णन किए जा चुके दक्षिण हस्त नियम से निर्धारित की गई है। इस उदाहरण में आवश्यक सममिति विद्यमान है इसलिए इसी पर ऐम्पियर का नियम आसानी से लागू किया जा सकता है।

उदाहरण 4.7

यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि जबकि ऐम्पियर के परिपथीय नियम को किसी भी पाश पर लागू किया जा सकता है परंतु यह हर प्रकरण में चुंबकीय क्षेत्र का मूल्यांकन सदैव ही आसान नहीं बनाता। उदाहरण के लिए, अनुभाग 4.5 में वर्णन किए गए वृत्ताकार पाश के प्रकरण में, इसे सरल व्यंजक $B = \mu_0 I/2R$ [समीकरण (4.12)] को, जोकि पाश के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र के लिए है, प्राप्त करने के लिए लागू नहीं किया जा सकता। तथापि ऐसी बहुत सी परिस्थितियाँ हैं जिनमें उच्च सममिति होती है तथा इस नियम को सुविधापूर्वक लागू किया जा सकता है। अगले अनुभाग में हम इसका उपयोग दो सामान्यत: उपयोग होने वाले अत्यंत उपयोगी चुंबकीय निकायों–*परिनालिका* एवं *टोरॉइड* द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्रों को परिकलित करने में करेंगे।

4.7 परिनालिका

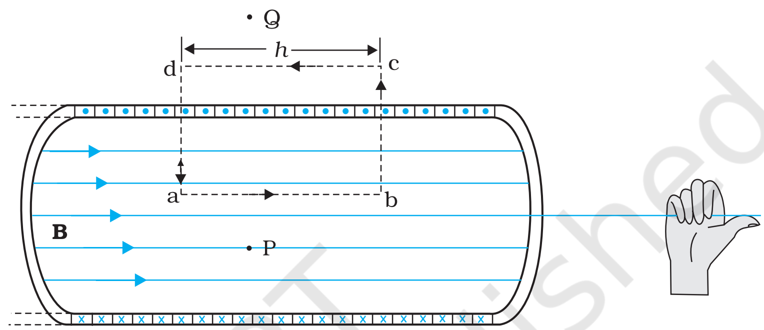
हम यहाँ एक लंबी परिनालिका के विषय में चर्चा करेंगे। लंबी परिनालिका से हमारा तात्पर्य यह है कि परिनालिका की लंबाई उसकी त्रिज्या की तुलना में अधिक है। परिनालिका में एक लंबा तार सर्पिल के आकार में लिपटा होता है जिसमें प्रत्येक फेरा अपने निकट के फेरे के साथ काफ़ी सटा होता है। इस प्रकार फेरे को एक वृत्ताकार पाश माना जा सकता है। किसी परिनालिका के सभी फेरों के कारण उत्पन्न कुल चुंबकीय क्षेत्र प्रत्येक फेरे के चुंबकीय क्षेत्रों का सदिश योग होता है। परिनालिका पर लपेटने के लिए इनैमलित तारों का उपयोग किया जाता है ताकि फेरे एक दूसरे से विद्युतरोधी रहें।



चित्र 4.15 (a) परिनालिका के किसी भाग जिसे स्पष्टता की दृष्टि से बाहर खींचा दर्शाया गया है, के कारण चुंबकीय क्षेत्र। केवल बाह्य अर्धवृत्ताकार भाग दर्शाया गया है। ध्यान से देखिए, किस प्रकार पास-पास स्थित फेरों के बीच चुंबकीय क्षेत्र एक दूसरे को निरसित कर देते हैं। (b) किसी परिमित परिनालिका का चुंबकीय क्षेत्र।

चित्र 4.15 में किसी परिमित परिनालिका का चुंबकीय क्षेत्र दर्शाया गया है। चित्र 4.15 (a) में हमने इस परिनालिका के एक खंड को विस्तारित करके दिखाया है। चित्र 4.15 (b) में वृत्ताकार पाश से यह स्पष्ट है कि दो पास-पास के फेरों के बीच चुंबकीय क्षेत्र नष्ट हो जाता है। चित्र 4.15 (b)

में हम यह देखते हैं कि अन्त:भाग के मध्य बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र एकसमान, प्रबल तथा परिनालिका के अक्ष के अनुदिश है। बाह्य भाग के मध्य बिंदु Q पर चुंबकीय क्षेत्र दुर्बल है और साथ ही यह परिनालिका के अक्ष के अनुदिश है तथा इसका लंबवत अथवा अभिलंबवत कोई घटक भी नहीं है। जैसे-जैसे परिनालिका की लंबाई में वृद्धि होती है वह लंबी बेलनाकार धातु के पटल जैसी दिखाई देने लगती है। चित्र 4.16 में यह आदर्शीकृत चित्रण निरूपित किया गया है। परिनालिका के बाहर चुंबकीय क्षेत्र शून्य होने लगता है। परिनालिका के भीतर हर बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र अक्ष के समांतर होता है।



चित्र 4.16 अत्यधिक लंबी परिनालिका का चुंबकीय क्षेत्र। चुंबकीय क्षेत्र को निर्धारित करने के लिए हम एक आयताकार ऐम्पियर-पाश *a, b, c, d* पर विचार करते हैं।

किसी आयताकार ऐम्पियर-पाश abcd पर विचार करिए। जैसा कि ऊपर तर्क दिया जा चुका है cd के अनुदिश क्षेत्र शून्य है। अनुप्रस्थ खंडों bc तथा ad के अनुदिश चुंबकीय क्षेत्र का घटक शून्य है। इस प्रकार ये दोनों खंड चुंबकीय क्षेत्र में कोई योगदान नहीं देते। मान लीजिए ab के अनुदिश चुंबकीय क्षेत्र B है, इस प्रकार, ऐम्पियर-पाश की प्रासंगिक लंबाई $L = h$ ।

मान लीजिए प्रति एकांक लंबाई फेरों की संख्या n है, तब फेरों की कुल संख्या nh है। इस प्रकार परिबद्ध विद्युत धारा है $I_e = I\,(n\,h)$, यहाँ I परिनालिका में प्रवाहित विद्युत धारा है। ऐम्पियर के परिपथीय नियम के अनुसार [समीकरण 4.13 (b) से]

$$BL = \mu_0 I_e, \quad B\,h = \mu_0 I\,(n\,h)$$

$$B = \mu_0\, n\, I \tag{4.16}$$

क्षेत्र की दिशा दक्षिण हस्त नियम से प्राप्त होती है। परिनालिका का सामान्यत: उपयोग एकसमान चुंबकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए किया जाता है। अगले अध्याय में हम यह देखेंगे कि परिनालिका में भीतर नर्म लौह क्रोड रखकर विशाल चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करना संभव है।

उदाहरण 4.8 कोई परिनालिका जिसकी लंबाई 0.5 m तथा त्रिज्या 1 cm है, में 500 फेरे हैं। इसमें 5 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। परिनालिका के भीतर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

हल प्रति एकांक लंबाई फेरों की संख्या

$$n = \frac{500}{0.5} = 1000 \quad \text{फेरे प्रति मीटर}$$

लंबाई l = 0.5 m तथा त्रिज्या r = 0.01 m। इस प्रकार, $l/a = 50$ अर्थात $l >> a$

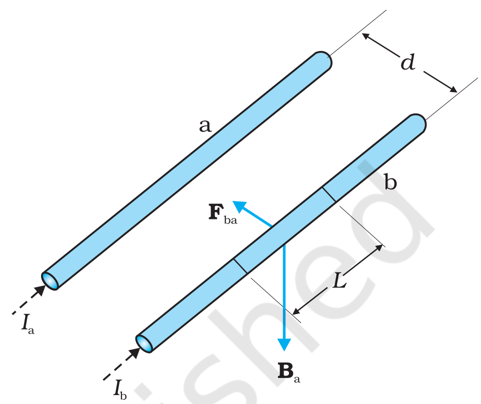
अत: हम *लंबी* परिनालिका का सूत्र [समीकरण (4.20)] का उपयोग कर सकते हैं

$$B = \mu_0 n\, I$$
$$= 4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 5$$
$$= 6.28 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

उदाहरण 4.8

4.8 दो समांतर विद्युत धाराओं के बीच बल–ऐम्पियर

हम यह सीख चुके हैं कि किसी विद्युत धारावाही चालक के कारण चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है तो बायो-सावर्ट नियम का पालन करता है। साथ ही हमने यह भी सीखा है कि विद्युत धारावाही चालक पर बाह्य चुंबकीय क्षेत्र बल आरोपित करता है। यह लोरेंज बल सूत्र का अनुगमन करता है। अत: यह आशा करना तर्कसंगत है कि एक-दूसरे के पास स्थित दो विद्युत धारावाही चालक एक दूसरे पर (चुंबकीय) बल आरोपित करेंगे। सन् 1820-25 की अवधि में ऐम्पियर ने इस चुंबकीय बल की प्रकृति, इसकी विद्युत धारा के परिमाण, चालक की आकृति तथा आमाप पर निर्भरता के साथ इन चालकों के बीच की दूरी पर निर्भरता का अध्ययन किया। इस अनुभाग में हम दो समांतर विद्युत धारावाही चालकों के सरल उदाहरण पर ही चर्चा करेंगे जो कदाचित ऐम्पियर के श्रम साध्य कार्यों के प्रति आभार प्रकट करने में हमारी सहायता करेंगे।



चित्र 4.17 दो लंबे सीधे, समांतर चालक जिनमें अपरिवर्ती धारा i_a एवं i_b प्रवाहित हो रही है और जो एक-दूसरे से d दूरी पर रखे हैं। चालक *'a'* के कारण चालक *'b'* पर उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_a$ है।

चित्र 4.17 में दो लंबे समांतर चालक a तथा b दर्शाए गए हैं जिनके बीच पृथकन d है तथा जिनसे (समांतर) क्रमश: I_a तथा I_b विद्युत धाराएँ प्रवाहित हो रही हैं। चालक 'a' चालक 'b' के अनुदिश प्रत्येक बिंदु पर समान चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_a$ लगा रहा है। तब दक्षिण हस्त नियम के अनुसार इस चुंबकीय क्षेत्र की दिशा अधोमुखी (जब चालक क्षैतिजत: रखे होते हैं) है। ऐम्पियर के परिपथीय नियम अथवा [समीकरण [4.15 (a)] के अनुसार इस चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

चालक 'b' जिससे विद्युत धारा I_b प्रवाहित हो रही है $\mathbf{B}_a$ के कारण पार्श्वत: एक बल का अनुमान करता है। इस बल की दिशा चालक 'a' की ओर होती है। (आप इसकी पुष्टि स्वयं कर सकते हैं) हम इस बल को $\mathbf{F}_{ba}$ द्वारा नामांकित करते हैं, जोकि 'a' के कारण 'b' के खंड $\mathbf{L}$ पर लगा बल है। समीकरण (4.4) से इस बल का परिमाण

$$F_{ba} = I_b L B_a$$

$$= \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} L \qquad (4.17)$$

वास्तव में 'b' के कारण 'a' पर बल को परिकलित करना संभव है। जिस प्रकार हमने ऊपर विचार किया था उसी प्रकार के विचारों के द्वारा हम 'b' में प्रवाहित विद्युत धारा के कारण 'a' के खंड L पर बल $\mathbf{F}_{ab}$ के बराबर तथा 'b' की ओर निर्दिष्ट ज्ञात कर सकते हैं। यह परिमाण में $\mathbf{F}_{ba}$ के बराबर तथा 'b' की ओर निर्दिष्ट होता है। इस प्रकार

$$\mathbf{F}_{ba} = -\mathbf{F}_{ab} \qquad (4.18)$$

2024-25

© NCERT not to be republished

ध्यान दीजिए, यह न्यूटन के तीसरे गति के नियम के अनुरूप है। इस प्रकार हमने समांतर चालकों तथा अपरिवर्ती विद्युत धाराओं के लिए यह तो दर्शा ही दिया है कि बायो-सावर्ट नियम तथा लोरेंज बल द्वारा प्राप्त परिणाम न्यूटन के गति के तीसरे नियम के अनुरूप है।*

हमने ऊपर प्राप्त परिणामों से यह पाया कि समान दिशा में प्रवाहित होने वाली विद्युत धाराएँ एक दूसरे को आकर्षित करती हैं। हम यह भी दर्शा सकते हैं कि विपरीत दिशाओं में प्रवाहित होने वाली विद्युत धाराएँ एक दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं। इस प्रकार

समांतर धाराएँ आकर्षित तथा प्रतिसमांतर धाराएँ प्रतिकर्षित करती हैं।

यह नियम उस नियम के विपरीत है जिसका हमने स्थिरवैद्युतिकी में अध्ययन किया था– "सजातीय आवेशों में प्रतिकर्षण तथा विजातीय आवेशों में आकर्षण होता है।" परंतु सजातीय (समांतर) धाराएँ एक दूसरे को आकर्षित करती हैं।

मान लीजिए f_{ba} बल $\mathbf{F}_{ba}$ के प्रति एकांक लंबाई पर आरोपित बल के परिमाण को निरूपित करता है। तब समीकरण (4.17) से,

$$f_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} \qquad (4.19)$$

उपरोक्त व्यंजक का उपयोग विद्युत धारा के मात्रक ऐम्पियर (A) की परिभाषा को प्राप्त करने में किया जा सकता है। यह सात SI मूल मात्रकों में से एक है।

एक ऐम्पियर वह अपरिवर्ती विद्युत धारा है जो दो लंबे, सीधे उपेक्षणीय अनुप्रस्थ काट के निर्वात में एक दूसरे से 1m दूरी पर स्थित समांतर चालकों में प्रवाहित हो, तो इनमें से प्रत्येक चालक की प्रति मीटर लंबाई पर 2×10^{-7}N का बल उत्पन्न होता है।

'ऐम्पियर' की यह परिभाषा सन् 1946 में अपनायी गई थी। यह एक सैद्धांतिक परिभाषा है। व्यवहार में हमें पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव को विलुप्त करना चाहिए तथा बहुत लंबे तारों के स्थान पर उचित ज्यामिति की बहुफेरों की कुंडलियाँ लेनी चाहिए। एक उपकरण, जिसे 'धारा तुला' कहते हैं, का उपयोग इस यांत्रिक बल की माप के लिए किया जाता है।

आवेश के SI मात्रक, अर्थात कूलॉम को अब हम ऐम्पियर के पदों में परिभाषित कर सकते हैं।

जब किसी चालक में 1A की अपरिवर्ती विद्युत धारा प्रवाहित होती है तो उसकी अनुप्रस्थ काट से एक सेकंड में प्रवाहित आवेश की मात्रा एक कूलॉम (1C) होती है।

उदाहरण 4.9

उदाहरण 4.9 किसी निर्धारित स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक 3.0×10^{-5} T है, तथा इस क्षेत्र की दिशा भौगोलिक दक्षिण से भौगोलिक उत्तर की ओर है। किसी अत्यधिक लंबे सीधे चालक से 1A की अपरिवर्ती धारा प्रवाहित हो रही है। जब यह तार किसी क्षैतिज मेज़ पर रखा है तथा विद्युत धारा के प्रवाह की दिशाएँ (a) पूर्व से पश्चिम की ओर; (b) दक्षिण से उत्तर की ओर हैं तो तार की प्रत्येक एकांक लंबाई पर बल कितना है?

हल $\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

$F = IlB \sin\theta$

प्रति एकांक लंबाई पर बल

$f = F/l = I\,B \sin\theta$

---

* इससे यह अर्थ निकलता है कि जब हमारे पास समय निर्भर विद्युत धाराएँ/अथवा गतिशील आवेश होती हैं तब आवेशों/चालकों के बीच बलों के लिए न्यूटन का तीसरा नियम लागू नहीं होता। न्यूटन के तीसरे नियम का आवश्यक परिणाम यांत्रिकी में किसी वियुक्त निकाय के संवेग का संरक्षण है। तथापि यह विद्युत चुंबकीय क्षेत्रों के साथ समय निर्भर स्थितियों के प्रकरण पर लागू होती है, परंतु इस शर्त के साथ कि क्षेत्रों द्वारा वहन संवेग को भी सम्मिलित किया जाए।

2024-25

© NCERT not to be republished

(a) जब विद्युत धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित होती है, तब

$\theta = 90°$

अत:

$f = I\,B$

$= 1 \times 3 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-5}$ N m^{-1}

यह ऐम्पियर की परिभाषा में वर्णित बल के मान 2×10^{-7} Nm^{-1} से बड़ा है। अत: ऐम्पियर का मानकीकरण करने के लिए पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र तथा अन्य भूले-भटके क्षेत्रों के प्रभावों को समाप्त करना महत्वपूर्ण है। बल की दिशा अधोमुखी है।

इस दिशा को 'सदिशों के सदिश गुणनफल' के दैशिक गुण के द्वारा प्राप्त किया जा सकता है।

(b) जब विद्युत धारा के प्रवाह की दिशा दक्षिण से उत्तर की ओर है, तो

$\theta = 0°$

$f = 0$

अत: चालक पर कोई बल कार्य नहीं करता।

उदाहरण 4.9

4.9 विद्युत धारा पाश पर बल आघूर्ण, चुंबकीय द्विध्रुव

4.9.1 एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में आयताकार विद्युत धारा पाश पर बल आघूर्ण

अब हम आपको यह दिखाएँगे कि एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में स्थित कोई आयताकार पाश जिससे अपरिवर्ती विद्युत धारा *I* प्रवाहित हो रही है, एक बल आघूर्ण का अनुभव करता है। इस पर कोई नेट बल आरोपित नहीं होता। यह व्यवहार उस द्विध्रुव के व्यवहार के समरूपी है जो यह एकसमान विद्युत क्षेत्र में दर्शाता है (अनुभाग 1.11 देखिए)।

पहले हम उस सरल प्रकरण पर विचार करते हैं जिसमें आयताकार पाश इस प्रकार स्थित है कि एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** पाश के तल में है। इसे चित्र 4.18 (a) में दर्शाया गया है।

चुंबकीय क्षेत्र पाश की दो भुजाओं AD तथा BC पर कोई बल आरोपित नहीं करता। यह पाश की भुजा AB के लंबवत है तथा इस पर बल $\mathbf{F}_1$ आरोपित करता है जिसकी दिशा पाश के तल में भीतर की ओर है। इस बल का परिमाण है :

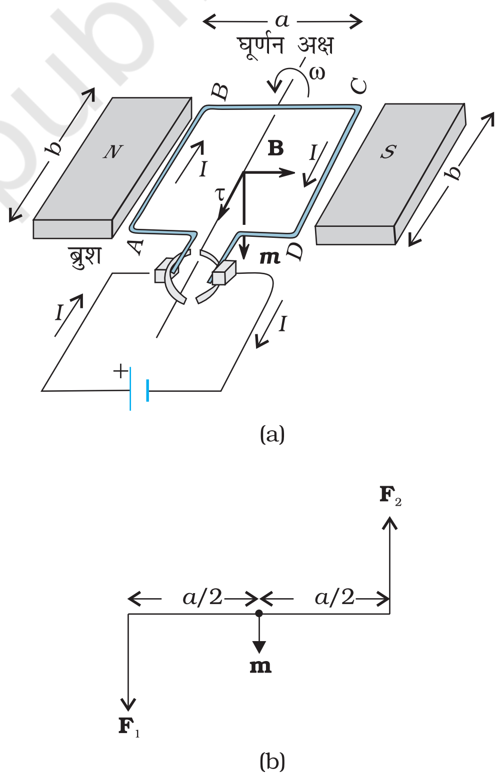
$F_1 = I\,b\,B$

इसी प्रकार, चुंबकीय क्षेत्र भुजा CD पर एक बल $\mathbf{F}_2$ आरोपित करता है जो पाश के तल के बाहर की ओर है। इस बल का परिमाण है :

$F_2 = I\,b\,B = F_1$

इसी प्रकार पाश पर आरोपित *नेट बल शून्य* है। बलों $\mathbf{F}_1$ तथा $\mathbf{F}_2$ के युगल के कारण पाश पर एक बल आघूर्ण कार्य करता है। चित्र 4.18 (b) में AD सिरे से पाश का एक दृश्य दिखाया गया है। यह स्पष्ट करता है कि यह बल आघूर्ण पाश में वामावर्त घूर्णन की प्रवृत्ति उत्पन्न करता है। इस बल आघूर्ण का परिमाण है :

$$\tau = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2}$$



चित्र 4.18 (a) एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में स्थित कोई विद्युत धारावाही आयताकार कुंडली। चुंबकीय आघूर्ण ***m*** अधोमुखी संकेत करता है। बल आघूर्ण **τ** अक्ष के अनुदिश है तथा इसकी प्रवृत्ति कुंडली को वामावर्त घूर्णन कराने की है। (b) कुंडली पर बल युग्म कार्य करते हुए।

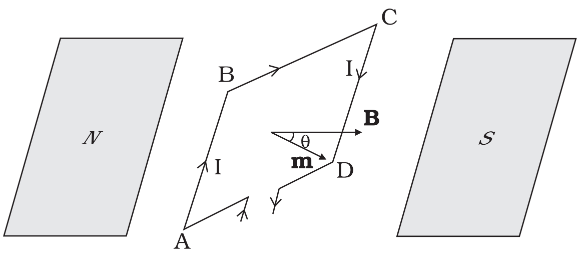
© NCERT not to be republished

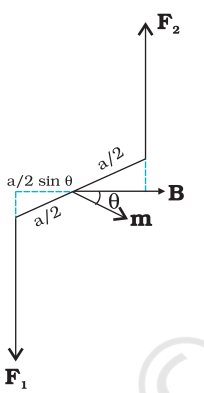
$$= IbB\frac{a}{2} + IbB\frac{a}{2} = I(ab)B$$

$$= I\,A\,B \qquad (4.20)$$

यहाँ $A = ab$ आयत का क्षेत्रफल है।

अब हम आगे उस प्रकरण पर विचार करेंगे जिसमें पाश का तल चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश नहीं है, परंतु इनके बीच कोई कोण बनता है। हम चुंबकीय क्षेत्र B तथा कुंडली पर अभिलंब के बीच का कोण θ लेते हैं (पहला प्रकरण $\theta = \pi/2$ के तदनुरूपी है)। चित्र 4.19 में यह व्यापक प्रकरण दर्शाया गया है।





चित्र 4.19 (a) पाश ABCD का क्षेत्र सदिश चुंबकीय क्षेत्र से कोई यादृच्छिक कोण θ बनाता है। (b) पाश का ऊपरी दृश्य। भुजाओं AB तथा CD पर कार्यरत बल $\mathbf{F_1}$ तथा $\mathbf{F_2}$ दर्शाए गए हैं।

भुजाओं BC तथा DA पर कार्यरत बल परिमाण में समान दिशा में विपरीत तथा कुंडली के अक्ष के अनुदिश कार्य करते हैं। ये बल BC तथा DA के संहति केंद्रों को संयोजित करते हैं। अक्ष के अनुदिश संरेखित होने के कारण ये एक दूसरे को निरस्त करते हैं, परिणामस्वरूप कोई नेट बल अथवा बल आघूर्ण नहीं है। भुजाओं AB तथा CD पर कार्यरत बल $\mathbf{F_1}$ तथा $\mathbf{F_2}$ हैं। ये भी परिमाण सहित समान एवं विपरीत हैं।

$$F_1 = F_2 = I\,b\,B$$

परंतु ये संरेख नहीं हैं। इसके परिणामस्वरूप पहले की तरह एक बल युग्म उत्पन्न होता है। तथापि, पिछले प्रकरण जिसमें पाश का तल चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश था, की तुलना में बल आघूर्ण का परिमाण अब कम है। इसका कारण यह है कि बलयुग्म बनाने वाले बलों के बीच की लंबवत दूरी कम हो गई है। चित्र 4.19(b) में सिरे AD से इस व्यवस्था का दृश्य दिखाया गया है। इसमें यह दर्शाया गया है कि ये दो बल एक बलयुग्म बनाते हैं। पाश पर बल आघूर्ण का परिमाण है :

$$\tau = F_1\frac{a}{2}\sin\theta + F_2\frac{a}{2}\sin\theta$$

$$= I\,ab\,B\sin\theta$$

$$= I\,A\,B\sin\theta \qquad (4.21)$$

जैसे-जैसे $\theta \to 0$, बलयुग्म के बलों के बीच लंबवत दूरी भी शून्य की ओर बढ़ती है। इससे बल संरेख बन जाते हैं तथा नेट बल तथा बल आघूर्ण शून्य हो जाते हैं। समीकरणों (4.20) तथा (4.21) के बल आघूर्णों को कुंडली के चुंबकीय आघूर्ण तथा चुंबकीय क्षेत्र के सदिश गुणनफल के रूप में व्यक्त कर सकते हैं। विद्युत धारा पाश के *चुंबकीय आघूर्ण* को हम इस प्रकार परिभाषित करते हैं

$$\mathbf{m} = I\,\mathbf{A} \qquad (4.22)$$

यहाँ क्षेत्र सदिश $\mathbf{A}$ की दिशा दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम के अनुसार कागज़ के तल के भीतर की ओर निर्दिष्ट है (चित्र 4.18 देखिए) चूँकि $\mathbf{m}$ तथा $\mathbf{B}$ के बीच का कोण θ है, समीकरणों (4.20) तथा (4.21) को केवल एक व्यंजक द्वारा व्यक्त किया जा सकता है

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \qquad (4.23)$$

यह स्थिरवैद्युतिकी के प्रकरण के सदृश है। [विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ में द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{p}_e$ का वैद्युत द्विध्रुव]

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}_e \times \mathbf{E}$$

जैसा कि समीकरण (4.22) से स्पष्ट है, चुंबकीय क्षेत्र की विमाएँ [AL^2] हैं तथा इसका मात्रक Am^2 है।

समीकरण (4.23) से स्पष्ट है कि जब **m** चुंबकीय क्षेत्र **B** के समांतर अथवा प्रतिसमांतर होता है तो बल आघूर्ण **τ** विलुप्त हो जाता है। जब कुंडली पर बल आघूर्ण नहीं होता तो यह साम्यावस्था की ओर इंगित करता है (यह चुंबकीय आघूर्ण **m** की किसी वस्तु पर भी लागू होता है)। जब **m** तथा **B** समांतर होते हैं तो साम्यावस्था स्थायी होती है। कुंडली में कोई भी घूर्णन होने पर बल आघूर्ण उत्पन्न होता है जो कुंडली को वापस उसकी मूल स्थिति में ला देता है। जब ये प्रतिसमांतर होते हैं तो साम्यावस्था अस्थायी होती है क्योंकि कुंडली में कोई घूर्णन होने पर एक बल आघूर्ण उत्पन्न होता है जो इस घूर्णन में वृद्धि कर देता है। इस बल आघूर्ण की उपस्थिति के कारण ही लघु चुंबक अथवा कोई चुंबकीय द्विध्रुव बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के साथ स्वयं को संरेखित कर लेता है।

यदि पाश में पास-पास सटे हुए N फेरे हैं तो बल आघूर्ण के लिए व्यंजक, समीकरण (4.23) अब भी लागू होता है। तब यह व्यंजक इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$\mathbf{m} = N\,I\,\mathbf{A} \qquad (4.24)$$

उदाहरण 4.10 10 cm त्रिज्या की किसी कुंडली जिसमें पास-पास सटे 100 फेरे हैं, में 3.2 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। (a) कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र कितना है? (b) इस कुंडली का चुंबकीय आघूर्ण क्या है?

यह कुंडली ऊर्ध्वाधर तल में रखी है तथा किसी क्षैतिज अक्ष जो उसके व्यास से संरेखित है, के परित: घूर्णन करने के लिए स्वतंत्र है। एक 2T का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र क्षैतिज दिशा में है जो इस प्रकार है कि आरंभ में कुंडली का अक्ष चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में है। चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव में कुंडली 90º के कोण पर घूर्णन कर जाती है। (c) आरंभिक तथा अंतिम स्थिति में कुंडली पर बल आघूर्ण के परिमाण क्या हैं? (d) 90º पर घूर्णन करने के पश्चात कुंडली द्वारा अर्जित कोणीय चाल कितनी है? कुंडली का जड़त्व आघूर्ण 0.1 kg m^2 है।

हल

(a) समीकरण (4.12) से

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

यहाँ, N = 100; I = 3.2 A, तथा R = 0.1 m इसलिए

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 3.2}{2 \times 10^{-1}} = \frac{4 \times 10^{-5} \times 10}{2 \times 10^{-1}} \quad (\pi \times 3.2 = 10 \text{ का उपयोग करने पर})$$

$$= 2 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

B की दिशा दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम द्वारा प्राप्त होती है।

(b) समीकरण (4.24) से चुंबकीय आघूर्ण

$m = N\,I\,A = N\,I\,\pi\,r^2 = 100 \times 3.2 \times 3.14 \times 10^{-2} = 10\ \text{A m}^2$

इस बार फिर दिशा दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम द्वारा प्राप्त होती है।

(c) $\tau = |\mathbf{m} \times \mathbf{B}|$ [समीकरण (4.23) से]

$= m B \sin\theta$

आरंभ में $\theta = 0$, इस प्रकार आरंभिक बल आघूर्ण $\tau_i = 0$, अंत में $\theta = \pi/2$ (अथवा 90º) इस प्रकार अंतिम बल आघूर्ण $\tau_f = m\,B = 10 \times 2 = 20$ N m

उदाहरण 4.10

(d) न्यूटन के द्वितीय नियम से

$$\mathcal{I}\frac{d\omega}{dt} = m\sin\theta$$

यहाँ $\mathcal{I}$ कुंडली का जड़त्व आघूर्ण है। शृंखला नियम के अनुसार

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{dt}\omega$$

इसका उपयोग करने पर,

$$\mathcal{I}\ \omega d\omega = m\,B\sin\theta d\theta$$

$\theta = 0$ से $\theta = \pi/2$ तक समाकलन करने पर,

$$\mathcal{I}\int_0^{\omega_f}\omega\, d\omega = m\,B\int_0^{\pi/2}\sin\theta\, d\theta$$

$$\mathcal{I}\frac{\omega_f^2}{2} = -m\,B\cos\theta\,\Big|_0^{\pi/2} = m\,B$$

$$\omega_f = \left(\frac{2m\,B}{\mathcal{I}}\right)^{1/2} = \left(\frac{2\times 20}{10^{-1}}\right)^{1/2} = 20\ s^{-1}$$

उदाहरण 4.10

उदाहरण 4.11

(a) किसी चिकने क्षैतिज तल पर कोई विद्युत धारावाही वृत्ताकार पाश रखा है। क्या इस पाश के चारों ओर ऐसा चुंबकीय क्षेत्र स्थापित किया जा सकता है कि यह पाश अपने अक्ष के चारों ओर स्वयं चक्कर लगाए (अर्थात ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों ओर)।

(b) कोई विद्युत वाही वृत्ताकार पाश किसी एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में स्थित है। यदि यह पाश घूमने के लिए स्वतंत्र है, तो इसके स्थायी संतुलन का दिक्विन्यास क्या होगा। यह दर्शाइए कि इसमें कुल क्षेत्र (बाह्य क्षेत्र + पाश द्वारा उत्पन्न क्षेत्र) का फ्लक्स अधिकतम होगा।

(c) अनियमित आकृति का कोई विद्युत धारावाही पाश किसी बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में स्थित है। यदि तार लचीला है तो यह वृत्ताकार आकृति क्यों ग्रहण कर लेता है?

हल

(a) नहीं, क्योंकि इसके लिए ऊर्ध्वाधर दिशा में बल आघूर्ण $\boldsymbol{\tau}$ की आवश्यकता होगी। परंतु $\boldsymbol{\tau} = I\,\mathbf{A}\times\mathbf{B}$, और चूँकि क्षैतिज पाश का क्षेत्रफल सदिश $\mathbf{A}$ ऊर्ध्वाधर दिशा में है, τ को $\mathbf{B}$ के किसी मान के लिए पाश के तल में होना चाहिए।

(b) स्थायी संतुलन वाला दिक्विन्यास वह है जिसमें पाश का क्षेत्रफल सदिश $\mathbf{A}$ बाह्य चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में होता है। इस दिक्विन्यास में पाश द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र बाह्य क्षेत्र की दिशा में ही है। इस प्रकार, दोनों क्षेत्र पाश के तल के लंबवत होने के कारण कुल क्षेत्र का अधिकतम फ्लक्स प्रदान करते हैं।

(c) यह क्षेत्र के लंबवत तल में वृत्ताकार पाश का रूप इसलिए ग्रहण कर लेता है ताकि इससे होकर अधिकतम फ्लक्स प्रवाहित हो सके। क्योंकि किसी दी गई परिमिति के लिए वृत्त का क्षेत्रफल किसी भी अन्य आकृति की तुलना में अधिकतम होता है।

उदाहरण 4.11

4.9.2 वृत्ताकार विद्युत धारा पाश चुंबकीय द्विध्रुव

इस अनुभाग में हम मौलिक चुंबकीय तत्व के रूप में किसी विद्युत धारा पाश के विषय में विचार करेंगे। हम यह दर्शाएँगे कि वृत्ताकार विद्युत धारा पाश के कारण चुंबकीय क्षेत्र (अधिक दूरियों पर)

© NCERT not to be republished

व्यवहार में वैद्युत द्विध्रुव के विद्युत क्षेत्र से बहुत कुछ समान होता है। अनुभाग 4.5 में हमने R त्रिज्या के वृत्ताकार पाश जिससे अपरिवर्ती विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है, के कारण पाश के अक्ष चुंबकीय क्षेत्र का मूल्यांकन किया था। इस चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण [समीकरण (4.11)],

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

तथा इसकी दिशा अक्ष के अनुदिश थी जिसे दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम द्वारा प्राप्त किया गया था (चित्र 4.10)। यहाँ पर x पाश के केंद्र से उसके अक्ष के अनुदिश दूरी है। यदि $x >> R$ है, तो हम उपरोक्त व्यंजक के हर से R^2 की उपेक्षा कर सकते हैं। इस प्रकार

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

ध्यान दीजिए, पाश का क्षेत्रफल $A = \pi R^2$, इस प्रकार

$$B = \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}$$

जैसा कि पहले हमने चुंबकीय आघूर्ण $\mathbf{m}$ के परिमाण की परिभाषा $\mathbf{m} = I\,\mathbf{A}$ के रूप में की थी

$$\mathbf{B} \quad \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi x^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{m}}{x^3} \qquad [4.25(a)]$$

समीकरण [4.25(a)] का यह व्यंजक किसी स्थिरवैद्युत द्विध्रुव के विद्युत क्षेत्र के लिए पहले प्राप्त किए जा चुके व्यंजक से काफ़ी मेल खाता है। इस समानता को देखने के लिए हम प्रतिस्थापित करते हैं

$\mu_0 \rightarrow 1/\varepsilon_0$

$\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{p}_e$ (स्थिरवैद्युत द्विध्रुव)

$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{E}$ (स्थिरवैद्युतीय क्षेत्र)

तब हमें प्राप्त होता है,

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

जो कि यथार्थ रूप से किसी वैद्युत द्विध्रुव का उसके अक्ष पर विद्युत क्षेत्र है। इसके विषय में हमने अध्याय 1 अनुभाग 1.9 [समीकरण (1.20)] में अध्ययन किया था।

यह दर्शाया जा सकता है कि उपरोक्त सदृशता को आगे भी ले जाया जा सकता है। हमने यह पाया था कि द्विध्रुव के लंबवत द्विविभाजक पर विद्युत क्षेत्र [समीकरण (1.21) देखिए]

$$\mathbf{E} \approx \frac{\mathbf{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

यहाँ x द्विध्रुव से दूरी है। यदि हम उपरोक्त संबंध में $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}$ तथा $\mu_0 \rightarrow 1/\varepsilon_0$ से प्रतिस्थापित करें, तो हमें *पाश के तल में किसी बिंदु* जिसकी केंद्र से दूरी x है, के लिए $\mathbf{B}$ के परिणाम प्राप्त हो सकते हैं। $x >> R$ के लिए

$$\mathbf{B} \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{m}}{x^3}; \qquad x >> R \qquad [4.25(b)]$$

© NCERT not to be republished

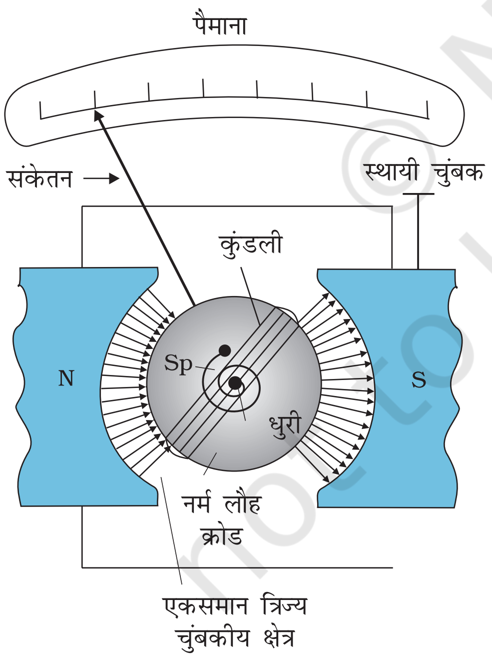
किसी *बिंदु* चुंबकीय द्विध्रुव के लिए समीकरणों [4.25(a)] तथा [4.25(b)] द्वारा दिए गए परिणाम यथार्थ बन जाते हैं।

उपरोक्त परिणाम किसी भी समतल पाश पर लागू होते दर्शाए जा सकते हैं। समतल विद्युत धारा पाश किसी अक्ष चुंबकीय द्विध्रुव के तुल्य होता है जिसका चुंबकीय आघूर्ण $\mathbf{m} = I\,\mathbf{A}$ है जो कि वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{p}$ के सदृश है। ध्यान दीजिए, इतना होते हुए भी एक मूल अंतर यह है कि कोई वैद्युत द्विध्रुव दो मूल इकाइयों – आवेशों (अथवा विद्युत एकध्रुवों) से मिलकर बनता है। जबकि चुंबकत्व में कोई चुंबकीय द्विध्रुव (अथवा विद्युत धारा पाश) एक अत्यंत मूल तत्व है। चुंबकत्व में विद्युत आवेशों के समतुल्य अर्थात चुंबकीय एकध्रुवों, का अस्तित्व अब तक अज्ञात है।

हमने यह दर्शाया कि कोई विद्युत धारा पाश (i) चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है (चित्र 4.10 देखिए) तथा अधिक दूरियों पर एक चुंबकीय द्विध्रुव की तरह व्यवहार करता है तथा (ii) पर एक बल आघूर्ण कार्य करता है जैसे चुंबकीय सुई। इसके आधार पर ऐम्पियर ने यह सुझाव दिया था कि समस्त चुंबकत्व प्रवाहित विद्युत धाराओं के कारण है। यह आंशिक रूप से सत्य प्रतीत होता है तथा अब तक कोई भी चुंबकीय एकध्रुव नहीं देखा जा सका है। तथापि मूल कण जैसे इलेक्ट्रॉन अथवा प्रोटॉन के भी नैज चुंबकीय आघूर्ण हैं जो प्रवाहित विद्युत धाराओं के कारण नहीं हैं।

4.10 चल कुंडली गैल्वेनोमीटर

अध्याय 3 के अंतर्गत विद्युत परिपथों में प्रवाहित धाराओं तथा वोल्टताओं के विषय में विस्तार से चर्चा की जा चुकी है। परंतु हम इन्हें किस प्रकार मापते हैं। हम यह कैसे कहते हैं कि किसी परिपथ में 1.5 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है अथवा किसी प्रतिरोधक के सिरों के बीच 1.2 V विभवांतर है। चित्र 4.20 में इसी उद्देश्य के उपयोग से किया जाने वाला उपयोगी उपकरण दर्शाया गया है जिसे *चल कुंडली गैल्वेनोमीटर* (moving coil galvanometer — MCG) कहते हैं। यह एक ऐसी युक्ति है जिसके सिद्धांत को हमारे द्वारा अनुभाग में 4.9 में की गई चर्चा के आधार पर समझा जा सकता है।



चित्र 4.20 चल कुंडली गैल्वेनोमीटर। इसके अवयवों का वर्णन पाठ में किया गया है। आवश्यकतानुसार इस उपकरण का उपयोग हम धारा का पता लगाने या धारा (ऐमीटर), या फिर वोल्टता (वोल्टमीटर) का मान ज्ञात करने के लिए करते हैं।

चल कुंडली गैल्वेनोमीटर में किसी एकसमान त्रिज्य (अरीय) चुंबकीय क्षेत्र में किसी अक्ष पर घूर्णन करने के लिए अनेक फेरों वाली एक कुंडली होती है (चित्र 4.20)। इस कुंडली के भीतर एक बेलनाकार नर्म लोह क्रोड जो केवल चुंबकीय क्षेत्र को त्रिज्य ही नहीं बनाता वरन चुंबकीय क्षेत्र की प्रबलता में भी वृद्धि कर देता है। जब इस कुंडली से कोई विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है तो इस पर एक बल आघूर्ण कार्य करता है। समीकरण (4.20) के अनुसार इस बल आघूर्ण τ का मान होता है

$$\tau = NI\,AB$$

यहाँ, भौतिक राशियों के प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। चूँकि डिज़ाइन के अनुसार चुंबकीय क्षेत्र त्रिज्य है, हमने बल आघूर्ण के लिए दिए गए उपरोक्त व्यंजक में $\sin\theta = 1$ लिया है। यह चुंबकीय बल आघूर्ण $NIAB$ कुंडली में घूर्णन की प्रवृत्ति उत्पन्न करता है जिसके फलस्वरूप कुंडली अपने अक्ष पर घूर्णन करती है। कुंडली से जुड़ी कमानी S_p में कुंडली के घूर्णन के विरोध में बल आघूर्ण $k\phi$ उत्पन्न हो जाता है जो कुंडली के बल आघूर्ण $NIAB$ को संतुलित करता है; फलस्वरूप कुंडली में ϕ कोण का स्थायी कोणीय विक्षेप आ जाता है। साम्यावस्था में

$$k\phi = NI\,AB$$

© NCERT not to be republished

यहाँ k कमानी का ऐंठन नियतांक है, अर्थात प्रति एकांक ऐंठन प्रत्यानयन बल आघूर्ण है। विक्षेप ϕ का पाठ्यांक कमानी के साथ जुड़े संकेतक द्वारा पैमाने पर लिया जा सकता है। उपरोक्त व्यंजक के अनुसार ϕ का मान है

$$\phi = \left(\frac{NAB}{k}\right)I \tag{4.26}$$

कोष्ठक की राशि का मान किसी दिए गए गैल्वेनोमीटर के लिए एक नियतांक है। गैल्वेनोमीटर का उपयोग कई प्रकार से किया जा सकता है। इसका उपयोग एक संसूचक के रूप में यह ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है कि परिपथ में कोई विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है अथवा नहीं। इस प्रकार का उपयोग हमने व्हीटस्टोन सेतु व्यवस्था में किया था। जब गैल्वेनोमीटर का उपयोग संसूचक के रूप में करते हैं तो इसका संकेतक साम्यावस्था (शून्य विक्षेप स्थिति अर्थात जब कुंडली में कोई विद्युत धारा प्रवाहित नहीं होती) पैमाने के मध्य में होता है न कि बाईं ओर जैसा कि चित्र 4.20 में दर्शाया गया है। प्रवाहित विद्युत धारा के अनुसार गैल्वेनोमीटर का संकेतक विद्युत धारा की दिशा के अनुरूप बाएँ अथवा दाएँ विक्षेपित हो जाता है।

गैल्वेनोमीटर का उपयोग इसी रूप में किसी परिपथ में प्रवाहित विद्युत धारा को मापने के लिए ऐमीटर की भाँति नहीं किया जा सकता। इसके दो कारण हैं (i) गैल्वेनोमीटर एक अत्यंत सुग्राही युक्ति है, यह μA कोटि की विद्युत धारा के लिए पूर्ण पैमाना विक्षेप देती है। (ii) विद्युत धारा को मापने के लिए गैल्वेनोमीटर को परिपथ में श्रेणीक्रम में जोड़ना होता है। क्योंकि इसका प्रतिरोध अधिक होता है जो परिपथ में प्रवाहित होने वाली विद्युत धारा के मान को परिवर्तित कर देता है। इस परेशानी को दूर करने के लिए एक अल्प-मान वाला प्रतिरोध r_s जिसे *शंट* कहते हैं, गैल्वेनोमीटर की कुंडली के पार्श्वक्रम में संयोजित किया जाता है जिससे अधिकांश विद्युत धारा इस शंट से प्रवाहित हो जाती है। इस प्रकार इस व्यवस्था का प्रतिरोध हो जाता है–

$R_G\, r_s / (R_G + r_s) \sim r_s$ यदि $R_G >> r_s$

यदि परिपथ के प्रतिरोध R_e की तुलना में r_s का मान कम है तो मापक यंत्र को परिपथ में जोड़ने का प्रभाव भी कम होगा जिसकी उपेक्षा की जा सकती है। इस व्यवस्था का एक योजना आरेख चित्र 4.21 में दिखाया गया है। इस प्रकार बने ऐमीटर के पैमाने का अंशांकन कर दिया जाता है ताकि आसानी से धारा का मान पढ़ा जा सके। ऐमीटर की सुग्राहिता की परिभाषा हम विक्षेप प्रति इकाई धारा के रूप में करते हैं। समीकरण (4.26) के अनुसार धारा सुग्राहिता है,

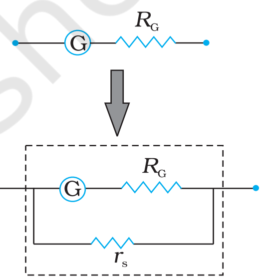
$$\frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{k} \tag{4.27}$$

किसी भी उत्पादक के लिए गैल्वेनोमीटर की सुग्राहिता में वृद्धि करने का सरल उपाय यह है कि वह कुंडली में फेरों की संख्या N में वृद्धि कर दे। हम अपने प्रयोग की आवश्यकता के अनुसार गैल्वेनोमीटर का चयन करते हैं।

धारामापी का उपयोग परिपथ के किसी अंश के सिरों के बीच विभवांतर ज्ञात करने के लिए वोल्टतामापी के रूप में भी हो सकता है। इस उद्देश्य के लिए इसको परिपथ के उस अंश के पार्श्वक्रम में लगाना होगा। और फिर, इसमें से अत्यल्प धारा प्रवाहित होनी चाहिए, अन्यथा, वोल्टता की माप मूल व्यवस्था को अत्यधिक विक्षुब्ध कर देगी। प्रायः हम मापक यंत्रों द्वारा उत्पन्न विक्षोभ को एक प्रतिशत से कम रखते हैं। माप की परिशुद्धता बनाए रखने के लिए, गैल्वेनोमीटर के श्रेणीक्रम में एक बड़ा प्रतिरोध R जोड़ा जाता है। इस व्यवस्था का योजना आरेख चित्र 4.22 में दर्शाया गया है। ध्यान दीजिए कि अब वोल्टमीटर का कुल प्रतिरोध,

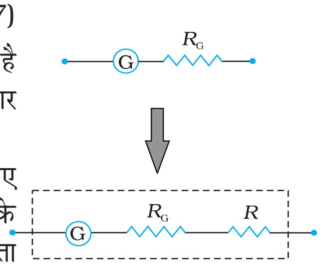
$R_G + R \quad R$: अर्थात प्रतिरोध बहुत अधिक है।

वोल्टमीटर के पैमाने को अंशांकित कर दिया जाता है ताकि आसानी से वोल्टता का मान पढ़ा जा सके। किसी वोल्टमापी की वोल्टता सुग्राहिता की परिभाषा हम विक्षेप प्रति एकांक वोल्टता से करते हैं। समीकरण (4.26) से



ऐमीटर

चित्र 4.21 एक अत्यल्प मान का शंट प्रतिरोध r_s पार्श्वक्रम में लगाकर किसी गैल्वेनोमीटर (G) को ऐमीटर (A) में रूपांतरित करना।



वोल्टमीटर

चित्र 4.22 श्रेणीक्रम में एक बड़ा प्रतिरोध R लगाकर गैल्वेनोमीटर (G) को वोल्टमीटर (V) में परिवर्तित करना।

© NCERT not to be republished

$$\frac{\phi}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right)\frac{I}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right)\frac{1}{R} \quad (4.28)$$

यहाँ एक रोचक तथ्य ध्यान देने योग्य यह है कि धारा सुग्राहिता में वृद्धि करने पर यह आवश्यक नहीं है कि वोल्टता सुग्राहिता में भी वृद्धि हो जाएगी। आइए समीकरण (4.27) पर विचार करें जो धारा सुग्राहिता का माप बताती है। यदि $N \to 2N$ अर्थात यदि फेरों की संख्या दोगुनी कर दी जाए, तो

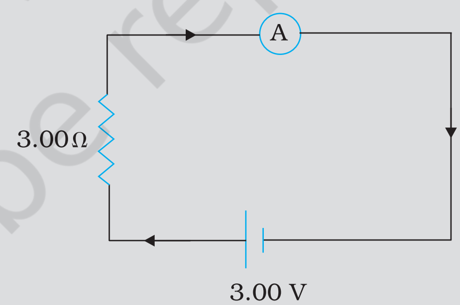
$$\frac{\phi}{I} \to 2\frac{\phi}{I}$$

अर्थात धारा सुग्राहिता भी दोगुनी हो जाती है। किंतु, गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध भी दो गुना हो जाने की संभावना है क्योंकि यह तार की लंबाई के अनुक्रमानुपाती है। समीकरण (4.28) में $N \to 2N$ एवं $R \to 2R$, अत: वोल्टता सुग्राहिता,

$$\frac{\phi}{V} \to \frac{\phi}{V}$$

अपरिवर्तित रहती है। अत: व्यापक रूप से गैल्वेनोमीटर से ऐमीटर में रूपांतरित करने के लिए जो संशोधन किए जाते हैं गैल्वेनोमीटर को वोल्टमीटर में परिवर्तित करने के लिए इनसे भिन्न संशोधन किए जाने चाहिए।

उदाहरण 4.12 नीचे दिखाए गए परिपथ में धारा का मान क्या है यदि दिखाया गया ऐमीटर, (a) R_G = 60.00 Ω प्रतिरोध का गैल्वेनोमीटर है। (b) भाग (a) में बताया गया गैल्वेनोमीटर ही है परंतु इसको r_s = 0.02 Ω का शंट प्रतिरोध लगाकर ऐमीटर में परिवर्तित किया गया है। (c) शून्य प्रतिरोध का एक आदर्श ऐमीटर है।



चित्र 4.23

हल

(a) परिपथ में कुल प्रतिरोध है

$R_G + 3 = 63\Omega$ इसलिए $I = 3/63 = 0.048$ A

(b) ऐमीटर में रूपांतरित गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध

$$\frac{R_G\, r_s}{R_G + r_s} = \frac{60 \quad \Omega \times 0.02\Omega}{(60 + 0.02)\Omega} - 0.02\,\Omega$$

परिपथ में कुल प्रतिरोध

$0.02\,\Omega + 3\,\Omega = 3.02\,\Omega$ अत: $I = 3/3.02 = 0.99$ A

(c) शून्य प्रतिरोध के आदर्श ऐमीटर के लिए

$I = 3/3 = 1.00$ A

उदाहरण 4.12

© NCERT not to be republished

सारांश

1. चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ पर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ की उपस्थिति में $\mathbf{v}$ वेग से गतिमान किसी आवेश q पर लगने वाले कुल बल को लोरेंज बल कहते हैं। इसे नीचे दिए गए व्यंजक द्वारा व्यक्त किया जाता है।

   $\mathbf{F} = q\,(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$

   चुंबकीय क्षेत्र $q\,(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, $\mathbf{v}$ के अभिलंबवत है तथा किया गया कार्य शून्य है।

2. l लंबाई के किसी सीधे चालक जिससे स्थायी विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है, किसी एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में बल $\mathbf{F}$ का अनुभव करता है,

   $\mathbf{F} = I\,\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

   यहाँ $|\mathbf{l}| = l$ तथा $\mathbf{l}$ की दिशा विद्युत धारा की दिशा द्वारा प्रदान की जाती है।

3. किसी एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में, कोई आवेश q, $\mathbf{B}$ के अभिलंबवत तल में वृत्ताकार कक्षा में गतिमान है। इसकी एकसमान वर्तुल गति की आवृत्ति को *साइक्लोट्रॉन आवृत्ति* कहते हैं जिसे इस प्रकार व्यक्त किया जाता है–

   $$\nu_c = \frac{qB}{2\pi m}$$

   यह आवृत्ति कण की चाल तथा त्रिज्या पर निर्भर नहीं करती। इस तथ्य का उपयोग साइक्लोट्रॉन नामक मशीन में किया जाता है जो आवेशित कणों को त्वरित करने में उपयोगी होता है।

4. बायो-सावर्ट नियम के अनुसार $d\mathbf{l}$ लंबाई के किसी अवयव जिससे अपरिवर्ती विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है, के कारण $\mathbf{r}$ सदिश दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र $d\mathbf{B}$ इस प्रकार व्यक्त किया जाता है–

   $$d\mathbf{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

   P पर कुल क्षेत्र प्राप्त करने के लिए हमें इस सदिश व्यंजक को चालक की समस्त लंबाई के लिए समाकलित करना चाहिए।

5. त्रिज्या R की वृत्ताकार कुंडली जिससे I धारा प्रवाहित हो रही है, के कारण केंद्र से अक्षीय दूरी x पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

   $$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

   कुंडली के केंद्र पर इस क्षेत्र का परिमाण

   $$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

6. *ऐम्पियर का परिपथीय नियम :* मान लीजिए कोई खुला पृष्ठ S किसी पाश C द्वारा परिबद्ध है। तब ऐम्पियर के नियम के अनुसार $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ यहाँ I पृष्ठ S से प्रवाहित विद्युत धारा है। I का चिह्न दक्षिण हस्त नियम द्वारा निर्धारित किया जाता है। हमने यहाँ इस नियम के सरलीकृत रूप पर चर्चा की है। यदि $\mathbf{B}$ बंद वक्र की परिधि L के हर बिंदु पर स्पर्शी के अनुदिश निर्दिष्ट है तथा परिधि के अनुदिश इसका परिमाण नियत है तो

   $BL = \mu_0 I_e$

   यहाँ I_e बंद परिपथ द्वारा परिबद्ध नेट विद्युत धारा है।

7. किसी लंबे सीधे तार जिससे I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, से R दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

© NCERT not to be republished

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

क्षेत्र रेखाएँ तार के साथ संकेंद्री वृत्त होती हैं।

8. किसी लंबी परिनालिका जिससे I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, के भीतर चुंबकीय क्षेत्र B का परिमाण

$B = \mu_0 n I$

यहाँ n परिनालिका की प्रति एकांक लंबाई में फेरों की संख्या है।

9. समांतर विद्युत धाराएँ आकर्षित तथा प्रतिसमांतर विद्युत धाराएँ प्रतिकर्षित करती हैं।

10. बहुत पास लिपटे N फेरों तथा A क्षेत्रफल के समतलीय पाश जिससे विद्युत धारा I में प्रवाहित हो रही है, का एक चुंबकीय आघूर्ण **m** होता है

$\mathbf{m} = N I \mathbf{A}$

तथा **m** की दिशा दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम से निर्धारित होती है। इस नियम के अनुसार, "अपने दाएँ हाथ की हथेली को इस प्रकार पाश के अनुदिश मोड़िए कि उँगलियाँ विद्युत धारा की दिशा में संकेत करें तो, बाहर की ओर खिंचा अँगूठा **m** (और **A**) की दिशा बताता है।

जब यह पाश किसी एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** में रखा जाता है तो इस पर आरोपित बल

$F = 0$

तथा इस पर बल आघूर्ण

$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$

किसी चल कुंडली गैल्वेनोमीटर में इस बल आघूर्ण को कमानी द्वारा लगाया प्रति बल आघूर्ण संतुलित कर लेता है और तब हमें प्राप्त होता है

$k\phi = NI\,AB$

यहाँ ϕ संतुलन विक्षेप है तथा k कमानी का ऐंठन नियतांक है।

11. किसी चल कुंडली गैल्वेनोमीटर को उसकी कुंडली के पार्श्वक्रम में कोई अल्प परिमाण का शंट प्रतिरोध r_s संबद्ध करके ऐमीटर में रूपांतरित किया जा सकता है। गैल्वेनोमीटर की कुंडली के साथ श्रेणीक्रम में अधिक परिमाण का प्रतिरोध संबद्ध करके उसे वोल्टमीटर में रूपांतरित किया जा सकता है।

भौतिक राशि	प्रतीक	प्रकृति	विमाएँ	मात्रक	टिप्पणी
मुक्त आकाश की चुंबकशीलता	μ_0	अदिश	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$	$4\pi \times 10^{-7}\ T\,m\,A^{-1}$
चुंबकीय क्षेत्र	**B**	सदिश	$[M\,T^{-2}A^{-1}]$	T (टेस्ला)	
चुंबकीय आघूर्ण	**m**	सदिश	$[L^2A]$	$A\,m^2$ अथवा J/T	
ऐंठन नियतांक	k	अदिश	$[M\,L^2T^{-2}]$	$N\,m\,rad^{-1}$	गैल्वेनोमीटर में दृष्टिगोचर

विचारणीय विषय

1. स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से आरंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त हो जाती हैं अथवा अनंत पर लुप्त या विलीन हो जाती हैं। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ सदैव बंद पाश बनाती हैं।
2. इस अध्याय में वर्णित विचार केवल अपरिवर्ती विद्युत धाराओं (जो समय के साथ परिवर्तित नहीं होती)के लिए ही लागू है।

© NCERT not to be republished

समय के साथ परिवर्तित होने वाली विद्युत धाराओं के लिए न्यूटन का तीसरा नियम वैद्युतचुंबकीय क्षेत्र के संवेग का संज्ञान करने पर ही वैध होता है।

3. लोरेंज बल के समीकरण का स्मरण कीजिए,

$\mathbf{F} = q\,(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$

वेग निर्भर इस बल ने कुछ महानतम वैज्ञानिक विचारकों का ध्यान आकर्षित किया। यदि कोई प्रेक्षक एक ऐसे फ्रेम में पहुँच जाए जहाँ उसका क्षणिक वेग **v** हो तो बल का चुंबकीय भाग शून्य हो जाता है। तब आवेशित कण की गति यह मानकर समझाई जा सकती है कि इस नए फ्रेम में एक उचित विद्युत क्षेत्र विद्यमान है। इस यांत्रिकी के विस्तार में हम नहीं जाएँगे। इसके विषय में आप आगे की कक्षाओं में पढ़ेंगे। लेकिन इस बात पर हम ज़ोर देना चाहेंगे कि इस विरोधाभास का समाधान इस तथ्य में निहित है कि विद्युत और चुंबकत्व एक-दूसरे से जुड़े हुए प्रक्रम हैं *(विद्युतचुंबकत्व)* और लोरेंज बल का व्यंजक, प्रकृति में किसी सार्वभौम वरीय संदर्भ फ्रेम में अंतर्निहित नहीं है।

4. ऐम्पियर का परिपथीय नियम, बायो-सावर्ट नियम से अलग नहीं है। यह बायो-सावर्ट नियम से व्युत्पन्न किया जा सकता है। इसका बायो-सावर्ट नियम से वैसा ही संबंध है जैसा कि गाउस नियम का कूँलाम नियम से।

अभ्यास

4.1 तार की एक वृत्ताकार कुंडली में 100 फेरे हैं, प्रत्येक की त्रिज्या 8.0 cm है और इनमें 0.40 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

4.2 एक लंबे, सीधे तार में 35 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। तार से 20 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

4.3 क्षैतिज तल में रखे एक लंबे सीधे तार में 50 A विद्युत धारा उत्तर से दक्षिण की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के पूर्व में 2.5 m दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र **B** का परिमाण और उसकी दिशा ज्ञात कीजिए।

4.4 व्योमस्थ खिंचे क्षैतिज बिजली के तार में 90 A विद्युत धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के 1.5 m नीचे विद्युत धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण और दिशा क्या है?

4.5 एक तार जिसमें 8 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, 0.15 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में, क्षेत्र से 30° का कोण बनाते हुए रखा है। इसकी एकांक लंबाई पर लगने वाले बल का परिमाण और इसकी दिशा क्या है?

4.6 एक 3.0 cm लंबा तार जिसमें 10 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, एक परिनालिका के भीतर उसके अक्ष के लंबवत रखा है। परिनालिका के भीतर चुंबकीय क्षेत्र का मान 0.27 T है। तार पर लगने वाला चुंबकीय बल क्या है।

4.7 एक-दूसरे से 4.0 cm की दूरी पर रखे दो लंबे, सीधे, समांतर तारों A एवं B से क्रमशः 8.0 A एवं 5.0 A की विद्युत धाराएँ एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही हैं। तार A के 10 cm खंड पर बल का आकलन कीजिए।

4.8 पास-पास फेरों वाली एक परिनालिका 80 cm लंबी है और इसमें 5 परतें हैं जिनमें से प्रत्येक में 400 फेरे हैं। परिनालिका का व्यास 1.8 cm है। यदि इसमें 8.0 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है तो परिनालिका के भीतर केंद्र के पास चुंबकीय क्षेत्र **B** के परिमाण परिकलित कीजिए।

© NCERT not to be republished

4.9 एक वर्गाकार कुंडली जिसकी प्रत्येक भुजा 10 cm है, में 20 फेरे हैं और उसमें 12 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुंडली ऊर्ध्वाधरत: लटकी हुई है और इसके तल पर खींचा गया अभिलंब 0.80 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र की दिशा से 30° का एक कोण बनाता है। कुंडली पर लगने वाले बलयुग्म आघूर्ण का परिमाण क्या है?

4.10 दो चल कुंडली गैल्वेनोमीटर मीटरों M_1 एवं M_2 के विवरण नीचे दिए गए हैं :

$R_1 = 10\ \Omega,\ N_1 = 30,$
$A_1 = 3.6 \times 10^{-3}\ m^2,\ B_1 = 0.25\ T$
$R_2 = 14\ \Omega,\ N_2 = 42,$
$A_2 = 1.8 \times 10^{-3}\ m^2,\ B_2 = 0.50\ T$ (दोनों मीटरों के लिए स्प्रिंग नियतांक समान हैं)।

(a) M_2 एवं M_1 की धारा-सुग्राहिताओं, (b) M_2 एवं M_1 की वोल्टता-सुग्राहिताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

4.11 एक प्रकोष्ठ में 6.5 G ($1\ G = 10^{-4} T$) का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र बनाए रखा गया है। इस चुंबकीय क्षेत्र में एक इलेक्ट्रॉन $4.8 \times 10^6\ m\ s^{-1}$ के वेग से क्षेत्र के लंबवत भेजा गया है। व्याख्या कीजिए कि इस इलेक्ट्रॉन का पथ वृत्ताकार क्यों होगा? वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

($e = 1.6 \times 10^{-19}\ C,\ m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ kg$)

4.12 प्रश्न 4.11 में, वृत्ताकार कक्षा में इलेक्ट्रॉन की परिक्रमण आवृत्ति प्राप्त कीजिए। क्या यह उत्तर इलेक्ट्रॉन के वेग पर निर्भर करता है? व्याख्या कीजिए।

4.13 (a) 30 फेरों वाली एक वृत्ताकार कुंडली जिसकी त्रिज्या 8.0 cm है और जिसमें 6.0 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, 1.0 T के एकसमान क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र में ऊर्ध्वाधरत: लटकी है। क्षेत्र रेखाएँ कुंडली के अभिलंब से 60° का कोण बनाती हैं। कुंडली को घूमने से रोकने के लिए जो प्रतिआघूर्ण लगाया जाना चाहिए उसके परिमाण परिकलित कीजिए।

(b) यदि (a) में बतायी गई वृत्ताकार कुंडली को उसी क्षेत्रफल की अनियमित आकृति की समतलीय कुंडली से प्रतिस्थापित कर दिया जाए (शेष सभी विवरण अपरिवर्तित रहें) तो क्या आपका उत्तर परिवर्तित हो जाएगा?

© NCERT not to be republished

अध्याय 5

चुंबकत्व एवं द्रव्य

12091CH05

© NCERT not to be republished

5.1 भूमिका

चुंबकीय परिघटना प्रकृति में सार्वभौमिक है। विशाल दूरस्थ गैलेक्सियाँ, अतिसूक्ष्म अदृश्य परमाणु, मनुष्य और जानवर, सबमें भाँति-भाँति के स्रोतों से उत्पन्न भाँति-भाँति के चुंबकीय क्षेत्र व्याप्त हैं। भू-चुंबकत्व, मानवीय विकास से भी पूर्व से अस्तित्व में है। 'चुंबक' शब्द यूनान के एक द्वीप *मैग्नेशिया* के नाम से व्युत्पन्न है, जहाँ बहुत पहले 600 ईसा पूर्व चुंबकीय अयस्कों के भंडार मिले थे।

पिछले अध्याय में हमने सीखा कि गतिशील आवेश या विद्युत धारा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। यह खोज जो उन्नीसवीं शताब्दी के पूर्वार्द्ध में की गई थी, इसका श्रेय ऑर्स्टेड, ऐम्पियर, बायो एवं सावर्ट तथा अन्य कुछ लोगों को दिया जाता है।

प्रस्तुत अध्याय में हम चुंबकत्व पर एक स्वतंत्र विषय के रूप में दृष्टि डालेंगे। चुंबकत्व संबंधी कुछ आम विचार इस प्रकार हैं–

(i) पृथ्वी एक चुंबक की भाँति व्यवहार करती है जिसका चुंबकीय क्षेत्र लगभग भौगोलिक दक्षिण से उत्तर की ओर संकेत करता है।

(ii) जब एक छड़ चुंबक को स्वतंत्रतापूर्वक लटकाया या शांत पानी पर तैराया जाता है तो यह उत्तर-दक्षिण दिशा में ठहरता है। इसका वह सिरा जो भौगोलिक उत्तर की ओर संकेत करता है, *उत्तरी ध्रुव* और जो भौगोलिक दक्षिण की ओर संकेत करता है, चुंबक का *दक्षिणी ध्रुव* कहलाता है।

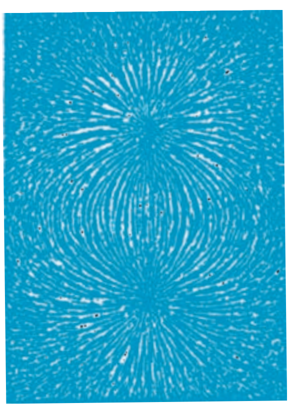
(iii) दो पृथक-पृथक चुंबकों के दो उत्तरी ध्रुव (या दो दक्षिणी ध्रुव) जब पास-पास लाए जाते हैं तो वे एक-दूसरे को विकर्षित करते हैं। इसके विपरीत, एक चुंबक के उत्तर और दूसरे के दक्षिण ध्रुव एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

(iv) किसी चुंबक के उत्तर और दक्षिण ध्रुवों को अलग-अलग नहीं किया जा सकता। यदि किसी छड़ चुंबक को दो भागों में विभाजित किया जाए तो हमें दो छोटे अलग-अलग छड़ चुंबक मिल जाएँगे, जिनका चुंबकत्व क्षीण होगा। वैद्युत आवेशों की तरह, विलगित चुंबकीय उत्तरी तथा दक्षिणी ध्रुवों जिन्हें *चुंबकीय एकध्रुव* कहते हैं, का अस्तित्व नहीं है।

(v) लौह और इसकी मिश्र-धातुओं से चुंबक बनाने संभव हैं।

इस अध्याय में हम एक छड़ चुंबक और एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में इसके व्यवहार के वर्णन से प्रारंभ करेंगे। हम चुंबकत्व संबंधी गाउस का नियम बताएँगे। उसके बाद यह बताएँगे कि चुंबकीय गुणों के आधार पर पदार्थों का वर्गीकरण कैसे किया जाता है और फिर अनुचुंबकत्व, प्रतिचुंबकत्व तथा लौह-चुंबकत्व का वर्णन करेंगे।

5.2 छड़ चुंबक



चित्र 5.1 एक छड़ चुंबक के इर्द-गिर्द लौह रेतन की व्यवस्था। यह पैटर्न चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं की अनुकृति है। ये इंगित करते हैं कि छड़ चुंबक एक चुंबकीय द्विध्रुव है।

हम अपने अध्ययन की शुरुआत लौह रेतन से करते हैं जो एक छोटे छड़ चुंबक के ऊपर रखी गई काँच की शीट पर छिड़का गया है। लौह रेतन की यह व्यवस्था चित्र 5.1 में दर्शायी गई है।

लौह रेतन के पैटर्न यह इंगित करते हैं कि चुंबक के दो ध्रुव होते हैं, वैसे ही जैसे वैद्युत द्विध्रुव के धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेश। जैसा कि पहले भूमिका में बताया जा चुका है, एक ध्रुव को *उत्तर* और दूसरे को *दक्षिण ध्रुव* कहते हैं। जब छड़ चुंबक को स्वतंत्रतापूर्वक लटकाया जाता है तो ये ध्रुव क्रमशः लगभग भौगोलिक उत्तरी एवं दक्षिणी ध्रुवों की ओर संकेत करते हैं। लौह रेतन का इसी से मिलता-जुलता पैटर्न एक धारावाही परिनालिका के इर्द-गिर्द भी बनता है।

5.2.1 चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ

लौह रेतन के बने पैटर्नों के आधार पर हम चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ* खींच सकते हैं। चित्र 5.2 में यह छड़ चुंबक और धारावाही परिनालिका, दोनों के लिए दर्शाया गया है। तुलना के लिए अध्याय एक चित्र 1.14(d) देखिए। विद्युत द्विध्रुव की वैद्युत बल रेखाएँ चित्र 5.2(c) में भी दर्शायी गई हैं। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ, चुंबकीय क्षेत्र का दृश्य और अंतर्दृष्टिपरक प्रस्तुतीकरण हैं। इनके गुण हैं:

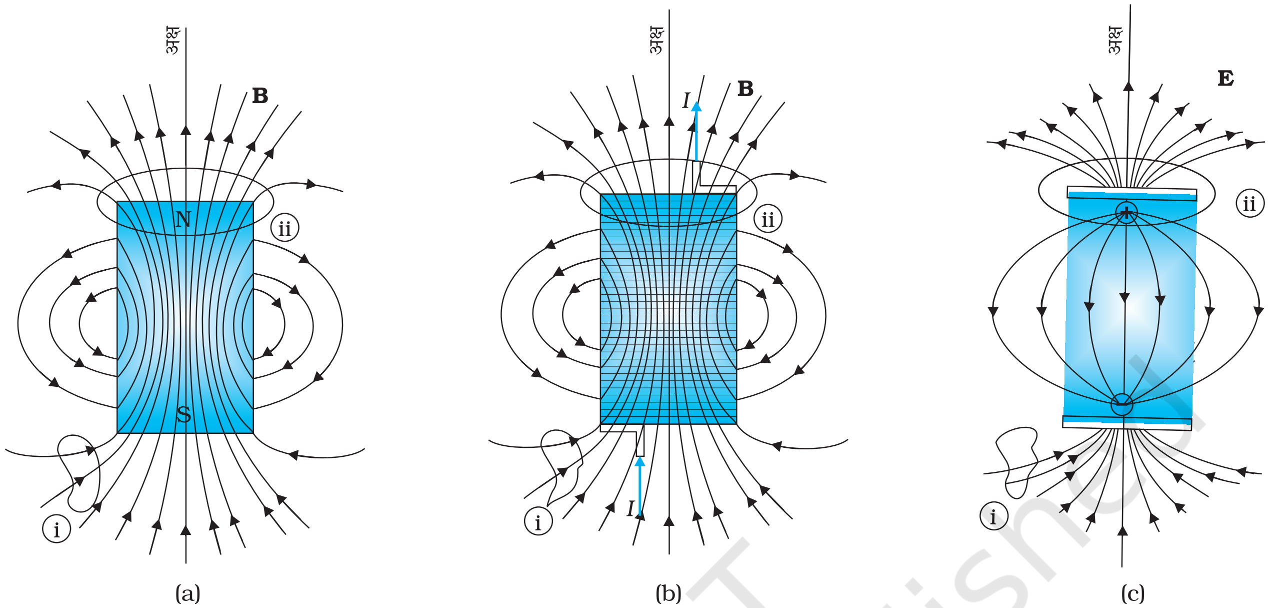
(i) किसी चुंबक (या धारावाही परिनालिका) की चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ संतत बंद लूप बनाती हैं। यह वैद्युत-द्विध्रुव के जैसी नहीं है, जहाँ ये रेखाएँ धनावेश से शुरू होकर ऋणावेश पर खत्म हो जाती हैं [चित्र 5.2(c) देखिए] या फिर अनंत की ओर चली जाती हैं।

(ii) क्षेत्र रेखा के किसी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर परिणामी चुंबकीय क्षेत्र **B** की दिशा बताती है।

(iii) क्षेत्र के लंबवत रखे गए तल के प्रति इकाई क्षेत्रफल से जितनी अधिक क्षेत्र रेखाएँ गुजरती हैं, उतना ही अधिक उस स्थान पर चुंबकीय क्षेत्र **B** का परिमाण होता है। चित्र 5.2 (a) में, क्षेत्र (ii) के आसपास **B** का परिमाण क्षेत्र (i) की तुलना में अधिक है।

* कुछ पाठ्यपुस्तकों में चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं को *चुंबकीय बल रेखाएँ* कहा गया है। इस नामावली से बचना उचित होगा क्योंकि यह भ्रामक है। स्थिरवैद्युत के विपरीत चुंबकत्व में क्षेत्र रेखाएँ (गतिमान) आवेश पर बल की दिशा की सूचक नहीं हैं।

© NCERT not to be republished



चित्र 5.2 क्षेत्र रेखाएँ (a) एक छड़ चुंबक की (b) एक सीमित आकार वाली धारावाही परिनालिका की, और (c) एक वैद्युत द्विध्रुव की। बहुत अधिक दूरी पर तीनों रेखा समुच्चय एक से हैं। (i) एवं (ii) अंकित वक्र, बंद गाउसीय पृष्ठ हैं।

(iv) चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को काटती नहीं हैं। ऐसा इसलिए है क्योंकि इस स्थिति में कटान बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र की दिशा एक ही नहीं रह जाती।

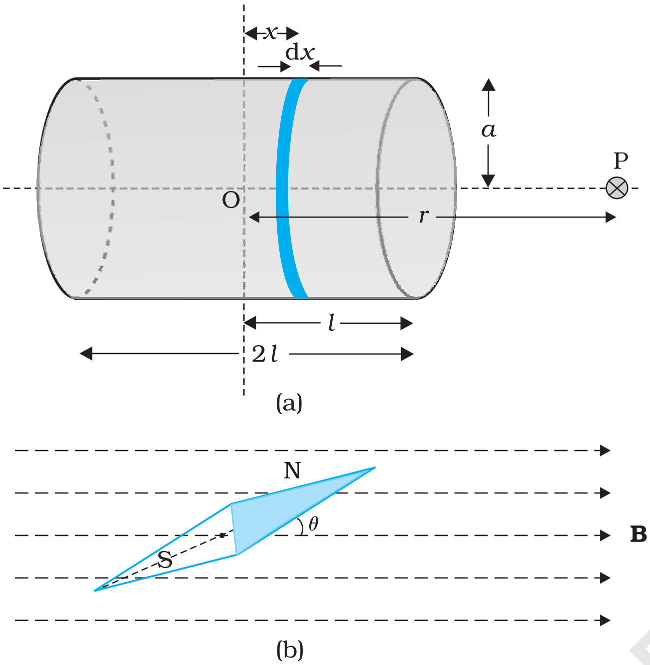
आप चाहें तो कई तरह से चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ आलेखित कर सकते हैं। एक तरीका यह है कि भिन्न-भिन्न जगहों पर एक छोटी चुंबकीय कंपास सुई रखिए और इसके दिक्‌विन्यास को अंकित कीजिए। इस तरह आप चुंबक के आस-पास विभिन्न बिंदुओं पर चुंबकीय क्षेत्र की दिशा जान सकेंगे।

5.2.2 छड़ चुंबक का एक धारावाही परिनालिका की तरह व्यवहार

पिछले अध्याय में हमने यह समझाया है कि किस प्रकार एक धारा लूप एक चुंबकीय द्विध्रुव की तरह व्यवहार करता है (अनुभाग 4.9 देखिए)। हमने ऐम्पियर की इस परिकल्पना का जिक्र भी किया था कि सभी चुंबकीय परिघटनाओं को परिवाही धाराओं के प्रभावों के रूप में समझाया जा सकता है।

एक छड़ चुंबक की चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं की, एक धारावाही परिनालिका की चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं से साम्यता यह सुझाती है कि जैसे परिनालिका बहुत-सी परिवाही धाराओं का योग है वैसे ही छड़ चुंबक भी बहुत-सी परिसंचारी धाराओं का योग हो सकता है। एक छड़ चुंबक के दो बराबर टुकड़े करना वैसा ही है जैसे एक परिनालिका को काटना। जिससे हमें दो छोटी परिनालिकाएँ मिल जाती हैं जिनके चुंबकीय क्षेत्र अपेक्षाकृत क्षीण होते हैं। क्षेत्र रेखाएँ संतत बनी रहती हैं, एक सिरे से बाहर निकलती हैं और दूसरे सिरे से अंदर प्रवेश करती हैं। एक छोटी चुंबकीय कंपास सुई को एक छड़ चुंबक एवं एक धारावाही सीमित परिनालिका के पास एक जगह से दूसरी जगह ले जाकर यह देखा जा सकता है कि दोनों के लिए चुंबकीय सुई में विक्षेपण एक जैसा है और इस तरह इस साम्यता का परीक्षण आसानी से किया जा सकता है।

इस साम्यता को और अधिक सुदृढ़ करने के लिए हम चित्र 5.3 (a) में दर्शायी गई सीमित परिनालिका के अक्षीय क्षेत्र की गणना कर सकते हैं। हम यह प्रदर्शित कर सकते हैं कि बहुत



चित्र 5.3 (a) एक सीमित परिनालिका के अक्षीय क्षेत्र का परिकलन, ताकि इसकी छड़ चुंबक से साम्यता प्रदर्शित की जा सके। (b) एक समान चुंबकीय क्षेत्र **B** में रखी हुई चुंबकीय सूई। यह प्रबंध चुंबकीय क्षेत्र **B** अथवा चुंबकीय आघूर्ण **m** का आकलन करने में सहायक है।

अधिक दूरी पर यह अक्षीय क्षेत्र छड़ चुंबक के अक्षीय क्षेत्र जैसा ही है।

परिनालिका के कारण बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m}{r^3} \qquad (5.1)$$

यही समीकरण छड़ चुंबक की अक्ष पर दूर स्थित बिंदु के लिए भी है जिसे कोई भी प्रयोगात्मक विधि से प्राप्त कर सकता है। इस प्रकार, छड़ चुंबक और धारावाही परिनालिका एक जैसे चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। अतः एक छड़ चुंबक का चुंबकीय आघूर्ण, उतना ही चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करने वाली समतुल्य धारावाही परिनालिका के चुंबकीय आघूर्ण के बराबर है।

5.2.3 एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में द्विध्रुव

हम एक पतली चुंबकीय सुई का, जिसका चुंबकीय आघूर्ण **m** ज्ञात हों, इस चुंबकीय क्षेत्र में दोलन कराते हैं। यह व्यवस्था चित्र 5.3 (b) में दर्शायी गई है।

चुंबकीय सुई पर बलआघूर्ण [समीकरण (4.23) देखिए]

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \qquad (5.2)$$

जिसका परिमाण $\tau = mB\sin\theta$

यहाँ $\boldsymbol{\tau}$ प्रत्यानयन आघूर्ण है तथा कोण θ, **m** और **B** के बीच का कोण है।

चुंबकीय स्थितिज ऊर्जा के लिए व्यंजक प्राप्त करने के लिए हम उसी विधि का अनुसरण कर सकते हैं जो हमने वैद्युत स्थितिज ऊर्जा का व्यंजक प्राप्त करने के लिए अपनायी थी।

किसी चुंबकीय द्विध्रुव की चुंबकीय स्थितिज ऊर्जा U_m इस प्रकार है

$$U_m = \int \tau(\theta)d\theta$$

$$= \int mB\sin\theta\, d\theta = -mB\cos\theta$$

$$= -\mathbf{m}\cdot\mathbf{B} \qquad (5.3)$$

इस बात को हमने पहले भी काफी जोर देकर कहा था कि स्थितिज ऊर्जा का शून्य हम अपनी सुविधानुसार निर्धारित कर सकते हैं। समाकलन नियंताक को शून्य लेने का अर्थ है कि हमने स्थितिज ऊर्जा का शून्य $\theta = 90^o$ पर, अर्थात उस स्थिति को ले लिया है जिस पर सुई क्षेत्र के लंबवत है। समीकरण (5.3) यह दर्शाती है कि न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा (= –mB) (अर्थात सर्वाधिक स्थायी अवस्था) $\theta = 0^o$ पर होती है एवं अधिकतम स्थितिज ऊर्जा (= +mB) (अर्थात अधिकतम अस्थायी अवस्था) $\theta = 180^o$ पर होती है।

उदाहरण 5.1

(a) क्या होता है जबकि एक चुंबक को दो खंडों में विभाजित करते हैं (i) इसकी लंबाई के लंबवत (ii) लंबाई के अनुदिश?

(b) एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में रखी गई किसी चुंबकीय सुई पर बल आघूर्ण तो प्रभावी होता है पर इस पर कोई परिणामी बल नहीं लगता। तथापि, एक छड़ चुंबक के पास रखी लोहे की कील पर बल आघूर्ण के साथ-साथ परिणामी बल भी लगता है। क्यों?

उदाहरण 5.1

© NCERT not to be republished

(c) क्या प्रत्येक चुंबकीय विन्यास का एक उत्तरी और एक दक्षिणी ध्रुव होना आवश्यक है? एक टोरॉयड के चुंबकीय क्षेत्र के संबंध में इस विषय में अपनी टिप्पणी दीजिए।

(d) दो एक जैसी दिखाई पड़ने वाली छड़ें A एवं B दी गई हैं जिनमें कोई एक निश्चित रूप से चुंबकीय है, यह ज्ञात है (पर, कौन सी यह ज्ञात नहीं है)। आप यह कैसे सुनिश्चित करेंगे कि दोनों छड़ें चुंबकित हैं या केवल एक? और यदि केवल एक छड़ चुंबकित है तो यह कैसे पता लगाएँगे कि वह कौन सी है। [आपको छड़ों A एवं B के अतिरिक्त अन्य कोई चीज प्रयोग नहीं करनी है।]

हल

(a) दोनों ही प्रकरणों में आपको दो चुंबक प्राप्त होते हैं जिनमें से प्रत्येक में एक उत्तरी और एक दक्षिणी ध्रुव होता है।

(b) यदि क्षेत्र एकसमान हों केवल तभी चुंबक पर कोई बल नहीं लगता। परंतु छड़ चुंबक के कारण कील पर असमान क्षेत्र आरोपित होता है जिसके कारण कील में चुंबकीय आघूर्ण प्रेरित होता है। अतः इस पर परिणामी बल भी लगता है और बल आघूर्ण भी। परिणामी बल आकर्षण बल होता है, क्योंकि कील में प्रेरित दक्षिण ध्रुव (माना) इसमें प्रेरित उत्तरी ध्रुव की अपेक्षा चुंबक के अधिक निकट होता है।

(c) आवश्यक नहीं है। यह तभी सत्य होगा जब चुंबकीय क्षेत्र के स्रोत का परिणामी चुंबकीय आघूर्ण शून्य नहीं होगा। टोरॉयड या अनंत लंबाई की परिनालिका के लिए ऐसा नहीं होता।

(d) चुंबकों के अलग-अलग सिरों को एक-दूसरे के पास लाने की कोशिश कीजिए। यदि किसी स्थिति में प्रतिकर्षण बल का अनुभव हो तो दोनों छड़ें चुंबकित हैं। यदि हमेशा आकर्षण बल ही लगे तो उनमें से एक छड़ चुंबकित नहीं है। यह देखने के लिए कि कौन-सी छड़ चुंबकित है, एक छड़ A मान लीजिए और इसका एक सिरा नीचे कीजिए; पहले दूसरी छड़ B के सिरे के पास लाइए और फिर बीच में। अगर आप पाएँ कि B के बीच में छड़ A आकर्षण बल अनुभव नहीं करती तो B चुंबकित है। और यदि आप पाएँ कि सिरे पर और बीच में आकर्षण बल बराबर है, तो छड़ A चुंबकित है।

उदाहरण 5.1

5.2.4 स्थिरवैद्युत अनुरूप

समीकरणों (5.1), (5.2) एवं (5.3) के संगत विद्युत द्विध्रुव के समीकरणों (अध्याय 1 देखिए) से तुलना करने पर हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि **m** चुंबकीय आघूर्ण वाले छड़ चुंबक का चुंबकीय क्षेत्र, इससे बहुत दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर ज्ञात करने के लिए, हमें द्विध्रुव आघूर्णो वाले विद्युत द्विध्रुव के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र के समीकरण में, केवल निम्नलिखित प्रतिस्थापन करने होंगे–

$$\mathbf{E} \to \mathbf{B}\,,\ \mathbf{p} \to \mathbf{m}\,,\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \to \frac{\mu_0}{4\pi}$$

विशेषतः, r दूरी ($r >> l$ के लिए, जहाँ l चुंबक की लंबाई है)पर एक छड़ चुंबक का विषुवतीय चुंबकीय क्षेत्र

$$\mathbf{B}_E = -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \tag{5.4}$$

इसी प्रकार, r दूरी ($r >> l$ के लिए) पर एक छड़ चुंबक का अक्षीय चुंबकीय क्षेत्र

$$\mathbf{B}_A = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{m}}{r^3} \tag{5.5}$$

समीकरण (5.5), समीकरण (5.1) का सदिश रूप है। सारणी 5.1 विद्युत एवं चुंबकीय द्विध्रुवों के मध्य समानता दर्शाती है।

सारणी 5.1 द्विध्रुवों की सादृश्यता

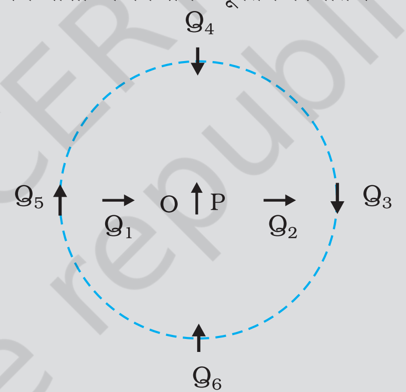
	स्थिर वैद्युत	चुंबकीय
	$1/\varepsilon_0$	μ_0
द्विध्रुव आघूर्ण	$\mathbf{p}$	$\mathbf{m}$
विषुवतीय क्षेत्र	$-\mathbf{p}/4\pi\varepsilon_0 r^3$	$-\mu_0\,\mathbf{m}\,/\,4\pi\,r^3$
अक्षीय क्षेत्र	$2\mathbf{p}/4\pi\varepsilon_0 r^3$	$\mu_0\,2\mathbf{m}\,/\,4\pi\,r^3$
बाह्य क्षेत्र–बल आघूर्ण	$\mathbf{p}\times\mathbf{E}$	$\mathbf{m}\times\mathbf{B}$
बाह्य क्षेत्र–स्थितिज ऊर्जा	$-\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}$	$-\mathbf{m}\cdot\mathbf{B}$

उदाहरण 5.2 चित्र 5.4 में O बिंदु पर रखी गई एक छोटी चुंबकीय सुई P दिखाई गई है। तीर इसके चुंबकीय आघूर्ण की दिशा दर्शाता है। अन्य तीर, दूसरी समरूप चुंबकीय सुई Q की विभिन्न स्थितियों (एवं चुंबकीय आघूर्ण के दिक्विन्यासों) को प्रदर्शित करते हैं।

(a) किस विन्यास में यह निकाय संतुलन में नहीं होगा?

(b) किस विन्यास में निकाय (i) स्थायी (ii) अस्थायी संतुलन में होंगे?

(c) दिखाए गए सभी विन्यासों में किसमें न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा है?



चित्र 5.4

हल

किसी विन्यास की स्थितिज ऊर्जा, एक चुंबकीय द्विध्रुव (माना Q) की, दूसरे चुंबकीय द्विध्रुव (माना P) के चुंबकीय क्षेत्र के कारण उत्पन्न स्थितिज ऊर्जा है। आप समीकरण (5.4) एवं (5.5) द्वारा व्यक्त निम्नलिखित परिणाम प्रयोग में ला सकते हैं–

$$\mathbf{B}_P = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{m}_P}{r^3} \quad \text{(लंब समद्विभाजक पर)}$$

$$\mathbf{B}_P = \frac{\mu_0 2}{4\pi}\frac{\mathbf{m}_P}{r^3} \quad \text{(अक्ष पर)}$$

जहाँ $\mathbf{m}_P$ द्विध्रुव P का चुंबकीय आघूर्ण है।

संतुलन तब स्थायी होगा जब $\mathbf{m}_Q$ एवं $\mathbf{B}_P$ एक-दूसरे के समांतर होंगी और संतुलन अस्थायी तब होगा जब वे प्रतिसमांतर होंगी।

उदाहरणार्थ, विन्यास Q_3 में, जिसके लिए Q द्विध्रुव P के लंब समद्विभाजक के अनुदिश है, Q का चुंबकीय आघूर्ण, स्थिति 3 में, चुंबकीय क्षेत्र के समांतर है, अतः Q_3 स्थायी है

इस प्रकार,

(a) PQ_1 एवं PQ_2

(b) (i) PQ_3, PQ_6 (स्थायी); (ii) PQ_5, PQ_4 (अस्थायी)

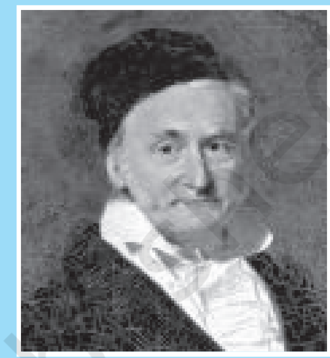
(c) PQ_6

उदाहरण 5.2

5.3 चुंबकत्व एवं गाउस नियम

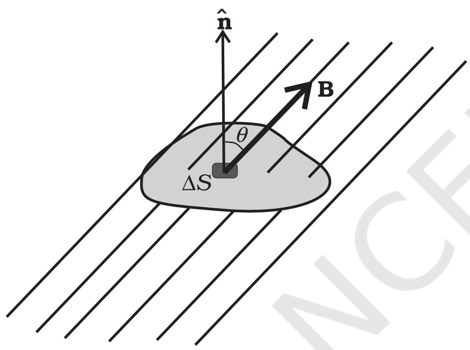
अध्याय 1 में हमने स्थिरवैद्युत के लिए गाउस के नियम का अध्ययन किया था। चित्र 5.2 (c) में हम देखते हैं कि (i) द्वारा अंकित बंद गाउसीय सतह से क्षेत्र रेखाओं की जितनी संख्या बाहर आती है, उतनी ही इसके अंदर प्रवेश करती है। इस बात की इस तथ्य से संगति बैठती है कि सतह द्वारा परिवेष्ठित कुल आवेश का परिमाण शून्य है। किंतु, उसी चित्र में, बंद सतह (ii) जो किसी धनावेश को घेरती है, के लिए परिणामी निर्गत फ्लक्स होता है।

यह स्थिति उन चुंबकीय क्षेत्रों के लिए पूर्णत: भिन्न है, जो संतत हैं और बंद लूप बनाते हैं। चित्र 5.2 (a) या 5.2 (b) में (i) या (ii) द्वारा अंकित गाउसीय सतहों का निरीक्षण कीजिए। आप पाएँगे कि सतह से बाहर आने वाली बल रेखाओं की संख्या इसके अंदर प्रवेश करने वाली संख्या के बराबर है। *दोनों ही सतहों के लिए कुल चुंबकीय फ्लक्स शून्य है* और यह बात किसी भी बंद सतह के लिए सत्य है।



कार्ल फ्रेड्रिक गाउस (1777 – 1855) वे एक विलक्षण बाल-प्रतिभा थे। गणित, भौतिकी, अभियांत्रिकी, खगोलशास्त्र और यहाँ तक कि भू-सर्वेक्षण में भी उनको प्रकृति की अनुपम देन थी। संख्याओं के गुण उनको लुभाते थे और उनके कार्य में उनके बाद आने वाले जमाने के प्रमुख गणितीय विकास का पूर्वाभास होता है। 1833 में विल्हेम वेलसर के साथ मिलकर उन्होंने पहला विद्युतीय टेलिग्राफ बनाया। वक्र-पृष्ठों से संबंधित उनके गणितीय सिद्धांत ने बाद में रीमन द्वारा किए गए कार्य की आधारशिला रखी।

कार्ल फ्रेड्रिक गाउस (1777 – 1855)



चित्र 5.5

किसी बंद सतह S का एक छोटा सदिश क्षेत्रफल अवयव $\Delta \mathbf{S}$ लीजिए। जैसा कि चित्र 5.5 में दर्शाया गया है। $\Delta \mathbf{S}$ से गुजरने वाला चुंबकीय फ्लक्स $\Delta\phi_B = \mathbf{B}\,.\Delta\mathbf{S}$ है, जहाँ $\mathbf{B}$, $\Delta \mathbf{S}$ पर चुंबकीय क्षेत्र है। हम S को कई छोटे-छोटे अवयवों में बाँट लेते हैं और उनमें से प्रत्येक से गुजरने वाले फ्लक्सों के मान अलग-अलग निकालते हैं। तब, कुल फ्लक्स ϕ_B का मान है,

$$\phi_B = \sum_{\text{'सभी'}} \Delta\phi_B = \sum_{\text{'सभी'}} \mathbf{B}\cdot\Delta\mathbf{S} = 0 \qquad (5.6)$$

जहाँ 'सभी' का अर्थ है सभी क्षेत्रफल अवयव $\Delta \mathbf{S}$ । इसकी तुलना वैद्युतस्थितिकी के गाउस के नियम से कीजिए। जहाँ एक बंद सतह से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\sum \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

जहाँ q बंद सतह द्वारा परिबद्ध आवेश है।

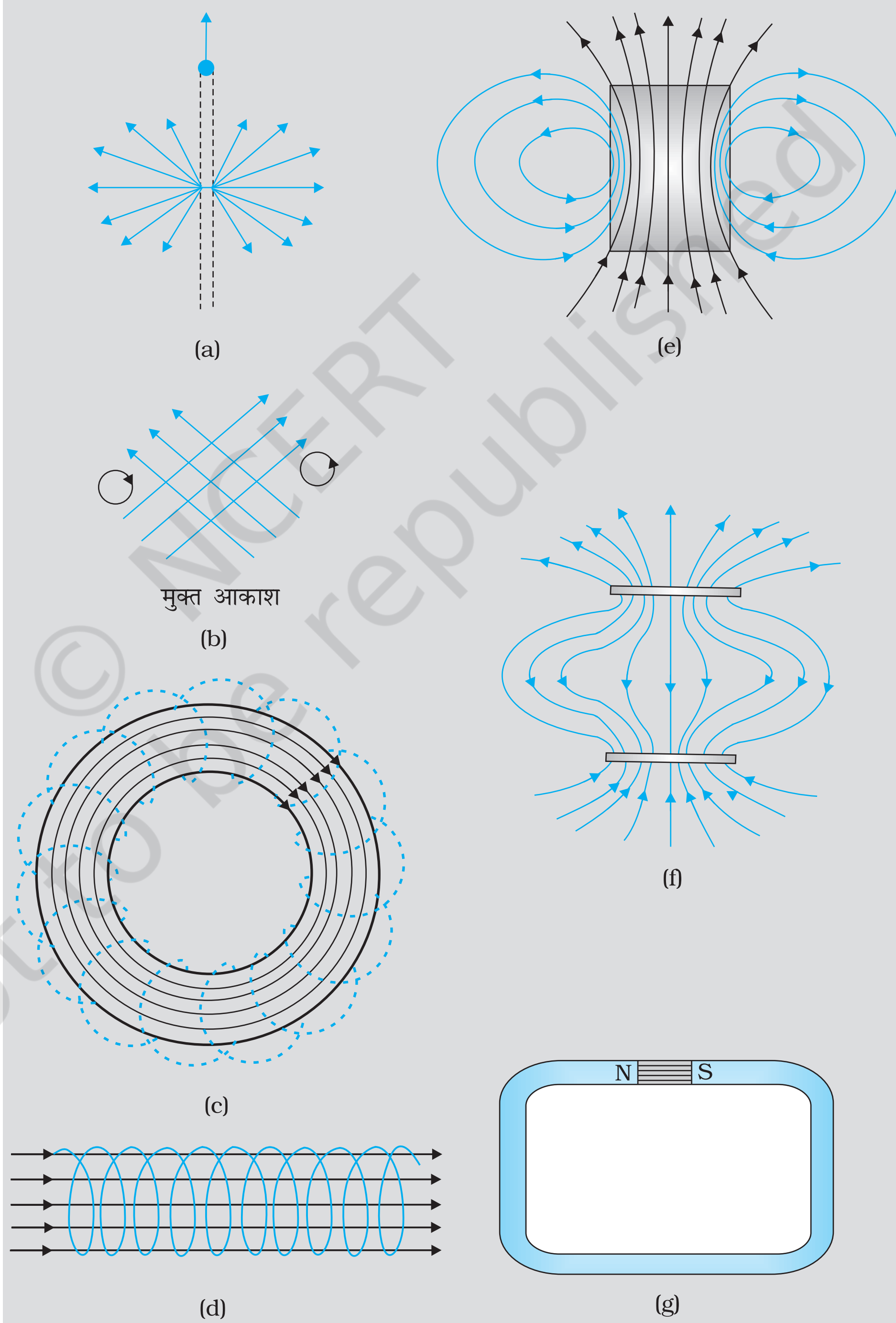
चुंबकत्व एवं स्थिरवैद्युतिकी के गाउस नियमों के बीच का अंतर इसी तथ्य की अभिव्यक्ति है कि *पृथक्कृत चुंबकीय ध्रुवों (जिन्हें एकध्रुव भी कहते हैं) का अस्तित्व नहीं होता।* $\mathbf{B}$ का कोई उद्‌गम या अभिगम नहीं होता है। सरलतम चुंबकीय अवयव एक द्विध्रुव या धारा लूप है। सभी चुंबकीय परिघटनाएँ एक धारा लूप एवं/या द्विध्रुव व्यवस्था के रूप में समझायी जा सकती हैं।

© NCERT not to be republished

चुंबकत्व के लिए गाउस का नियम है–

किसी भी बंद सतह से गुज़रने वाला कुल चुंबकीय फ्लक्स हमेशा शून्य होता है।

उदाहरण 5.3 नीचे दिए गए चित्रों में से कई में चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ गलत दर्शायी गई हैं [चित्रों में मोटी रेखाएँ]। पहचानिए कि उनमें गलती क्या है? इनमें से कुछ में वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ ठीक-ठीक दर्शायी गई हैं। बताइए, वे कौन से चित्र हैं?



चित्र 5.6

उदाहरण 5.3

© NCERT not to be republished

हल

(a) *गलत* है। चुंबकीय बल रेखाएँ एक बिंदु से इस प्रकार नहीं निकल सकतीं जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। किसी बंद सतह पर **B** का कुल फ्लक्स हमेशा शून्य ही होना चाहिए अर्थात, चित्र में जितनी क्षेत्र रेखाएँ सतह में प्रवेश करें उतनी ही इससे बाहर निकलनी चाहिए। दिखायी गई क्षेत्र रेखाएँ, वास्तव में, एक लंबे धनावेशित तार का विद्युत क्षेत्र प्रदर्शित करती हैं। सही चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ जैसा अध्याय 4 में बताया गया है, सीधे तार को चारों ओर से घेरने वाले वृत्तों के रूप में हैं।

(b) *गलत* है। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ (विद्युत क्षेत्र रेखाओं की तरह ही) कभी भी एक-दूसरे को काट नहीं सकतीं। क्योंकि, अन्यथा कटान बिंदु पर क्षेत्र की दिशा संदिग्ध हो जाएगी। चित्र में एक गलती और भी है। स्थिर-चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ मुक्त आकाश में कभी भी बंद वक्र नहीं बना सकतीं। स्थिर-चुंबकीय क्षेत्र रेखा के बंद लूप को निश्चित रूप से एक ऐसे प्रदेश को घेरना चाहिए जिसमें से होकर धारा प्रवाहित हो रही हो [इसके विपरीत वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ कभी भी बंद लूप नहीं बना सकतीं, न तो मुक्त आकाश में और न ही तब जब लूप आवेश को घेरते हैं।]

(c) *ठीक* है। चुंबकीय रेखाएँ पूर्णतः एक टोरॉइड में समाहित हैं। यहाँ चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं द्वारा बंद लूप बनाने में कोई त्रुटि नहीं है, क्योंकि प्रत्येक लूप एक ऐसे क्षेत्र को घेरता है जिसमें से होकर धारा गुजरती है। ध्यान दीजिए कि चित्र में स्पष्टता लाने के लिए ही टोरॉइड के अंदर मात्र कुछ क्षेत्र रेखाएँ दिखायी गई हैं। तथ्य यह है कि टोरॉइड के फेरों के अंदर के संपूर्ण भाग में चुंबकीय क्षेत्र मौजूद रहता है।

(d) *गलत* है। परिनालिका की क्षेत्र रेखाएँ, इसके सिरों पर और इसके बाहर पूर्णतः सीधी और सिमटी हुई नहीं हो सकती हैं। ऐसा होने से ऐम्पियर का नियम भंग होता है। ये रेखाएँ सिरों पर वक्रित हो जानी चाहिए और इनको अंत में मिल कर बंद पाश बनाने चाहिए।

(e) *सही* है। एक छड़ चुंबक के अंदर एवं बाहर दोनों ओर चुंबकीय क्षेत्र होता है। अंदर क्षेत्र की दिशा पर अच्छी तरह ध्यान दीजिए। सभी क्षेत्र रेखाएँ उत्तर ध्रुव से नहीं निकलतीं (और न ही दक्षिण ध्रुव पर समाप्त होती हैं)। N-ध्रुव एवं S-ध्रुव के चारों तरफ क्षेत्र के कारण कुल फ्लक्स शून्य होता है।

(f) *गलत* है। संभावना यही है कि ये क्षेत्र रेखाएँ चुंबकीय क्षेत्र प्रदर्शित नहीं करतीं। ऊपरी भाग को देखिए। सभी क्षेत्र रेखाएँ छायित प्लेट से निकलती जान पड़ती हैं। इस प्लेट को घेरने वाली सतह से गुजरने वाले क्षेत्र का कुल फ्लक्स शून्य नहीं है। चुंबकीय क्षेत्र के संदर्भ में ऐसा होना संभव नहीं है। दिखायी गई क्षेत्र रेखाएँ, वास्तव में, धनावेशित ऊपरी प्लेट एवं ऋणावेशित निचली प्लेट के बीच स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखाएँ हैं। [चित्र 5.6(e) एवं (f)] के बीच के अंतर को ध्यानपूर्वक ग्रहण करना चाहिए।

(g) *गलत* है। दो ध्रुवों के बीच चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ, सिरों पर, ठीक सरल रेखाएँ नहीं हो सकतीं। रेखाओं में कुछ फैलाव अवश्यम्भावी है अन्यथा, ऐम्पियर का नियम भंग होता है। यह बात वैद्युत क्षेत्र रेखाओं के लिए भी लागू होती है।

उदाहरण 5.3

उदाहरण 5.4

(a) चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ (हर बिंदु पर) वह दिशा बताती हैं जिसमें (उस बिंदु पर रखी) चुंबकीय सुई संकेत करती है। क्या चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ प्रत्येक बिंदु पर गतिमान आवेशित कण पर आरोपित *बल रेखाएँ* भी हैं?

(b) यदि चुंबकीय एकल ध्रुवों का अस्तित्व होता तो चुंबकत्व संबंधी गाउस का नियम क्या रूप ग्रहण करता?

उदाहरण 5.4

© NCERT not to be republished

(c) क्या कोई छड़ चुंबक अपने क्षेत्र की वजह से अपने ऊपर बल आघूर्ण आरोपित करती है? क्या किसी धारावाही तार का एक अवयव उसी तार के दूसरे अवयव पर बल आरोपित करता है।

(d) गतिमान आवेशों के कारण चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होते हैं। क्या कोई ऐसी प्रणाली है जिसका चुंबकीय आघूर्ण होगा, यद्यपि उसका नेट आवेश शून्य है?

हल

(a) *नहीं।* चुंबकीय बल सदैव **B** के लंबवत होता है (क्योंकि चुंबकीय बल = $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ अत: **B** की क्षेत्र रेखाओं को बल रेखाएँ कहना भ्रामक वक्तव्य है।

(b) चुंबकत्व संबंधी गाउस का नियम यह कहता है कि क्षेत्र **B** के कारण, किसी बंद सतह से गुज़रने वाला कुल फ्लक्स सदैव शून्य होता है। किसी बंद सतह S के लिए $\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$

यदि एकल ध्रुवों का अस्तित्व होता तो (स्थिरवैद्युतिकी के गाउस नियम के अनुरूप) समीकरण के दायीं ओर सतह S से घिरे एकल ध्रुवों (चुंबकीय आवेशों) q_m का योग आता। अर्थात समीकरण का रूप होता

$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 q_m$ जहाँ q_m, S से घिरा चुंबकीय आवेश (एकल ध्रुव) है।

(c) *नहीं।* तार के अल्पांश द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र के कारण इसके स्वयं के ऊपर कोई बल या बल आघूर्ण नहीं लगता। लेकिन इसके कारण उसी तार के दूसरे अल्पांश पर बल (या बल आघूर्ण) लगता है। (सीधे तार के विशेष मामले में, यह बल शून्य ही होता है)।

(d) *हाँ।* संपूर्ण व्यवस्था को देखें तो सभी आवेशों का औसत शून्य हो सकता है। फिर भी, यह हो सकता है कि विभिन्न धारा लूपों के कारण उत्पन्न चुंबकीय आघूर्णों का औसत शून्य न हो। हमारे समक्ष अनुचुंबकीय पदार्थों के संदर्भ में ऐसे कई उदाहरण आएँगे जहाँ परमाणुओं का आवेश शून्य है लेकिन उनका द्विध्रुव-आघूर्ण शून्य नहीं है।

उदाहरण 5.4

5.4 चुंबकीकरण एवं चुंबकीय तीव्रता

पृथ्वी तत्वों एवं यौगिकों की विस्मयकारी विभिन्नताओं से भरपूर है। इसके अतिरिक्त, हम नए-नए मिश्रधातु, यौगिक, यहाँ तक कि तत्व भी संश्लेषित करते जा रहे हैं। आप इन सब पदार्थों को चुंबकीय गुणों के आधार पर वर्गीकृत करना चाहेंगे। प्रस्तुत अनुभाग में हम ऐसे कुछ पदों की परिभाषा देंगे और उनके बारे में समझाएँगे जो इस वर्गीकरण में हमारी सहायता करेंगे।

हम यह देख चुके हैं कि परमाणु में परिक्रमण करते इलेक्ट्रॉन का एक चुंबकीय आघूर्ण होता है। पदार्थ के किसी बड़े टुकड़े में ये चुंबकीय आघूर्ण सदिश रूप से समाकलित होकर शून्येतर परिणामी चुंबकीय आघूर्ण प्रदान कर सकते हैं। किसी दिए गए नमूने का *चुंबकन* **M** हम इस प्रकार उत्पन्न हुए प्रति इकाई आयतन परिणामी चुंबकीय आघूर्ण के रूप में परिभाषित कर सकते हैं,

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}_{\text{नेट}}}{V} \tag{5.7}$$

M एक सदिश राशि है जिसका विमीय सूत्र $L^{-1}A$ एवं मात्रक $A\,m^{-1}$ है।

एक लंबी परिनालिका लीजिए जिसकी प्रति इकाई लंबाई में n फेरे हों, और जिसमें I धारा प्रवाहित हो रही हो। इस परिनालिका के अंदर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण है,

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 nI \tag{5.8}$$

यदि परिनालिका के अंदर शून्येतर चुंबकन का कोई पदार्थ भरा हो तो यहाँ क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ से अधिक होगा। परिनालिका के अंदर परिणामी क्षेत्र **B** को लिख सकते हैं

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m \tag{5.9}$$

जहाँ $\mathbf{B}_m$ क्रोड के पदार्थ द्वारा प्रदत्त क्षेत्र है। यह पाया गया है कि यह अतिरिक्त क्षेत्र $\mathbf{B}_m$ पदार्थ के चुंबकन **M** के अनुक्रमानुपाती होता है और इसको हम निम्नवत व्यक्त कर सकते हैं

$$\mathbf{B}_m = \mu_0 \mathbf{M} \tag{5.10}$$

जहाँ μ_0 वही नियंताक है (निर्वात की पारगम्यता) जो बायो-सावर्ट के नियम में उपयोग किया गया था।

सुविधा के लिए हम एक अन्य सदिश क्षेत्र **H** की बात करते हैं जिसे *चुंबकीय तीव्रता* कहा जाता है और जिसको निम्नलिखित समीकरण द्वारा परिभाषित किया जाता है

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \tag{5.11}$$

जहाँ **H** की विमाएँ वहीं हैं जो **M** की और इसका मात्रक भी A m^{-1} ही है।

इस प्रकार कुल चुंबकीय क्षेत्र **B** को लिख सकते हैं

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \tag{5.12}$$

उपरोक्त विवरण में आए पदों को व्युत्पन्न करने में हमने जिस पद्धति का प्रयोग किया है उसको दोहराते हैं। परिनालिका के अंदर के कुल चुंबकीय क्षेत्र को हमने दो अलग-अलग योगदानों के रूप में प्रस्तुत किया– *पहला* बाह्य कारक, जैसे कि परिनालिका में प्रवाहित होने वाली धारा का योगदान। यह **H** द्वारा व्यक्त किया गया है; और *दूसरा* चुंबकीय पदार्थ की विशेष प्रकृति के कारण अर्थात **M**। बाद वाली राशि (**M**) बाह्य कारकों द्वारा प्रभावित की जा सकती है। यह प्रभाव गणितीय रूप में इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \tag{5.13}$$

जहाँ χ एक विमाविहीन राशि है और इसे *चुंबकीय प्रवृत्ति* कहते हैं। यह किसी चुंबकीय पदार्थ पर बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव का माप है। χ बहुत छोटे परिमाण वाली राशि है। कुछ पदार्थों के लिए इसका मान छोटा और धनात्मक है जिन्हें *अनुचुंबकीय* पदार्थ कहते हैं। कुछ पदार्थों के लिए इसका मान छोटा एवं ऋणात्मक है जिन्हें *प्रतिचुंबकीय* पदार्थ कहते हैं। प्रतिचुंबकीय पदार्थों में **M** एवं **H** विपरीत दिशाओं में होते हैं। समीकरण (5.12) एवं (5.13) से हम पाते हैं,

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi)\mathbf{H} \tag{5.14}$$

$$= \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

$$= \mu \mathbf{H} \tag{5.15}$$

जहाँ, $\mu_r = (1 + \chi)$ एक विमाविहीन राशि है जिसे हम पदार्थ की *आपेक्षिक चुंबकशीलता* या 'आपेक्ष चुंबकीय पारगम्यता' कहते हैं। यह स्थिरवैद्युतिकी के परावैद्युतांक के समतुल्य राशि है। पदार्थ की *चुंबकशीलता* μ है और इसकी विमाएँ तथा मात्रक वही हैं जो μ_0 के हैं।

$$\mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 (1+\chi)$$

χ, μ_r एवं μ में तीन राशियाँ परस्पर संबंधित हैं। यदि इनमें से किसी एक का मान ज्ञात हो तो बाकी दोनों के मान ज्ञात किए जा सकते हैं।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 5.5

उदाहरण 5.5 एक परिनालिका के क्रोड में भरे पदार्थ की आपेक्षिक चुंबकशीलता 400 है। परिनालिका के विद्युतीय रूप से पृथक्कृत फेरों में 2A की धारा प्रवाहित हो रही है। यदि इसकी प्रति 1m लंबाई में फेरों की संख्या 1000 है तो (a) H, (b) M, (c) B एवं (d) चुंबककारी धारा I_m की गणना कीजिए।

हल

(a) क्षेत्र H क्रोड के पदार्थ पर निर्भर करता है और इसके लिए सूत्र है

$H = nI = 1000 \times 2.0 = 2 \times 10^3$ A/m

(b) चुंबकीय क्षेत्र B के लिए सूत्र है

$B = \mu_r \mu_0$ H

$= 400 \times 4\pi\ 10^{-7}$ (N/A^2) $\times 2 \times 10^3$ (A/m)

$= 1.0$ T

(c) चुंबकन

$M = (B - \mu_0 H)/\ \mu_0$

$= (\mu_r \mu_0 H - \mu_0 H)/\mu_0 = (\mu_r - 1)H = 399 \times H$

$\cong 8 \times 10^5$ A/m

(d) चुंबकन धारा I_M वह अतिरिक्त धारा है जो क्रोड की अनुपस्थिति में परिनालिका के फेरों में प्रवाहित किए जाने पर इसके अंदर उतना ही क्षेत्र B उत्पन्न करेगी जितना क्रोड की उपस्थिति में होता। अत: $B = \mu_r\ n\ (I + I_M)$ लेने पर $I = 2$ A, $B = 1$ T हमें प्राप्त होता है $I_M = 794$ A

5.5 पदार्थों के चुंबकीय गुण

पिछले अनुभाग में वर्णित विचार हमें पदार्थों को प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय एवं लोहचुंबकीय श्रेणियों में वर्गीकृत करने में सहायता प्रदान करते हैं। चुंबकीय प्रवृत्ति χ की दृष्टि से देखें तो कोई पदार्थ प्रतिचुंबकीय है यदि इसके लिए χ ऋणात्मक है, अनुचुंबकीय होगा यदि χ धनात्मक एवं अल्प मान वाला है, और लोहचुंबकीय होगा यदि χ धनात्मक एवं अधिक मान वाला है।

अधिक मूर्त रूप में सारणी 5.2 पर एक दृष्टि हमें इन पदार्थों का एक अच्छा अनुभव प्रदान करती है। यहाँ ε एक छोटी धन संख्या है जो अनुचुंबकत्व का परिमाण निर्धारित करने के लिए लाई गई है। अब हम इन पदार्थों के बारे में कुछ विस्तार से चर्चा करेंगे।

सारणी 5.2

प्रतिचुंबकीय	अनुचुंबकीय	लोहचुंबकीय
$-1 \le \chi < 0$	$0 < \chi < \varepsilon$	$\chi >> 1$
$0 \le \mu_r < 1$	$1 < \mu_r < 1 + \varepsilon$	$\mu_r >> 1$
$\mu < \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu >> \mu_0$

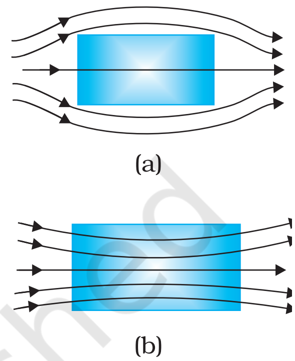
5.5.1 प्रतिचुंबकत्व

प्रतिचुंबकीय पदार्थ वह होते हैं जिनमें बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में अधिक तीव्रता वाले भाग से कम तीव्रता वाले भाग की ओर जाने की प्रवृत्ति होती है। दूसरे शब्दों में कहें तो चुंबक लोहे जैसी धातुओं को तो अपनी ओर आकर्षित करता है, परंतु यह प्रतिचुंबकीय पदार्थों को विकर्षित करेगा।

© NCERT not to be republished

चित्र 5.7 (a), बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखी प्रतिचुंबकीय पदार्थ की एक छड़ दर्शाता है। क्षेत्र रेखाएँ विकर्षित होती हैं या दूर हटती हैं इसलिए पदार्थ के अन्दर क्षेत्र कम हो जाता है अधिकांश मामलों में क्षेत्र की तीव्रता में यह कमी अत्यल्प होती है (10^5 भागों में एक भाग)। छड़ को किसी असमान चुंबकीय क्षेत्र में रखने पर इसकी प्रवृत्ति अधिक क्षेत्र से कम क्षेत्र की ओर जाने की होती है।

प्रतिचुंबकत्व की सरलतम व्याख्या इस प्रकार है–नाभिक के चारों ओर घूमते इलेक्ट्रॉनों के कारण कक्षीय कोणीय संवेग होता है। ये प्रक्रिमण करते इलेक्ट्रॉन एक धारावाही लूप के समतुल्य होते हैं और इस कारण इनका कक्षीय चुंबकीय आघूर्ण होता है, प्रतिचुंबकीय पदार्थ वे होते हैं जिनके परमाणु में परिणामी चुंबकीय आघूर्ण शून्य होता है। जब कोई बाह्य चुंबकीय क्षेत्र आरोपित किया जाता है तो जिन इलेक्ट्रॉनों के कक्षीय चुंबकीय आघूर्ण क्षेत्र की दिशा में होते हैं उनकी गति मंद हो जाती है और जिनके चुंबकीय आघूर्ण क्षेत्र के विपरीत दिशा में होते हैं उनकी गति बढ़ जाती है। ऐसा लेंज के नियम के अनुसार प्रेरित धारा के कारण होता है जिसके विषय में आप अध्याय 6 में अध्ययन करेंगे। इस प्रकार पदार्थ में परिणामी चुंबकीय आघूर्ण आरोपित क्षेत्र के विपरीत दिशा में विकसित होता है और इस कारण यह प्रतिकर्षित होता है।



चित्र 5.7 एक (a) प्रतिचुंबकीय (b) अनुचुंबकीय पदार्थ के निकट किसी बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के कारण चुंबकीय क्षेत्र रेखाओं का व्यवहार।

कुछ प्रतिचुंबकीय पदार्थ हैं– बिस्मथ, ताँबा, सीसा, सिलिकन, नाइट्रोजन (STP पर), पानी एवं सोडियम क्लोराइड। प्रति चुंबकत्व सभी पदार्थों में विद्यमान होता है। परंतु, अधिकांश पदार्थों के लिए यह इतना क्षीण होता है कि अनुचुंबकत्व एवं लौह चुंबकत्व जैसे प्रभाव इस पर हावी हो जाते हैं।

सबसे अधिक असामान्य प्रतिचुंबकीय पदार्थ हैं *अति चालक।* ये ऐसी धातुएँ हैं, जिनको यदि बहुत निम्न ताप तक ठंडा कर दिया जाता है तो ये पूर्ण चालकता एवं पूर्ण प्रतिचुंबकत्व दोनों प्रदर्शित करती हैं। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ पूर्णतः इनके बाहर रहती हैं, $\chi = -1$ एवं $\mu_r = 0$। एक अतिचालक, एक चुंबक को प्रतिकर्षित करेगा और (न्यूटन के तृतीय नियमानुसार) स्वयं इसके द्वारा प्रतिकर्षित होगा। अतिचालकों में पूर्ण प्रतिचुंबकत्व की यह परिघटना इसके आविष्कारक के नाम पर *माइस्नर प्रभाव* कहलाती है। अनेक भिन्न परिस्थितियों में जैसे कि, चुंबकीकृत अधरगामी अति तीव्र रेलगाड़ियों को चलाने में अतिचालक चुंबकों का लाभ उठाया जा सकता है।

5.5.2 अनुचुंबकत्व

अनुचुंबकीय पदार्थ ऐसे पदार्थ होते हैं जो बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षीण चुंबकत्व प्राप्त कर लेते हैं। उनमें क्षीण चुंबकीय क्षेत्र से सशक्त चुंबकीय क्षेत्र की ओर जाने की प्रवृत्ति होती है अर्थात ये चुंबक की ओर क्षीण बल द्वारा आकर्षित होते हैं।

किसी अनुचुंबकीय पदार्थ के परमाणुओं (या आयनों या अणुओं) का अपना स्वयं का स्थायी चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण होता है। परमाणुओं की सतत यादृच्छिक तापीय गति के कारण कोई परिणामी चुंबकीकरण दृष्टिगत नहीं होता। पर्याप्त शक्तिशाली बाह्य चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ की उपस्थिति में एवं निम्न तापों पर अलग-अलग परमाणुओं के द्विध्रुव आघूर्ण सरल रेखाओं में और $\mathbf{B}_0$ की दिशा के अनुदिश संरेखित किए जा सकते हैं। चित्र 5.7 (b) बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखी हुई अनुचुंबकीय पदार्थ की एक छड़ प्रदर्शित करता है। चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ पदार्थ के अंदर संकेंद्रित हो जाती हैं और अंदर चुंबकीय क्षेत्र बढ़ जाता है। अधिकतर मामलों में यह वृद्धि अति न्यून है, 10^5 भागों में एक भाग। असमान चुंबकीय क्षेत्र में रखने पर यह छड़ निम्न क्षेत्र से उच्च क्षेत्र की ओर चलने की चेष्टा करेगी।

कुछ अनुचुंबकीय पदार्थ हैं–ऐलुमिनियम, सोडियम, कैल्शियम, ऑक्सीजन (STP पर) एवं कॉपर क्लोराइड। किसी अनुचुंबकीय पदार्थ के लिए χ एवं μ_r दोनों का मान न केवल पदार्थ पर निर्भर करता है, वरन् (एक सरल रूप में) इसके ताप पर भी निर्भर करता है। बहुत उच्च चुंबकीय क्षेत्रों

© NCERT not to be republished

में या बहुत निम्न ताप पर, चुंबकन अपना अधिकतम मान ग्रहण करने लगता है, जबकि सभी परमाण्वीय द्विध्रुव आघूर्ण चुंबकीय क्षेत्र में रेखाओं के अनुदिश संरेखित हो जाते हैं। यह संतृप्त चुंबकन मान कहलाता है।

5.5.3 लौह चुंबकत्व

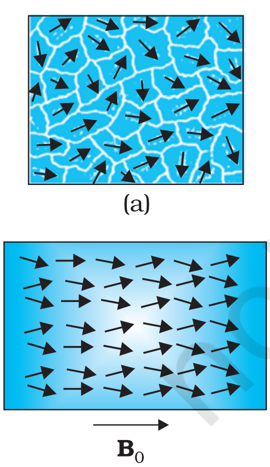
लौह चुंबकीय पदार्थ ऐसे पदार्थ होते हैं जो बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखे जाने पर शक्तिशाली चुंबक बन जाते हैं। उनमें चुंबकीय क्षेत्र के क्षीण भाग शक्तिशाली भाग की ओर चलने की तीव्र प्रवृत्ति होती है अर्थात वे चुंबक की ओर भारी आकर्षण बल का अनुभव करते हैं। किसी लौह चुंबकीय पदार्थ के एकल परमाणुओं (या आयनों या अणुओं) का भी अनुचुंबकीय पदार्थों की तरह ही चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण होता है। परंतु, वे एक-दूसरे के साथ इस प्रकार अन्योन्य क्रिया करते हैं कि एक स्थूल आयतन में (जिसे डोमेन कहते हैं) सब एक साथ एक दिशा में संरेखित हो जाते हैं। इस सहकारी प्रभाव की व्याख्या के लिए क्वांटम यांत्रिकी की आवश्यकता होती है, जो इस पाठ्यपुस्तक के क्षेत्र से बाहर है। प्रत्येक डोमेन का अपना परिणामी चुंबकन होता है। प्रारूपी डोमेन का आकार 1 mm है, और एक डोमेन में लगभग 10^{11} परमाणु होते हैं। प्रथमदृष्टया चुंबकन एक डोमेन से दूसरे डोमेन तक जाने पर यादृच्छिक रूप से बदलता है तथा कुल पदार्थ में कोई चुंबकन नहीं होता। यह चित्र 5.8 (a) में दिखाया गया है। जब हम बाह्य चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ लगाते हैं, तो डोमेन $\mathbf{B}_0$ के अनुदिश उन्मुख होने लगते हैं और साथ ही वे डोमेन जो $\mathbf{B}_0$ की दिशा में हैं, साइज़ में बढ़ने लगते हैं। डोमेनों का अस्तित्व और $\mathbf{B}_0$ के अनुदिश उनके होने वाली गति केवल अनुमान नहीं है। लौह चुंबकीय पदार्थ के पाउडर को किसी द्रव में छिड़क कर उसके निलंबन को सूक्ष्मदर्शी के द्वारा उसकी यादृच्छिक गति को देखा जा सकता है। चित्र 5.7 (b) वह स्थिति दर्शाता है जब सभी डोमेन पंक्तिबद्ध हो गए हैं और उन्होंने घुल-मिलकर एक अकेला विशाल डोमेन बना लिया है।

इस प्रकार एक लौह चुंबकीय पदार्थ में चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ बहुत अधिक संकेंद्रित हो जाती हैं। एक असमान चुंबकीय क्षेत्र में इस पदार्थ का नमूना अधिक शक्तिशाली चुंबकीय क्षेत्र वाले भाग की ओर चलने को प्रवृत्त होता है। हम यह सोच सकते हैं कि बाह्य क्षेत्र हटा लेने पर क्या होगा? कुछ चुंबकीय पदार्थों में चुंबकन बना रह जाता है। ऐसे पदार्थों को कठोर चुंबकीय पदार्थ या कठोर लौह चुंबक कहा जाता है। एलनिको (लोहे, ऐलुमिनियम, निकल, कोबाल्ट एवं ताँबे का एक मिश्रातु) ऐसा ही एक पदार्थ है और प्राकृतिक रूप में उपलब्ध लोडस्टोन दूसरा। इन पदार्थों से स्थायी चुंबक बनते हैं और इनका उपयोग चुंबकीय सुई बनाने के अलावा अन्य कार्यों में भी होता है। दूसरी ओर लौह चुंबकीय पदार्थों की एक श्रेणी ऐसी है जिनका चुंबकन बाह्य क्षेत्र को हटाते ही खत्म हो जाता है। नर्म लोहा ऐसा ही एक पदार्थ है। उचित रूप से ही, ऐसे पदार्थों को *नर्म लौह चुंबकीय पदार्थ* कहा जाता है। बहुत से तत्व लौह चुंबकीय हैं; जैसे–लोहा, कोबाल्ट, निकल, गैडोलिनियम आदि। इनकी आपेक्षिक चुंबकशीलता 1000 से अधिक है।

लौह चुंबकीय गुण भी ताप पर निर्भर करता है। पर्याप्त उच्च ताप पर एक लौह चुंबक, अनुचुंबक बन जाता है। ताप बढ़ने पर डोमेन संरचनाएँ विघटित होने लगती हैं। ताप बढ़ने पर चुंबकन का विलोपन धीरे-धीरे होता है।

चुंबकीय पदार्थ, डोमेन आदि
http://www.nde-ed.org/EducationResources/CommunityCollege/MagParticle/Physics/MagneticMatls.htm

भौतिकी



चित्र 5.8
(a) यादृच्छिक अभिविन्यासित डोमेन, (b) संरेखित डोमेन।

© NCERT not to be republished

सारांश

1. चुंबकत्व विज्ञान एक प्राचीन विज्ञान है। यह अत्यंत प्राचीन काल से ज्ञात रहा है कि चुंबकीय पदार्थों में उत्तर-दक्षिण दिशा में संकेत करने की प्रवृत्ति होती है। समान ध्रुव एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विपरीत ध्रुव आकर्षित। किसी छड़ चुंबक को काटकर दो भागों में विभाजित करें तो दो छोटे चुंबक बन जाते हैं। चुंबक के ध्रुव अलग नहीं किए जा सकते।
2. जब $\mathbf{m}$ चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण वाले छड़ चुंबक को समांग चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ में रखते हैं, तो
   (a) इस पर लगने वाला कुल बल शून्य होता है।
   (b) बल आघूर्ण $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$ होता है।
   (c) इसकी स्थितिज ऊर्जा $-\mathbf{m}.\mathbf{B}$ होती है, जहाँ हमने शून्य ऊर्जा को उस विन्यास में लिया है जब $\mathbf{m}$ चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ के लंबवत है।
3. लंबाई l एवं चुंबकीय आघूर्ण $\mathbf{m}$ का एक छड़ चुंबक लीजिए। इसके मध्य बिंदु से r दूरी पर, जहाँ $r >> l$, इस छड़ के कारण चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ का मान होगा,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi r^3} \quad \text{(अक्ष के अनुदिश)}$$

$$= -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \quad \text{(विषुवत वृत्त के अनुदिश)}$$

4. चुंबकत्व संबंधी गाउस के नियमानुसार, किसी बंद पृष्ठ में से गुजरने वाला कुल चुंबकीय फ्लक्स हमेशा शून्य होता है।

$$\phi_B = \sum_{\substack{\text{सभी क्षेत्रफल} \\ \text{अंशों } \Delta\mathbf{S} \text{ के लिए}}} \mathbf{B}.\Delta\mathbf{S} = 0$$

5. माना कि कोई पदार्थ एक बाह्य चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}_0$ में रखा है। *चुंबकीय तीव्रता* की परिभाषा है,
   $\mathbf{H} = \dfrac{\mathbf{B}_0}{\mu_0}$
   पदार्थ का चुंबकन $\mathbf{M}$ इसका द्विध्रुव आघूर्ण प्रति इकाई आयतन है। पदार्थ के अंदर चुंबकीय क्षेत्र
   $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$
6. रैखिक पदार्थ के लिए,
   $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$ जिससे कि $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
   एवं χ पदार्थ की चुंबकीय प्रवृत्ति कहलाती है। राशियों χ, आपेक्षिक चुंबकशीलता μ_r एवं चुंबकशीलता μ में निम्नलिखित संबंध हैं–
   $\mu = \mu_0 \mu_r$
   $\mu_r = 1 + \chi$
7. चुंबकीय पदार्थों को मोटे तौर पर तीन श्रेणियों में विभाजित करते हैं : प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय एवं लौह चुंबकीय। प्रतिचुंबकीय पदार्थों के लिए χ का मान ऋणात्मक और प्रायः बहुत कम होता है, अनुचुंबकीय पदार्थों के लिए χ धनात्मक एवं बहुत कम है। लौह चुंबकों के लिए χ धनात्मक एवं बहुत अधिक मान वाला है और ये $\mathbf{B}$ एवं $\mathbf{H}$ के रैखिक संबंधों से भी पहचाने जाते हैं।
8. वे पदार्थ जो सामान्य ताप पर लंबे समय के लिए लौह चुंबकीय गुण दर्शाते हैं, स्थायी चुंबक कहलाते हैं।

© NCERT not to be republished

भौतिक राशि	प्रतीक	प्रकृति	विमाएँ	मात्रक	टिप्पणी
निर्वात की चुंबकशीलता	μ_0	अदिश	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$	$\mu_0/4\pi = 10^{-7}$
चुंबकीय क्षेत्र; चुंबकीय प्रेरण; चुंबकीय फ्लक्स घनत्व	**B**	सदिश	$[MT^{-2}A^{-1}]$	T (टेस्ला)	10^4 G (गाउस) = 1 T
चुंबकीय आघूर्ण	**m**	सदिश	$[L^{-2}A]$	$A\,m^2$	
चुंबकीय फ्लक्स	ϕ_B	अदिश	$[ML^2T^{-2}A^{-1}]$	W (वेबर)	$W = T\,m^2$
चुंबकन	**M**	सदिश	$[L^{-1}A]$	$A\,m^{-1}$	$\frac{\text{चुंबकीय आघूर्ण}}{\text{आयतन}}$
चुंबकीय तीव्रता चुंबकीय क्षेत्र सामर्थ्य	**H**	सदिश	$[L^{-1}A]$	$A\,m^{-1}$	$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M})$
चुंबकीय प्रवृत्ति	χ	अदिश	-	-	$\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$
आपेक्षिक चुंबकशीलता	μ_r	अदिश	-	-	$\mathbf{B} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$
चुंबकशीलता	μ	अदिश	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$ $N\,A^{-2}$	$\mu = \mu_0\mu_r$ $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$

विचारणीय विषय

1. गतिमान आवेशों/धाराओं के माध्यम से चुंबकीय प्रक्रमों की संतोषजनक समझ सन 1800 ई. के बाद पैदा हुई। लेकिन, चुंबकों के दैशिक गुणों का प्रौद्योगिकीय उपयोग इस वैज्ञानिक समझ से दो हजार वर्ष पूर्व होने लगा था। अत: अभियांत्रिक अनुप्रयोगों के लिए, वैज्ञानिक समझ का होना कोई आवश्यक शर्त नहीं है। आदर्श स्थिति यह है कि विज्ञान और अभियांत्रिकी एक-दूसरे से सहयोग करते हुए चलते हैं। कभी विज्ञान अभियांत्रिकी को आगे बढ़ाता है तो कभी अभियांत्रिकी विज्ञान को।
2. एकल चुंबकीय ध्रुवों का अस्तित्व नहीं होता। यदि आप एक चुंबक को काट कर दो टुकड़े करते हैं तो आपको दो छोटे चुंबक प्राप्त होते हैं। इसके विपरीत पृथक्कृत धनात्मक एवं ऋणात्मक विद्युत आवेशों का अस्तित्व है। एक इलेक्ट्रॉन पर आवेश का परिमाण $|e| = 1.6 \times 10^{-19}$ C होता है जो आवेश का सूक्ष्मतम मान है। अन्य सभी आवेश इस न्यूनतम इकाई आवेश के पूर्ण गुणांक होते हैं। दूसरे शब्दों में, आवेश क्वांटीकृत होते हैं। हमें ज्ञात नहीं है कि एकल चुंबकीय ध्रुवों का अस्तित्व क्यों नहीं है अथवा विद्युत आवेश क्वांटीकृत क्यों होता है?
3. इस तथ्य का कि चुंबकीय एकल ध्रुवों का अस्तित्व नहीं होता, एक परिणाम यह है कि चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ संतत हैं और बंद लूप बनाती हैं। इसके विपरीत, वैद्युत बल रेखाएँ धनावेश से शुरू होकर ऋणावेश पर समाप्त हो जाती हैं (या अनंत में लीन हो जाती हैं)।
4. चुंबकीय प्रवृत्ति χ के मान में अत्यल्प अंतर से पदार्थ के व्यवहार में मूलभूत अंतर पाया जाता है, जैसे प्रतिचुंबक और अनुचुंबक के व्यवहारों में अंतर। प्रतिचुंबकीय पदार्थों के लिए $\chi = -10^{-5}$ जबकि अनुचुंबकीय पदार्थों के लिए $\chi = +10^{-5}$।
5. अतिचालक, परिपूर्ण प्रतिचुंबक (perfect diamagnetic) भी होते हैं। इसके लिए $\chi = -1$, $\mu_r = 0$, $\mu = 0$। बाह्य चुंबकीय क्षेत्र पूर्णत: इसके बाहर ही रहता है। एक मनोरंजक तथ्य यह

© NCERT not to be republished

है कि यह पदार्थ एक परिपूर्ण चालक भी है। परंतु, ऐसा कोई चिरसम्मत सिद्धांत नहीं है जो इन दोनों गुणों में एक सूत्रता ला सके। बार्डीन, कूपर एवं श्रीफर ने एक क्वांटम यांत्रिकीय सिद्धांत (BCS सिद्धांत) दिया है, जो इन प्रभावों की व्याख्या कर सकता है। BCS सिद्धांत 1957 में प्रस्तावित किया गया था और बाद में, 1970 में, भौतिकी के नोबेल पुरस्कार के रूप में इसको मान्यता प्राप्त हुई।

6. प्रतिचुंबकत्व सार्वत्रिक है। यह सभी पदार्थों में विद्यमान है। परंतु अनुचुंबकीय एवं लौह चुंबकीय पदार्थों में यह बहुत क्षीण होता है और इसका पता लगाना बहुत कठिन है।
7. हमने पदार्थों का प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय एवं लौह चुंबकीय रूपों में वर्गीकरण किया है। लेकिन चुंबकीय पदार्थों के इनके अलावा भी कुछ प्रकार हैं; जैसे–लघु लौह चुंबकीय (फेरी चुंबकीय), प्रतिलौह चुंबकीय, स्पिन-काँच आदि जिनके गुण बहुत ही असामान्य एवं रहस्यमय हैं।

अभ्यास

5.1 एक छोटा छड़ चुंबक जो एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र 0.25 T के साथ 30° का कोण बनाता है, पर 4.5×10^{-2} J का बल आघूर्ण लगता है। चुंबक के चुंबकीय आघूर्ण का परिमाण क्या है?

5.2 चुंबकीय आघूर्ण $m = 0.32\ JT^{-1}$ वाला एक छोटा छड़ चुंबक, 0.15 T के एकसमान बाह्य चुंबकीय क्षेत्र में रखा है। यदि यह छड़ क्षेत्र के तल में घूमने के लिए स्वतंत्र हो, तो क्षेत्र के किस विन्यास में यह (i) स्थायी संतुलन और (ii) अस्थायी संतुलन में होगा? प्रत्येक स्थिति में चुंबक की स्थितिज ऊर्जा का मान बताइए।

5.3 एक परिनालिका में पास-पास लपेटे गए 800 फेरे हैं, तथा इसका अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $2.5 \times 10^{-4}\ m^2$ है और इसमें 3.0 A धारा प्रवाहित हो रही है। समझाइए कि किस अर्थ में यह परिनालिका एक छड़ चुंबक की तरह व्यवहार करती है? इसके साथ जुड़ा हुआ चुंबकीय आघूर्ण कितना है?

5.4 यदि प्रश्न 5.3 में बताई गई परिनालिका ऊर्ध्वाधर दिशा के परितः घूमने के लिए स्वतंत्र हो और इस पर क्षैतिज दिशा में एक 0.25 T का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र लगाया जाए, तो इस परिनालिका पर लगने वाले बल आघूर्ण का परिमाण उस समय क्या होगा, जब इसकी अक्ष आरोपित क्षेत्र की दिशा से 30° का कोण बना रही हो?

5.5 एक छड़ चुंबक जिसका चुंबकीय आघूर्ण $1.5\ J T^{-1}$ है, 0.22 T के एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश रखा है।

(a) एक बाह्य बल आघूर्ण कितना कार्य करेगा यदि यह चुंबक को चुंबकीय क्षेत्र के (i) लंबवत (ii) विपरीत दिशा में संरेखित करने के लिए घुमा दे।

(b) स्थिति (i) एवं (ii) में चुंबक पर कितना बल आघूर्ण होता है?

5.6 एक परिनालिका जिसमें पास-पास 2000 फेरे लपेटे गए हैं तथा जिसके अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $1.6 \times 10^{-4}\ m^2$ है और जिसमें 4.0 A की धारा प्रवाहित हो रही है, इसके केंद्र से इस प्रकार लटकायी गई है कि यह एक क्षैतिज तल में घूम सके।

(a) परिनालिका के चुंबकीय आघूर्ण का मान क्या है?

(b) परिनालिका पर लगने वाला बल एवं बल आघूर्ण क्या है, यदि इस पर, इसकी अक्ष से 30° का कोण बनाता हुआ 7.5×10^{-2} T का एकसमान क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र लगाया जाए?

5.7 किसी छोटे छड़ चुंबक का चुंबकीय आघूर्ण $0.48\ JT^{-1}$ है। चुंबक के केंद्र से 10 cm की दूरी पर स्थित किसी बिंदु पर इसके चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा बताइए यदि यह बिंदु (i) चुंबक के अक्ष पर स्थित हो (ii) चुंबक के अभिलंब समद्विभाजक पर स्थित हो।

© NCERT not to be republished

12091CH06

अध्याय 6

वैद्युतचुंबकीय प्रेरण

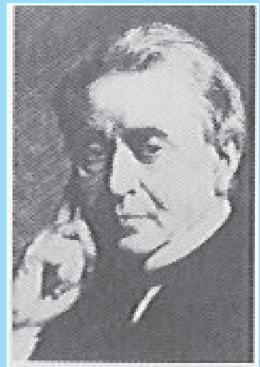
© NCERT not to be republished

6.1 भूमिका

विद्युत तथा चुंबकत्व काफी लंबे समय तक अलग-अलग तथा असंबद्ध परिघटनाएँ मानी जाती रही हैं। उन्नीसवीं शताब्दी के प्रारंभिक दशकों में ऑर्स्टेड, ऐम्पियर तथा कुछ अन्य वैज्ञानिकों द्वारा विद्युत धारा पर किए गए प्रयोगों ने यह प्रमाणित किया कि विद्युत तथा चुंबकत्व परस्पर संबंधित हैं। उन्होंने ज्ञात किया कि गतिमान विद्युत आवेश चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। उदाहरण के लिए, विद्युत धारा अपने पास रखी हुई एक चुंबकीय सुई को विक्षेपित करती है। इससे एक स्वाभाविक प्रश्न उत्पन्न होता है – क्या इसका विपरीत प्रभाव संभव है? क्या गतिमान चुंबक विद्युत धारा उत्पन्न कर सकते हैं? क्या प्रकृति विद्युत तथा चुंबकत्व के बीच इस प्रकार के संबंध की अनुमति देती है? इसका उत्तर एक निश्चित 'हाँ' है। लगभग सन 1830 में माइकल फैराडे द्वारा इंग्लैंड में तथा जोसेफ हेनरी द्वारा अमेरिका में किए गए प्रयोगों ने स्पष्ट रूप से दर्शाया कि परिवर्तनशील चुंबकीय क्षेत्र बंद कुंडलियों में विद्युत धारा उत्पन्न करता है। इस अध्याय में हम परिवर्तनशील चुंबकीय क्षेत्रों से संबंधित परिघटनाओं के बारे में अध्ययन करेंगे तथा इनमें निहित सिद्धांतों को समझेंगे। वह परिघटना जिसमें चुंबकीय क्षेत्रों द्वारा विद्युत धारा उत्पन्न होती है, उसे उचित रूप से ही *वैद्युतचुंबकीय प्रेरण* कहते हैं।

जब फैराडे ने प्रथम बार अपनी इस खोज को सार्वजनिक किया कि 'चालक तार से बने लूप तथा दंड चुंबक के बीच सापेक्ष गति कराने पर लूप में क्षीण धारा उत्पन्न होती है', तब उनसे पूछा गया कि 'इसका क्या उपयोग है'? फैराडे का उत्तर था, 'नवजात शिशु का क्या उपयोग होता है?'

वैद्युतचुंबकीय प्रेरण केवल सैद्धांतिक या शैक्षिक रूप से ही उपयोगी परिघटना नहीं है वरन व्यावहारिक दृष्टि से विद्युत न हो तो विद्युत प्रकाश न हो, ट्रेन न हो, टेलीफ़ोन न हो और कंप्यूटर न हो। फैराडे एवं हेनरी के इन पुरोगामी (pioneering) प्रयोगों ने ही आधुनिक जनित्रों एवं ट्रांसफार्मरों के विकास को संभव बनाया। आज की सभ्यता के विकास में वैद्युतचुंबकीय प्रेरण की खोज ने एक अहम भूमिका निभाई है।



जोसेफ हेनरी [1797 – 1878]

जोसेफ हेनरी अमेरिकी प्रायोगिक भौतिक–शास्त्री, प्रिंस्टन विश्वविद्यालय में प्रोफ़ेसर तथा स्मिथसोनियन इंस्टीट्यूशन के प्रथम निदेशक थे। लोहे के ध्रुवों के चारों ओर पृथक्कृत दंड चुंबक को स्थिर रखकर तथा इसके स्थान पर तार की कुंडलियाँ लपेटकर उन्होंने विद्युत चुंबकों में महत्वपूर्ण सुधार किए एवं एक विद्युत चुंबकीय मोटर तथा एक नए दक्ष टेलीग्राफ़ का आविष्कार किया। उन्होंने स्वप्रेरण की खोज की तथा इस बात का पता लगाया कि कैसे एक परिपथ में प्रवाहित धारा दूसरे परिपथ में धारा प्रेरित करती है।

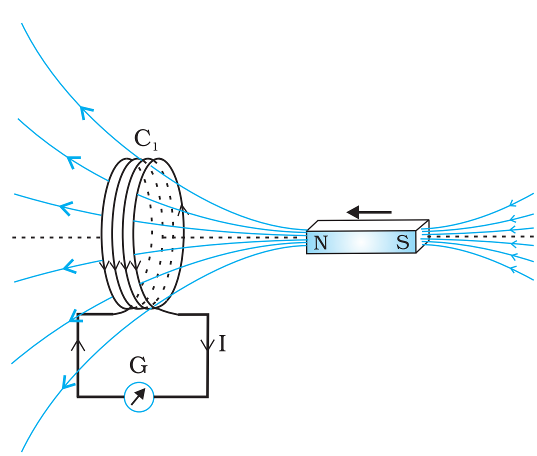
जोसेफ हेनरी (1797 – 1878)

6.2 फैराडे एवं हेनरी के प्रयोग

वैद्युतचुंबकीय प्रेरण की खोज तथा उसकी समझ फैराडे एवं हेनरी द्वारा किए गए अनेक प्रयोगों पर आधारित है। हम उनमें से कुछ प्रयोगों का वर्णन यहाँ करेंगे।

प्रयोग 6.1

चित्र 6.1 में धारामापी G से जुड़ी हुई एक कुंडली C_1* दर्शायी गई है। जब एक दंड चुंबक के उत्तरी ध्रुव को इस कुंडली की ओर धकेला जाता है तो धारामापी का संकेतक विक्षेपित होता है जो कुंडली में विद्युत धारा की उपस्थिति को दर्शाता है। यह विक्षेप तभी तक रहता है जब तक दंड चुंबक गति में रहता है। जब चुंबक स्थिर होता है तो धारामापी कोई विक्षेप नहीं दर्शाता। जब चुंबक को कुंडली से दूर ले जाते हैं तो धारामापी विपरीत दिशा में विक्षेप दर्शाता है, जो धारा प्रवाह की दिशा के विपरीत होने को दर्शाता है। इसके अतिरिक्त, जब दंड चुंबक के दक्षिणी ध्रुव को कुंडली की ओर या इससे दूर ले जाते हैं तो धारामापी में विक्षेप की दिशाएँ उत्तरी ध्रुव की इसी प्रकार की गति की अपेक्षा विपरीत हो जाती हैं। इसके अतिरिक्त, जब चुंबक को कुंडली की ओर या इससे दूर तेजी से गतिमान किया जाता है तो विक्षेप और इसलिए धारा अधिक प्राप्त होता है। यह भी देखा गया है कि यदि दंड चुंबक को स्थिर रखा जाए तथा इसके बजाय कुंडली C_1 को चुंबक की ओर या इससे दूर गतिमान किया जाए तो भी इसी प्रकार का प्रभाव उत्पन्न होता है। *यह दर्शाता है कि कुंडली में विद्युत धारा की उत्पत्ति (प्रेरण) चुंबक तथा कुंडली के मध्य सापेक्ष गति का प्रतिफल है।*



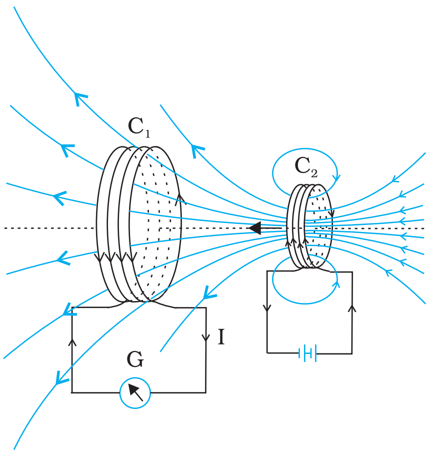
चित्र 6.1 जब दंड चुंबक को कुंडली की ओर धकेलते हैं, धारामापी G का संकेतक विक्षेपित होता है।

प्रयोग 6.2

चित्र 6.2 में दंड चुंबक को बैटरी से जुड़ी हुई एक दूसरी कुंडली C_2 से प्रतिस्थापित किया गया है। कुंडली C_2 में अपरिवर्ती धारा अपरिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। जैसे ही कुंडली C_2 को कुंडली C_1 की ओर लाते हैं, धारामापी एक विक्षेप दर्शाता है। यह कुंडली C_1 में प्रेरित विद्युत धारा को निर्दिशित करता है। जब C_2 को दूर ले जाते हैं तो धारामापी फिर से विक्षेप दर्शाता है, लेकिन इस बार यह विक्षेप विपरीत दिशा में होता है। यह विक्षेप तभी तक रहता है जब तक कुंडली C_2 गति में रहती है। जब कुंडली C_2 को

* जब भी कुंडली या 'लूप' शब्द का उपयोग किया जाता है तो यह मान लिया जाता है कि वे चालक पदार्थों से बने हैं तथा इन्हें जिन तारों से बनाया गया है उन पर अवरोधक पदार्थों की परत चढ़ी है।

© NCERT not to be republished



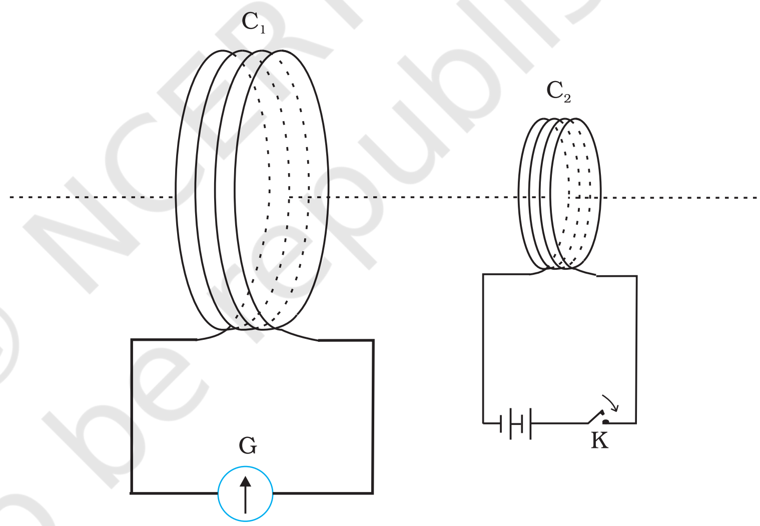
चित्र 6.2 धारायुक्त कुंडली C_2 की गति के कारण कुंडली C_1 में प्रेरित धारा उत्पन्न होती है।

स्थिर रखा जाता है तथा C_1 गतिमान होता है तो उन्हीं प्रभावों को फिर से देखा जा सकता है। यहाँ भी *कुंडलियों के मध्य सापेक्ष गति विद्युत धारा प्रेरित करती है।*

प्रयोग 6.3

उपरोक्त दोनों प्रयोगों में चुंबक तथा कुंडली के बीच तथा दो कुंडलियों के बीच सापेक्ष गति शामिल है। एक अन्य प्रयोग द्वारा फैराडे ने दर्शाया कि यह सापेक्ष गति कोई अति आवश्यक अनिवार्यता नहीं है। चित्र 6.3 में दो कुंडलियाँ C_1 तथा C_2 दर्शायी गई हैं जो स्थिर रखी गई हैं। कुंडली C_1 को एक धारामापी G से जोड़ा गया है जबकि दूसरी कुंडली C_2 को एक दाब-कुंजी K से होकर एक बैटरी से जोड़ा जाता है।

यह देखा जाता है कि दाब-कुंजी K को दबाने पर धारामापी एक क्षणिक विक्षेप दर्शाता है और फिर इसका संकेतक तत्काल शून्य पर वापस आ जाता है। यदि कुंजी



चित्र 6.3 प्रयोग 6.3 के लिए प्रयोगात्मक व्यवस्था

को लगातार दबाकर रखा जाए तो धारामापी में कोई विक्षेप नहीं होता। जब कुंजी को छोड़ा जाता है तो फिर से एक क्षणिक विक्षेप देखा जाता है, लेकिन यह विक्षेप विपरीत दिशा में होता है। यह भी देखा गया है कि यदि कुंडलियों में उनके अक्ष के अनुदिश एक लोहे की छड़ रख दी जाए तो विक्षेप नाटकीय रूप से बढ़ जाता है।

फैराडे एवं लेंज के नियमों से संबंधित प्रभावी एवं सजीव चित्रण
http://micro.magnet.fsu.edu/electromage/java/faraday2
भौतिकी

6.3 चुंबकीय फ्लक्स

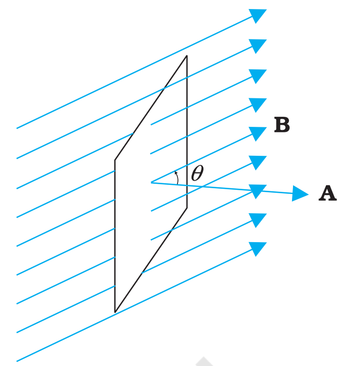
फैराडे की विशाल अंतर्दृष्टि के कारण वैद्युतचुंबकीय प्रेरण पर उनके द्वारा किए गए प्रयोगों की शृंखला की व्याख्या करने वाले एक सरल गणितीय संबंध की खोज करना संभव हुआ। तथापि, इसके पहले कि हम वह नियम बताएँ तथा उसकी प्रशंसा में कुछ कहें, हमें चुंबकीय फ्लक्स Φ_B की अवधारणा से परिचित हो जाना आवश्यक है। चुंबकीय फ्लक्स को भी ठीक उसी प्रकार परिभाषित किया जाता है जिस प्रकार विद्युतीय फ्लक्स को अध्याय 1 में परिभाषित किया गया है।

© NCERT not to be republished

यदि क्षेत्रफल **A** वाले समतल को एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** (चित्र 6.4) में रखा जाता है तो चुंबकीय फ्लक्स को व्यक्त किया जा सकता है –

$$\Phi_B = \mathbf{B}\ \ \mathbf{A} = BA\cos\theta \qquad (6.1)$$

जहाँ पर θ **B** तथा **A** के बीच का कोण है। एक सदिश राशि के रूप में क्षेत्रफल की अवधारणा का विवेचन पहले ही अध्याय 1 में किया जा चुका है। समीकरण (6.1) को वक्र पृष्ठों एवं असमान क्षेत्रों के लिए विस्तारित किया जा सकता है।



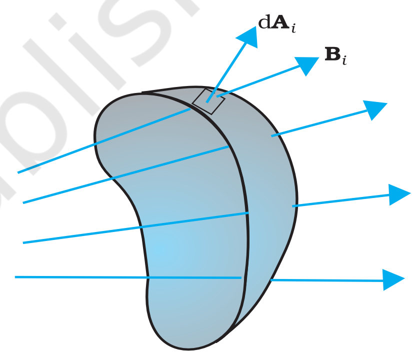
चित्र 6.4 एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** में रखा पृष्ठ क्षेत्रफल **A** वाला एक समतल।

यदि चित्र 6.5 में दर्शाए अनुसार किसी सतह के विभिन्न भागों पर चुंबकीय क्षेत्र के परिमाण तथा दिशाएँ भिन्न-भिन्न हों, तो सतह से होकर गुजरने वाला चुंबकीय फ्लक्स होगा

$$\Phi_B = \mathbf{B}_1\ \ d\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_2\ \ d\mathbf{A}_2 + \cdots = \sum_{\text{सभी}} \mathbf{B}_i\ \ d\mathbf{A}_i \qquad (6.2)$$

जहाँ 'सभी' का अर्थ है सतह के सभी सूक्ष्म क्षेत्र अवयवों $d\mathbf{A}_i$ के लिए योग तथा $\mathbf{B}_i$ क्षेत्र अवयव $d\mathbf{A}_i$ पर चुंबकीय क्षेत्र है। चुंबकीय फ्लक्स का SI मात्रक वेबर (Wb) है। इसे टेस्ला वर्ग मीटर (T m^2) द्वारा भी व्यक्त किया जाता है। चुंबकीय फ्लक्स एक अदिश राशि है।

6.4 फैराडे का प्रेरण का नियम



चित्र 6.5 वे अवयव क्षेत्र पर चुंबकीय क्षेत्र B_i। dA_i, *i*वें क्षेत्र अवयव का क्षेत्र सदिश निरूपित करता है।

प्रायोगिक प्रेक्षणों के आधार पर फैराडे इस निष्कर्ष पर पहुँचे कि जब किसी कुंडली में चुंबकीय फ्लक्स समय के साथ परिवर्तित होता है तब कुंडली में विद्युत वाहक बल प्रेरित होता है। अनुभाग 6.2 में चर्चित प्रायोगिक प्रेक्षणों की इस अवधारणा का उपयोग करके व्याख्या कर सकते हैं।

प्रयोग 6.1 में कुंडली C_1 की ओर अथवा इससे दूर चुंबक की गति तथा प्रयोग 6.2 में कुंडली C_1 की ओर अथवा इससे दूर एक धारा वाहक कुंडली C_2 की गति, कुंडली C_1 की ओर अथवा इससे दूर एक धारा वाहक कुंडली C_2 की गति, कुंडली C_1 से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स को परिवर्तित करती है। चुंबकीय फ्लक्स में परिवर्तन से कुंडली C_1 में विद्युत वाहक बल प्रेरित होता है। इसी प्रेरित विद्युत वाहक बल के कारण कुंडली C_1 तथा धारामापी में विद्युत धारा प्रवाहित होती है। प्रयोग 6.3 में किए गए प्रेक्षणों का एक युक्तियुक्त स्पष्टीकरण निम्न प्रकार है– जब दाब कुंजी K को दबाते हैं तो कुंडली C_2 में विद्युत धारा (तथा इसके कारण चुंबकीय क्षेत्र) अल्प समय में शून्य से अधिकतम मान तक बढ़ती है। परिणामस्वरूप, समीपस्थ कुंडली C_1 में भी चुंबकीय फ्लक्स बढ़ता है। कुंडली C_1 में होने वाले चुंबकीय फ्लक्स के इस परिवर्तन के कारण कुंडली C_1 में प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न होता है। जब कुंजी को दबाकर रखा जाता है तो कुंडली C_2 में धारा स्थिर रहती है। इसीलिए कुंडली C_1 में चुंबकीय फ्लक्स में कोई परिवर्तन नहीं होता तथा कुंडली C_1 में धारा शून्य हो जाती है। जब कुंजी को छोड़ते हैं तो कुंडली C_2 में विद्युत धारा तथा इसके कारण उत्पन्न होने वाला चुंबकीय क्षेत्र अल्प समय में अधिकतम मान से घटकर शून्य हो जाता है। इसके परिणामस्वरूप कुंडली C_1* में चुंबकीय फ्लक्स घटता है और इस प्रकार कुंडली C_1 में पुन: प्रेरित विद्युत धारा उत्पन्न होती है। इन सभी प्रेक्षणों में एक सर्वनिष्ठ बात यह है कि किसी परिपथ में चुंबकीय फ्लक्स के परिवर्तन दर के कारण प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न होता है। फैराडे ने प्रायोगिक प्रेक्षणों को एक नियम के रूप में व्यक्त किया जिसे *फैराडे का वैद्युतचुंबकीय*

* नोट कीजिए कि विद्युत चुंबक के समीप रखे सुग्राही विद्युत यंत्र विद्युत चुंबक को ऑन (ON) या ऑफ़ (OFF) करने पर उत्पन्न होने वाली धाराओं के कारण क्षतिग्रस्त हो जाते हैं।

© NCERT not to be republished

माइकल फैराडे (1791–1867)

माइकल फैराडे [1791–1867] माइकल फैराडे ने विज्ञान के क्षेत्र में महत्वपूर्ण योगदान किया, उदाहरण के लिए वैद्युतचुंबकीय प्रेरण की खोज, विद्युत अपघटन के नियम, बेंजीन तथा यह तथ्य कि ध्रुवण तल विद्युत क्षेत्र में घूर्णन कर सकता है। विद्युत मोटर, विद्युत जनित्र तथा ट्रांसफार्मर की खोज का श्रेय भी फैराडे को ही जाता है। उन्हें उन्नीसवीं शताब्दी का महानतम प्रयोगात्मक वैज्ञानिक माना जाता है।

प्रेरण का नियम कहते हैं। इस नियम को निम्न प्रकार से अभिव्यक्त किया गया है।

प्रेरित विद्युत वाहक बल का परिमाण चुंबकीय फ्लक्स में समय के साथ होने वाले परिवर्तन की दर के बराबर होता है।

गणितीय रूप में प्रेरित विद्युत धारा बल को

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \tag{6.3}$$

ऋण चिह्न ε की दिशा तथा परिणामत: बंद लूप में धारा की दिशा व्यक्त करता है। इसकी विस्तृत चर्चा हम अगले अनुच्छेद में करेंगे।

पास-पास लपेटे हुए N फेरों वाली किसी कुंडली के प्रत्येक फेरे से संबद्ध फ्लक्स में एकसमान परिवर्तन होता है। इसलिए कुल प्रेरित विद्युत वाहक बल का व्यंजक होगा–

$$\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \tag{6.4}$$

बंद कुंडली में फेरों की संख्या N बढ़ा कर प्रेरित विद्युत वाहक बल को बढ़ाया जा सकता है।

समीकरण (6.1) तथा (6.2), से हमें ज्ञात होता है कि फ्लक्स में परिवर्तन **B**, **A** तथा θ में से किसी एक या अधिक पदों को बदल कर किया जा सकता है। अनुच्छेद 6.2 के प्रयोगों 6.1 तथा 6.2 में फ्लक्स को **B** में परिवर्तित करके बदला गया है। फ्लक्स में परिवर्तन चुंबकीय क्षेत्र में इसी कुंडली के आकार में परिवर्तन करके (जैसे इसे सिकोड़ कर या खींच कर) या कुंडली को चुंबकीय क्षेत्र में इस प्रकार घूर्णन कराकर कि **B** तथा **A** के बीच में कोण θ बदल जाए, भी किया जा सकता है। इन अवस्थाओं में भी क्रमानुसार कुंडलियों में एक विद्युत वाहक बल प्रेरित होता है।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 6.1

उदाहरण 6.1 प्रयोग 6.2 पर विचार करें। (a) धारामापी में अधिक विक्षेप प्राप्त करने के लिए आप क्या करेंगे? (b) धारामापी की अनुपस्थिति में आप प्रेरित धारा की उपस्थिति किस प्रकार दर्शाएँगे?

हल

(a) अधिक विक्षेप प्राप्त करने के लिए निम्न में से एक या अधिक उपाय किए जा सकते हैं– (i) कुंडली C_2 के अंदर नर्म लोहे की छड़ का उपयोग करेंगे, (ii) कुंडली को एक उच्च शक्ति की बैटरी से जोड़ेंगे, (iii) परीक्षण कुंडली C_1 की ओर संयोजन को अधिक तेजी से ले जाएँगे।

(b) धारामापी को टॉर्च में उपयोग किए जाने वाले छोटे बल्ब से बदल देंगे। दोनों कुंडलियों के बीच सापेक्ष गति से बल्ब क्षणिक अवधि के लिए चमकेगा जो प्रेरित धारा के उत्पन्न होने का द्योतक है। *प्रयोगात्मक भौतिकी में हमें नवीनता लाने का प्रयास करना चाहिए। उच्चतम श्रेणी के प्रयोग वैज्ञानिक माइकल फैराडे प्रयोगों में विविधता लाने के लिए प्रसिद्ध हैं।*

उदाहरण 6.2

उदाहरण 6.2 एक वर्गाकार लूप जिसकी एक भुजा 10 cm लंबी है तथा जिसका प्रतिरोध 0.5 Ω है, पूर्व-पश्चिम तल में ऊर्ध्वाधर रखा गया है। 0.10 T के एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र को उत्तर-पूर्व दिशा में तल के आर-पार स्थापित किया गया है। चुंबकीय क्षेत्र को एकसमान दर से 0.70 s में घटाकर शून्य तक लाया जाता है। इस समय अंतराल में प्रेरित विद्युत वाहक बल तथा धारा का मान ज्ञात कीजिए।

हल कुंडली का क्षेत्रफल-सदिश, चुंबकीय क्षेत्र के साथ $\theta = 45^{\circ}$ कोण बनाता है। समीकरण (6.1) से, प्रारंभिक चुंबकीय फ्लक्स है

$\Phi = BA \cos \theta$

$$= \frac{0.1 \times 10^{-2}}{\sqrt{2}} \text{ Wb}$$

अंतिम फ्लक्स, $\Phi_{न्यूनतम} = 0$

फ्लक्स में परिवर्तन 0.70 s में हुआ। समीकरण (6.3) से, प्रेरक विद्युत वाहक बल होगा

$$\varepsilon = \frac{|\Delta \Phi_B|}{\Delta t} = \frac{|(\Phi - 0)|}{\Delta t} = \frac{10^{-3}}{\sqrt{2} \times 0.7} = 1.0 \text{ mV}$$

और धारा का परिमाण होगा

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{10^{-3}\text{V}}{0.5\Omega} = 2\,\text{mA}$$

ध्यान दें कि पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र भी लूप में कुछ फ्लक्स उत्पन्न करता है। किन्तु पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र स्थिर है (जो कि प्रयोग की अल्प अवधि में परिवर्तित नहीं होता) और कोई विद्युत वाहक बल प्रेरित नहीं करता।

उदाहरण 6.2

उदाहरण 6.3

10 cm त्रिज्या, 500 फेरों तथा 2 Ω प्रतिरोध की एक वृत्ताकार कुंडली को इसके तल के लंबवत पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक में रखा गया है। इसे अपने ऊर्ध्व व्यास के परितः 0.25 s में 180º से घुमाया गया कुंडली में प्रेरित विद्युत वाहक बल तथा विद्युत धारा का आकलन कीजिए। दिए गए स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक का मान 3.0×10^{-5} T है।

हल

कुंडली में प्रारंभिक फ्लक्स,

$$\Phi_{B\,(प्रारंभिक)} = BA \cos \theta$$
$$= 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 0°$$
$$= 3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb.}$$

घूर्णन के पश्चात अंतिम फ्लक्स,

$$\Phi_{B\,(अंतिम)} = 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 180°$$
$$= -3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

इसलिए प्रेरित विद्युत वाहक बल का आकलित मान है,

$$\varepsilon = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$
$$= 500 \times (6\pi \times 10^{-7})/0.25$$
$$= 3.8 \times 10^{-3} \text{ V}$$
$$I = \varepsilon/R = 1.9 \times 10^{-3} \text{ A}$$

ध्यान दें कि ये ε तथा I के परिमाणों के आकलित मान हैं। इनके तात्क्षणिक मान भिन्न हैं तथा वे किसी विशेष समय पर घूर्णन गति पर निर्भर करते हैं।

उदाहरण 6.3

© NCERT not to be republished

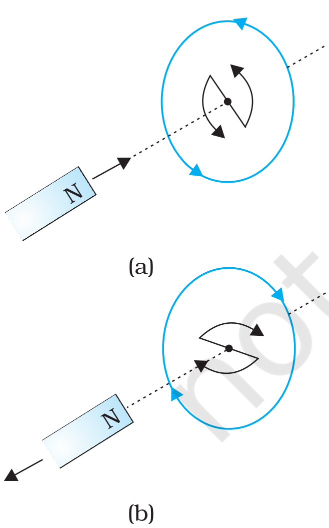
6.5 लेंज का नियम तथा ऊर्जा संरक्षण

सन 1834 में जर्मन भौतिकविद हेनरिक फ्रेडरिच लेंज (1804-1865) ने एक नियम का निगमन किया जिसे *लेंज का नियम* के नाम से जाना जाता है। यह नियम प्रेरित विद्युत वाहक बल की ध्रुवता (दिशा) का स्पष्ट एवं संक्षिप्त रूप में वर्णन करता है। इस नियम का प्रकथन है–

प्रेरित विद्युत वाहक बल की ध्रुवता (polarity) इस प्रकार होती है कि वह उस दिशा में धारा प्रवाह प्रवृत्त करे जो उसे उत्पन्न करने वाले कारक (चुंबकीय क्षेत्र परिवर्तन) का विरोध करे।

समीकरण (6.3) में ऋण चिह्न इस प्रभाव को निरूपित करता है। अनुच्छेद 6.2.1 के प्रयोग 6.1 का निरीक्षण करके हम लेंज के नियम को समझ सकते हैं। चित्र 6.1 में हम देखते हैं कि दंड चुंबक का उत्तरी–ध्रुव बंद कुंडली की ओर ले जाया जा रहा है। जब दंड चुंबक का उत्तरी ध्रुव कुंडली की ओर गति करता है तब कुंडली में चुंबकीय फ्लक्स बढ़ता है। इस प्रकार कुंडली में प्रेरित धारा ऐसी दिशा में उत्पन्न होती है जिससे कि यह फ्लक्स के बढ़ने का विरोध कर सके। यह तभी संभव है जब चुंबक की ओर स्थित प्रेक्षक के सापेक्ष कुंडली में धारा वामावर्त दिशा में हो। ध्यान दीजिए, इस धारा से संबद्ध चुंबकीय आघूर्ण की ध्रुवता उत्तरी है जबकि इसकी ओर चुंबक का उत्तरी ध्रुव आ रहा हो। इसी प्रकार, यदि कुंडली में चुंबकीय फ्लक्स घटेगा। चुंबकीय फ्लक्स के इस घटने का विरोध करने के लिए कुंडली में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त दिशा में बहती है तथा इसका दक्षिणी ध्रुव दूर हटते दंड चुंबक के उत्तरी ध्रुव की ओर होता है। इसके फलस्वरूप एक आकर्षण बल काम करेगा जो चुंबक की गति तथा इससे संबद्ध फ्लक्स के घटने का विरोध करेगा।

उपरोक्त उदाहरण में यदि बंद लूप के स्थान पर एक खुला परिपथ उपयोग किया जाए तो क्या होगा? इस दशा में भी, परिपथ के खुले सिरों पर एक प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न होगा। प्रेरित विद्युत वाहक बल की दिशा लेंज के नियम का उपयोग करके ज्ञात की जा सकती है। चित्र 6.6 (a) तथा (b) पर विचार करें। ये प्रेरित धाराओं की दिशा को समझने के लिए एक सरल विधि सुझाते हैं। ध्यान दीजिए कि तथा द्वारा दर्शायी गई दिशाएँ प्रेरित धारा की दिशाएँ निरूपित करती हैं।



चित्र 6.6
लेंज के नियम का चित्रण

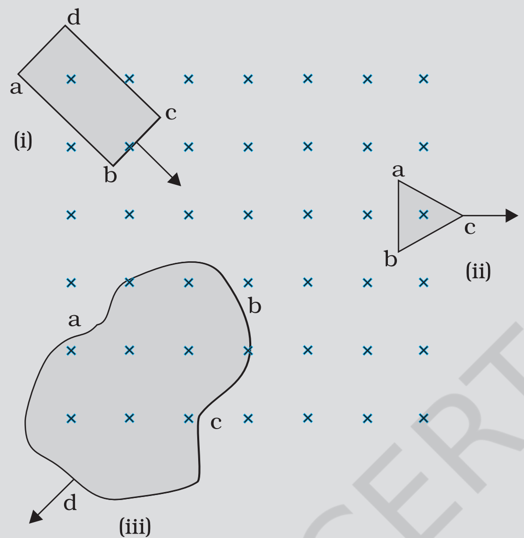
इस विषय पर थोड़े से गंभीर चिंतन से हम लेंज के नियम की सत्यता को स्वीकार कर सकते हैं। माना कि प्रेरित विद्युत धारा की दिशा चित्र 6.6(a) में दर्शायी गई दिशा के विपरीत है। उस दशा में, प्रेरित धारा के कारण दक्षिणी ध्रुव पास आते हुए चुंबक के उत्तरी ध्रुव की ओर होगा। इसके कारण दंड चुंबक कुंडली की ओर लगातार बढ़ते हुए त्वरण से आकर्षित होगा। चुंबक को दिया गया हलका-सा धक्का इस प्रक्रिया को प्रारंभ कर देगा तथा बिना किसी ऊर्जा निवेश के इसका वेग एवं गतिज ऊर्जा सतत रूप से बढ़ती जाएगी। यदि ऐसा हो सके तो उचित प्रबंध द्वारा एक शाश्वत गतिक मशीन (perpetual motion machine) का निर्माण किया जा सकता है। यह ऊर्जा के संरक्षण नियम का उल्लंघन है और इसीलिए ऐसा नहीं हो सकता।

अब चित्र 6.6(a) में दर्शायी गई सही स्थिति पर विचार करें। इस स्थिति में दंड चुंबक प्रेरित विद्युत धारा के कारण एक प्रतिकर्षण बल का अनुभव करता है। इसलिए चुंबक को गति देने के लिए हमें कार्य करना पड़ेगा। हमारे द्वारा खर्च की गई ऊर्जा कहाँ गई? वह ऊर्जा प्रेरित धारा द्वारा उत्पन्न जूल ऊष्मन के रूप में क्षयित होती है।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 6.4

चित्र 6.7 में विभिन्न आकार के समतल लूप जो चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश कर रहे हैं अथवा क्षेत्र से बाहर निकल रहे हैं, दिखाए गए हैं। चुंबकीय क्षेत्र लूप के तल के अभिलंबवत किंतु प्रेक्षक से दूर जाते हुए हैं। लेंज के नियम का उपयोग करते हुए प्रत्येक लूप में प्रेरित विद्युत धारा की दिशा ज्ञात कीजिए।



चित्र 6.7

हल

(i) आयताकार लूप abcd में चुंबकीय फ्लक्स, लूप के चुंबकीय क्षेत्र के भाग की ओर गति करने के कारण बढ़ता है। प्रेरित धारा पथ bcdab के अनुदिश प्रवाहित होनी चाहिए जिससे कि यह बढ़ते हुए फ्लक्स का विरोध कर सके।

(ii) बाहर की ओर गति करने के कारण, त्रिभुजाकार लूप abc में चुंबकीय फ्लक्स घटता है जिसके कारण प्रेरित धारा bacb के अनुदिश प्रवाहित होती है, जिससे कि यह फ्लक्स परिवर्तन का विरोध कर सके।

(iii) चुंबकीय क्षेत्र से बाहर की ओर गति करने के कारण अनियमित आकार के लूप abcd में चुंबकीय फ्लक्स घटता है जिसके कारण प्रेरित धारा cdabc के अनुदिश प्रवाहित होती है जिससे कि यह फ्लक्स का विरोध कर सके।

नोट कीजिए कि जब तक लूप पूरी तरह से चुंबकीय क्षेत्र के अंदर या इससे बाहर रहता है तब कोई प्रेरित धारा उत्पन्न नहीं होती।

उदाहरण 6.4

उदाहरण 6.5

(a) एक बंद लूप, दो स्थिर रखे गए स्थायी चुंबकों के उत्तरी तथा दक्षिणी ध्रुवों के बीच चुंबकीय क्षेत्र में स्थिर रखा गया है। क्या हम अत्यंत प्रबल चुंबकों का उपयोग करके लूप में धारा उत्पन्न होने की आशा कर सकते हैं।

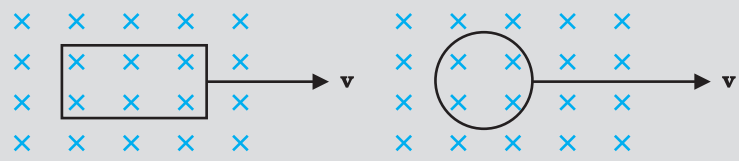
(b) एक बंद लूप विशाल संधारित्र की प्लेटों के बीच स्थिर विद्युत क्षेत्र के अभिलंबवत गति करता है। क्या लूप में प्रेरित धारा उत्पन्न होगी (i) जब लूप संधारित्र की प्लेटों के पूर्णत: अंदर हो (ii) जब लूप आंशिक रूप से प्लेटों के बाहर हो? विद्युत क्षेत्र लूप के तल के अभिलंबवत है।

(c) एक आयताकार लूप एवं एक वृत्ताकार लूप एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में से (चित्र 6.8) क्षेत्र विहीन भाग में *एकसमान वेग* **v** से निकल रहे हैं। चुंबकीय क्षेत्र से बाहर निकलते समय, आप

उदाहरण 6.5

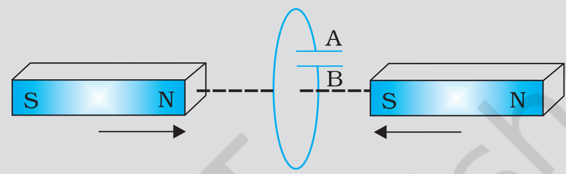
© NCERT not to be republished

किस लूप में प्रेरित विद्युत वाहक बल के स्थिर होने की अपेक्षा करते हैं? क्षेत्र, लूपों के तल के अभिलंबवत है।



चित्र 6.8

(d) चित्र 6.9 में वर्णित स्थिति के लिए संधारित्र की ध्रुवता की प्रागुक्ति (Predict) कीजिए।



चित्र 6.9

हल

(a) नहीं। चुंबक चाहे कितना भी प्रबल हो, प्रेरित धारा तभी उत्पन्न होगी जब लूप में से चुंबकीय फ्लक्स परिवर्तित हो।

(b) नहीं। विद्युत फ्लक्स परिवर्तित करके प्रेरित धारा प्राप्त नहीं हो सकती।

(c) आयताकार लूप के लिए प्रेरित विद्युत वाहक बल के स्थिर रहने की अपेक्षा कर सकते हैं। वृत्ताकार लूप में क्षेत्र के प्रभाव से बाहर निकलते समय लूप के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर स्थिर नहीं है, अतः प्रेरित विद्युत वाहक बल तदनुसार बदलेगा।

(d) संधारित्र की प्लेट 'A' की ध्रुवता प्लेट 'B' के सापेक्ष धनात्मक होगी।

उदाहरण 6.5

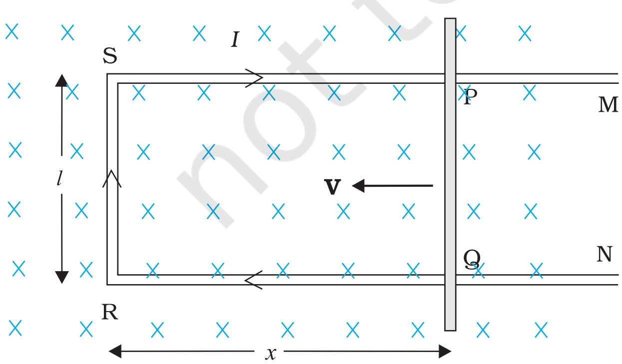
© NCERT not to be republished

6.6 गतिक विद्युत वाहक बल

किसी एकसमान, काल स्वतंत्र (time independent) चुंबकीय क्षेत्र में एक गतिमान ऋजु चालक पर विचार कीजिए। चित्र 6.10 में एक आयताकार चालक PQRS दर्शाया गया है जिसमें चालक PQ स्वतंत्र रूप से गति कर सकता है। छड़ PQ को स्थिर वेग **v** से बाईं ओर, चित्र में दर्शाए अनुसार, चलाया जाता है। मान लीजिए कि घर्षण के कारण किसी प्रकार का ऊर्जा का क्षय नहीं हो रहा है। PQRS एक बंद परिपथ बनाता है जिससे घिरा क्षेत्रफल PQ की गति के कारण परिवर्तित होता है। इसे एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** में इस प्रकार रखा जाता है कि इसका तल चुंबकीय क्षेत्र के अभिलंबवत हो। यदि लंबाई RQ = x तथा RS = l, तो लूप PQRS से घिरा चुंबकीय फ्लक्स Φ_B होगा

$$\Phi_B = Blx$$

क्योंकि x समय के साथ बदल रहा है, फ्लक्स Φ_B के परिवर्तन की दर के कारण एक प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न होगा जिसका मान होगा



चित्र 6.10 भुजा PQ बाईं ओर गतिमान है जिससे आयताकार लूप का क्षेत्रफल घट जाता है। इस गति के कारण दर्शाए अनुसार प्रेरित धारा I उत्पन्न होती है।

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(Blx)$$

$$= -Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = Blv \qquad (6.5)$$

जहाँ हमने $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = -v$ लिया है जो कि चालक PQ की चाल है। प्रेरित विद्युत वाहक बल Blv को *गतिक विद्युत वाहक बल* कहते हैं। इस प्रकार हम चुंबकीय क्षेत्र को परिवर्तित करने की बजाय किसी चालक को गतिमान करके, किसी परिपथ द्वारा घिरे चुंबकीय फ्लक्स में परिवर्तन करके प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न कर सकते हैं।

समीकरण (6.5) में दर्शाए गए गतिक विद्युत वाहक बल के व्यंजक को चालक PQ के स्वतंत्र आवेशों पर कार्य करने वाले लोरेंज बल की सहायता से भी समझाना संभव है। चालक PQ में कोई यादृच्छिक (arbitrary) आवेश q पर विचार करें। जब छड़ चाल v से गति करती है तो आवेश भी चुंबकीय क्षेत्र **B** में चाल v से गति करेगा। इस आवेश पर लोरेंज बल का परिमाण qvB है तथा इसकी दिशा Q के अनुदिश होगी। प्रत्येक आवेश परिमाण तथा दिशा में, छड़ PQ में उनकी स्थिति के निरपेक्ष, समान बल का अनुभव करेंगे।

आवेश को P से Q तक ले जाने में किया गया कार्य है, $W = qvBl$

चूँकि प्रति इकाई आवेश पर किया गया कार्य ही विद्युत वाहक बल है, अतः

$$\varepsilon = \frac{W}{q} = Blv$$

यह समीकरण छड़ PQ के सिरों के बीच प्रेरण द्वारा उत्पन्न हुए विद्युत वाहक बल का मान बताती है तथा समीकरण (6.5) के तुल्य है। हम इस बात को जोर देकर कहना चाहते हैं कि हमारी यह प्रस्तुति पूर्णतः यथार्थ नहीं है। परंतु यह किसी एकसमान एवं समय के साथ न बदलने वाले चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान चालक के लिए फैराडे के नियम का आधार समझने में हमारी सहायता करती है।

दूसरी ओर, यह स्पष्ट नहीं होता है कि जब चालक स्थिर हो और चुंबकीय क्षेत्र परिवर्तित हो रहा हो तो इसमें emf कैसे प्रेरित होता है – जो एक ऐसा तथ्य है जो फैराडे के अनेक प्रयोग द्वारा पुष्ट होता है। स्थिर चालक के लिए इसके आवेशों पर लगने वाला बल,

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q\mathbf{E} \qquad (6.6)$$

क्योंकि $\mathbf{v} = 0$ है, अतः आवेश पर लगने वाला कोई भी बल केवल विद्युत क्षेत्र **E** के कारण होगा। इसलिए प्रेरित विद्युत वाहक बल या प्रेरित धारा के अस्तित्व की व्याख्या करने के लिए हमें यह मान लेना चाहिए कि समय के साथ परितवर्तनशील चुंबकीय क्षेत्र एक विद्युतीय क्षेत्र भी उत्पन्न करता है। तथापि, साथ ही हम यह भी कहना चाहेंगे कि स्थिर विद्युत आवेशों द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र समय के साथ बदलते चुंबकीय क्षेत्रों द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्रों से भिन्न गुण रखते हैं। अध्याय 4 में हमने अध्ययन किया कि गतिमान आवेश (विद्युत धारा) स्थिर चुंबक पर बल/बल युग्म आरोपित कर सकते हैं। इसके विपरीत एक गतिमान दंड चुंबक (या अधिक व्यापक रूप में कहें तो एक परिवर्तनशील चुंबकीय क्षेत्र) स्थिर आवेश पर एक बल आरोपित कर सकता है। यही फैराडे की खोज की मूलभूत महत्ता है। विद्युत एवं चुंबकत्व परस्पर संबंधित होते हैं।

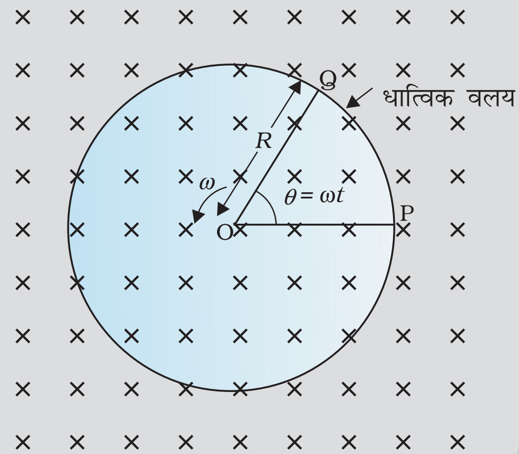
भौतिकी

गतिक emf संबंधी प्रभावी सजीव चित्रण
http://ngsir.netfirms.com/englishhtm/induction.htm
http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/bu_semester2/index.html.

उदाहरण 6.6 एक मीटर लंबी धातु की एक छड़ को 50 चक्कर/सेंकड की आवृत्ति से घुमाया गया है। छड़ का एक सिरा वृत्ताकार धात्विक वलय जिसकी त्रिज्या 1 मीटर है, के केन्द्र पर तथा दूसरा सिरा वलय की परिधि पर कब्ज़े से इस प्रकार जुड़ा है कि छड़ की गति वलय के केन्द्र से जाने वाले तथा वलय के तल में अभिलंबवत अक्ष के परितः है (चित्र 6.11)। अक्ष के अनुदिश एक स्थिर तथा एकसमान चुंबकीय क्षेत्र 1 T सर्वत्र उपस्थित है। केन्द्र तथा धात्विक वलय के बीच विद्युत वाहक बल क्या होगा?

उदाहरण 6.6

© NCERT not to be republished



चित्र 6.11

हल

प्रथम विधि :

जब छड़ घूर्णन करती है तो छड़ में मुक्त इलेक्ट्रॉन लोरेंज बल के कारण बाहरी सिरे की ओर गति करते हैं तथा वलय के ऊपर वितरित हो जाते हैं। इस प्रकार, आवेशों के परिणामी पृथक्करण के कारण छड़ के सिरों के बीच एक विद्युत वाहक बल उत्पन्न होता है। विद्युत वाहक बल के एक निश्चित मान के लिए इलेक्ट्रॉनों का और अधिक प्रवाह नहीं होता तथा एक स्थायी दशा पहुँच जाती है। समीकरण (6.5) का उपयोग करने पर, जब छड़ चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत गतिमान है तो इसकी लंबाई $\mathrm{d}r$ के आर-पार उत्पन्न विद्युत वाहक बल का परिमाण प्राप्त होगा

$\mathrm{d}\varepsilon = Bv\,\mathrm{d}r$ अत:,

$$\varepsilon = \int \mathrm{d}\varepsilon = \int_0^R Bv\,\mathrm{d}r = \int_0^R B\omega r\,\mathrm{d}r = \frac{B\omega R^2}{2}$$

नोट कीजिए कि हमने $v = \omega r$ उपयोग किया है। इससे प्राप्त होता है

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \times 1.0 \times 2\pi \times 50 \times (1^2)$$

$= 157$ V

द्वितीय विधि–

विद्युत वाहक बल की गणना करने के लिए हम एक बंद लूप OPQ की कल्पना करते हैं जिसमें बिंदु O तथा P को प्रतिरोध R से जोड़ा गया है तथा OQ घूमती हुई छड़ है। प्रतिरोध के आर-पार विभवान्तर प्रेरित विद्युत वाहक बल के बराबर होगा तथा ये $B \times$ (लूप के क्षेत्रफल परिवर्तन की दर) के बराबर होगा। यदि t समय पर छड़ तथा P पर वृत्त की त्रिज्या के बीच का कोण θ है, तो खंड OPQ का क्षेत्रफल प्राप्त होगा

$$\pi R^2 \times \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{2} R^2 \theta$$

जहाँ पर R वृत्त की त्रिज्या है। अत: प्रेरित विद्युत वाहक बल है

$$\varepsilon = B \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{2} R^2 \theta\right] = \frac{1}{2} B R^2 \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{B\omega R^2}{2}$$

[नोट कीजिए : $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega = 2\pi\nu$]

यह व्यंजक प्रथम विधि द्वारा प्राप्त व्यंजक के अनुरूप ही है और हम ε का समान मान पाते हैं।

उदाहरण 6.6

© NCERT not to be republished

उदाहरण 6.7

एक पहिया जिसमें 0.5 m लंबे 10 धात्विक स्पोक (spokes) हैं, को 120 चक्र प्रति मिनट की दर से घुमाया जाता है। पहिये का घूर्णन तल उस स्थान पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक H_E के अभिलंबवत है। उस स्थान पर यदि H_E = 0.4 G है तो पहिये की धुरी (axle) तथा रिम के मध्य स्थापित प्रेरित विद्युत वाहक बल का मान क्या होगा? नोट कीजिए $1\ G = 10^{-4}\ T$

हल

प्रेरित विद्युत वाहक बल = $(1/2)\ \omega B R^2$

$$= (1/2) \times 4\pi \times 0.4 \times 10^{-4} \times (0.5)^2$$

$$= 6.28 \times 10^{-5}\ V$$

क्योंकि स्पोक के आरपार विद्युत वाहक बल समांतर हैं इसलिए उनकी संख्या का कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

उदाहरण 6.7

6.7 प्रेरकत्व

एक कुंडली के निकट रखी दूसरी कुंडली में फ्लक्स परिवर्तन से अथवा उसी कुंडली में फ्लक्स परिवर्तन से, उस कुंडली में विद्युत धारा प्रेरित हो सकती है। ये दोनों स्थितियाँ अगले दो उपखंडों में अलग-अलग वर्णित की गई हैं। तथापि, इन दोनों स्थितियों में, कुंडली में फ्लक्स धारा के समानुपाती है। अर्थात् $\Phi_B \propto I$

इसके अतिरिक्त यदि समय के साथ कुंडली की ज्यामिति नहीं बदलती, तब

$$\frac{d\Phi_B}{dt} \propto \frac{dI}{dt}$$

समीप-समीप लिपटे N फेरों (turns) वाली कुंडली के सभी फेरों से समान चुंबकीय फ्लक्स संबद्ध होता है। जब कुंडली में फ्लक्स Φ_B परिवर्तित होता है तो प्रत्येक फेस प्रेरित विद्युत वाहक बल में योगदान करता है। इसलिए एक पद *फ्लक्स-बंधता* (flux linkage) का उपयोग होता है जो कि पास-पास लिपटी कुंडली के लिए $N\Phi_B$ के बराबर है तथा इस स्थिति में

$$N\Phi_B \propto I$$

इस संबंध में समानुपातिक स्थिरांक को *प्रेरकत्व* कहते हैं। हम देखेंगे कि प्रेरकत्व का मान कुंडली की ज्यामिति तथा उसके पदार्थ के नैज (intrinsic) गुणधर्मों पर निर्भर करता है। यह पक्ष धारिता की प्रकृति के समान है जो समांतर प्लेट संधारित्र के लिए प्लेट के क्षेत्रफल तथा प्लेट-पृथक्करण (ज्यामिति) तथा उनके बीच उपस्थित माध्यम के परावैद्युतांक K (पदार्थ के नैज गुणधर्म) पर निर्भर करती है।

प्रेरकत्व एक अदिश राशि है। इसकी विमाएँ $[M L^2 T^{-2} A^{-2}]$ हैं जो कि फ्लक्स की विमाओं तथा धारा की विमाओं के अनुपात द्वारा व्यक्त की जाती हैं। प्रेरकत्व की SI मात्रक *हेनरी* है तथा इसे H द्वारा व्यक्त किया जाता है। यह नाम *जोसेफ हेनरी* के सम्मान में रखा गया है जिन्होंने इंग्लैंड के वैज्ञानिक फैराडे से अलग अमेरिका में वैद्युत चुंबकीय प्रेरण की खोज की।

6.7.1 अन्योन्य प्रेरकत्व

चित्र 6.12 में दर्शायी गई दो लंबी समाक्षी (co-axial) परिनालिकाओं (solenoids) जिनकी प्रत्येक की लंबाई l है, पर विचार कीजिए। हम अंत: परिनालिका S_1 की त्रिज्या r_1 तथा उसकी इकाई लंबाई में फेरों की संख्या को n_1 द्वारा व्यक्त करते हैं। बाह्य परिनालिका S_2 के लिए संगत राशियाँ

क्रमशः r_2 तथा n_2 हैं। मान लीजिए N_1 तथा N_2 क्रमशः कुंडलियों S_1 तथा S_2 में फेरों की कुल संख्या है।

जब S_2 में धारा I_2 प्रवाहित करते हैं तो यह S_1 में एक चुंबकीय फ्लक्स स्थापित करती है। हम इसे Φ_1 से निर्दिष्ट करते हैं। परिनालिका S_1 में संगत फ्लक्स-बंधता है

$$N_1 \Phi_1 = M_{12} I_2 \tag{6.7}$$

M_{12} को परिनालिका S_1 का परिनालिका S_2 के सापेक्ष *अन्योन्य प्रेरकत्व* कहते हैं। इसे *अन्योन्य प्रेरक गुणांक* भी कहा जाता है।

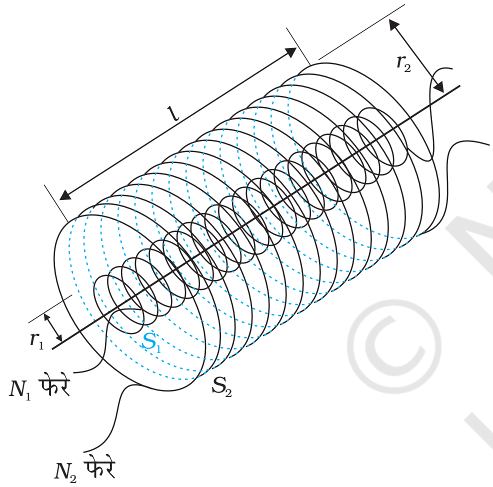
इन सरल समाक्षी परिनालिकाओं के लिए M_{12} की गणना संभव है। परिनालिका S_2 में स्थापित विद्युत धारा I_2 द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र है $\mu_0 n_2 I_2$। कुंडली S_1 के साथ परिणामी फ्लक्स-बंधता है

$$N_1\Phi_1 = (n_1 l)\,(\pi r_1^2)\,(\mu_0 n_2 I_2)$$

$$= \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l\, I_2 \tag{6.8}$$

जहाँ $n_1 l$ परिनालिका S_1 में कुल फेरों की संख्या है। इस प्रकार, समीकरण (6.7) तथा समीकरण (6.8) से

$$M_{12} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \tag{6.9}$$



चित्र 6.12 समान लंबाई l की दो समाक्षी दीर्घ परिनालिकाएँ।

ध्यान दीजिए कि हमने यहाँ पर कोर-प्रभावों को नगण्य मान लिया है तथा चुंबकीय क्षेत्र $\mu_0 n_2 I_2$ को परिनालिका S_2 की लंबाई तथा चौड़ाई में सर्वत्र एकसमान माना है। यह ध्यान रखते हुए कि परिनालिका लंबी है, जिसका अर्थ है $l >> r_2$ यह एक अच्छा सन्निकटन (approximation) है।

अब हम विपरीत स्थिति पर विचार करते हैं। परिनालिका S_1 से एक विद्युत धारा I_1 प्रवाहित की जाती है तथा परिनालिका S_2 से फ्लक्स-बंधता है,

$$N_2 \Phi_2 = M_{21} I_1 \tag{6.10}$$

M_{21} को परिनालिका S_2 का परिनालिका S_1 के सापेक्ष *अन्योन्य प्रेरकत्व* कहते हैं।

S_1 में धारा I_1 के कारण फ्लक्स पूरी तरह S_1 के अंदर सीमित माना जा सकता है क्योंकि परिनालिकाएँ बहुत लंबी हैं। अतः, परिनालिका S_2 के साथ फ्लक्स-बंधता है

$$N_2\Phi_2 = (n_2 l)\,(\pi r_1^2)\,(\mu_0 n_1 I_1)$$

यहाँ पर $n_2 l$, S_2 में फेरों की कुल संख्या है। समीकरण (6.10) से,

$$M_{21} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \tag{6.11}$$

समीकरण (6.9) तथा समीकरण (6.10) का उपयोग करके हमें प्राप्त होता है

$$M_{12} = M_{21} = M \text{ (माना)} \tag{6.12}$$

हमने यह समानता दीर्घ लंबाई की समाक्षी परिनालिकाओं के लिए दर्शायी है। तथापि, यह संबंध व्यापक रूप से सत्य है। नोट कीजिए कि यदि अंतःपरिनालिका बाह्य परिनालिका से बहुत छोटी होती (तथा बाह्य परिनालिका में ठीक प्रकार अंदर रखी होती) तब भी हम फ्लक्स ग्रंथिका $N_1\Phi_1$ की गणना कर पाते, क्योंकि अंतःपरिनालिका बाह्य परिनालिका के कारण प्रभावी ढंग से एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में निमज्जित है। इस स्थिति में, M_{12} की गणना सरल होगी। तथापि, बाह्य परिनालिका से आबद्ध फ्लक्स की गणना करना अत्यंत कठिन होगा क्योंकि अंतःपरिनालिका के कारण चुंबकीय क्षेत्र बाह्य परिनालिका की लंबाई तथा साथ-ही-साथ अनुप्रस्थ काट के आर-पार परिवर्तित होगा।

© NCERT not to be republished

इसीलिए इस स्थिति में M_{21} की गणना भी अत्यंत कठिन होगी। ऐसी स्थितियों में $M_{12}=M_{21}$ जैसी समानता अत्यंत लाभकारी होगी।

उपरोक्त उदाहरण की व्याख्या हमने यह मान कर की है कि परिनालिकाओं के अंदर माध्यम वायु है। इसके स्थान पर यदि μ_r सापेक्ष चुंबकशीलता का माध्यम मौजूद होता तो अन्योन्य प्रेरकत्व का मान होता

$$M = \mu_r \mu_0 \, n_1 n_2 \pi \, r_1^2 \, l$$

यह जानना भी महत्वपूर्ण है कि कुंडलियों, परिनालिकाओं आदि के युग्म का अन्योन्य प्रेरकत्व उनके पृथक्करण एवं साथ-ही-साथ उनके सापेक्ष दिक्‌विन्यास (orientation) पर निर्भर है।

उदाहरण 6.8 दो संकेन्द्री वृत्ताकार कुंडलियाँ, एक कम त्रिज्या r_1 की तथा दूसरी अधिक त्रिज्या r_2 की, ऐसी कि $r_1 << r_2$, समाक्षी रखी हैं तथा दोनों के केन्द्र संपाती हैं। इस व्यवस्था के लिए अन्योन्य प्रेरकत्व ज्ञात कीजिए।

हल माना कि बाह्य वृत्ताकार कुंडली में से I_2 धारा प्रवाहित होती है। कुंडली के केन्द्र पर चुंबकीय क्षेत्र है $B_2 = \mu_0 I_2 / 2r_2$। क्योंकि दूसरी समाक्षी कुंडली की त्रिज्या अत्यंत अल्प है, उसके अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल पर B_2 का मान स्थिर माना जा सकता है। अतः,

$$\Phi_1 = \pi r_1^2 B_2$$

$$= \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2} I_2$$

$$= M_{12} I_2$$

इस प्रकार,

$$M_{12} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

समीकरण (6.12) से

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

ध्यान दीजिए कि हमने M_{12} की गणना Φ_1 के सन्निकट मान से यह मानते हुए की है कि चुंबकीय क्षेत्र B_2 का मान क्षेत्रफल πr_1^2 पर एकसमान है। तथापि, हम इस मान को स्वीकार कर सकते हैं क्योंकि $r_1 << r_2$।

उदाहरण 6.8

© NCERT not to be republished

अब, अनुच्छेद 6.2 के प्रयोग 6.3 को स्मरण करें। उस प्रयोग में, जब भी कुंडली C_2 में धारा परिवर्तित होती है, कुंडली C_1 में विद्युत वाहक बल प्रेरित होता है। मान लीजिए कुंडली C_1 (माना N_1 फेरों वाली) में फ्लक्स Φ_1 है, जबकि कुंडली C_2 में धारा I_2 है।

तब समीकरण (6.7) से हमें प्राप्त होगा

$$N_1 \Phi_1 = M I_2$$

समय के साथ परिवर्तनशील धाराओं के लिए

$$\frac{d(N_1 \Phi_1)}{dt} = \frac{d(M I_2)}{dt}$$

क्योंकि कुंडली C_1 में प्रेरक विद्युत वाहक बल का मान है

$$\varepsilon_1 = -\frac{d(N_1 \Phi_1)}{dt}$$

हमें प्राप्त होगा,

$$\varepsilon_1 = -M\frac{dI_2}{dt}$$

यह दर्शाता है कि किसी कुंडली में परिवर्ती धारा समीपस्थ कुंडली में विद्युत वाहक बल प्रेरित कर सकती है। प्रेरक विद्युत वाहक बल का परिमाण धारा परिवर्तन की दर तथा दोनों कुंडलियों के अन्योन्य प्रेरकत्व पर निर्भर है।

6.7.2 स्व-प्रेरकत्व

पिछले उप-परिच्छेद में हमने एक परिनालिका में बहने वाली धारा के कारण दूसरी परिनालिका में उत्पन्न होने वाले फ्लक्स के बारे में विचार किया। किसी एकल वियुक्त कुंडली में भी उसी कुंडली में धारा परिवर्तित करने पर कुंडली में होने वाले फ्लक्स परिवर्तन के कारण, विद्युत वाहक बल प्रेरित करना संभव है। इस परिघटना को *स्व-प्रेरण* कहते हैं। इस स्थिति में, N फेरों वाली कुंडली में फ्लक्स-बंधता, कुंडली में बहने वाली धारा के समानुपातिक है तथा इसे व्यक्त कर सकते हैं,

$$N\Phi_B \propto I$$

$$N\Phi_B = L\,I \qquad (6.13)$$

यहाँ समानुपातिक स्थिरांक L को कुंडली का *स्व-प्रेरकत्व* कहते हैं। इसे कुंडली का *स्व-प्रेरण गुणांक* भी कहते हैं। जब धारा परिवर्तित होती है, कुंडली से संबद्ध फ्लक्स भी परिवर्तित होता है। समीकरण (6.13) का उपयोग करने पर प्रेरित विद्युत वाहक बल होगा

$$\varepsilon = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \qquad (6.14)$$

इस प्रकार, स्व-प्रेरित विद्युत वाहक बल सदैव कुंडली में किसी भी धारा परिवर्तन (बढ़ना या घटना) का विरोध करता है।

सरल ज्यामितियों से किसी परिपथ के लिए स्व-प्रेरकत्व की गणना करना संभव है। आइए एक लंबी परिनालिका के स्व-प्रेरकत्व की गणना करें, जिसके अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A तथा लंबाई l है, तथा इसी एकांक लंबाई में फेरों की संख्या n है। परिनालिका में प्रवाहित होने वाली धारा I के कारण चुंबकीय क्षेत्र $B = \mu_0\, n\, I$ है (पहले की भाँति कोर प्रभावों को नगण्य मानते हुए)। परिनालिका से संबद्ध कुल फ्लक्स हैं

$$N\Phi_B = (nl)(\mu_0 n I)(A)$$

$$= \mu_0 n^2 A l I$$

यहाँ पर nl फेरों की कुल संख्या है। अतः, स्व-प्रेरकत्व है,

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

$$= \mu_0 n^2 A l \qquad (6.15)$$

यदि हम परिनालिका की अंतःधारा को μ_r आपेक्षिक चुंबकशीलता वाले पदार्थ से भर दें (उदाहरण के लिए नर्म लोहा, जिसकी आपेक्षिक चुंबकशीलता का मान उच्च है), तब,

$$L = \mu_r\, \mu_0\, n^2 A l \qquad (6.16)$$

कुंडली का स्वप्रेरकत्व उसकी ज्यामितीय संरचना तथा माध्यम की चुंबकशीलता पर निर्भर है।

स्वप्रेरित विद्युत वाहक बल को *विरोधी विद्युत वाहक बल (back emf)* भी कहते हैं क्योंकि यह परिपथ में किसी भी धारा-परिवर्तन का विरोध करता है। भौतिक दृष्टि से *स्व-प्रेरकत्व जड़त्व का कार्य करता है।* यह यांत्रिकी में द्रव्यमान का विद्युतचुंबकीय अनुरूप है। अतः, धारा स्थापित करने के लिए, विरोधी विद्युत वाहक बल (ε) के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है। यह किया गया कार्य चुंबकीय स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। किसी परिपथ में किसी क्षण धारा I के लिए कार्य करने की दर है,

$$\frac{dW}{dt} = |\varepsilon| I$$

यदि हम प्रतिरोधक क्षयों को नगण्य मान लें तथा केवल प्रेरणिक प्रभाव पर ही विचार करें, तब समीकरण (6.14) का उपयोग करने पर,

$$\frac{dW}{dt} = L\, I \frac{dI}{dt}$$

धारा I स्थापित करने में किया गया कुल कार्य है,

$$W = \int dW = \int_0^I L\, I\, dI$$

अतः, धारा I स्थापित करने में आवश्यक ऊर्जा होगी,

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \qquad (6.17)$$

यह व्यंजक हमें m द्रव्यमान के किसी कण की गतिज ऊर्जा (यांत्रिक) के व्यंजक $mv^2/2$ की याद दिलाता है तथा दर्शाता है कि L, m के अनुरूप है (अर्थात L विद्युत जड़त्व है तथा किसी परिपथ में जिसमें यह संयोजित है, धारा के बढ़ने तथा घटने का विरोध करता है)।

दो समीपस्थ कुंडलियों में साथ-साथ प्रवाहित होने वाली धाराओं की सामान्य स्थिति पर विचार करें। एक कुंडली के साथ संबद्ध फ्लक्स, स्वतंत्र रूप से विद्यमान दो फ्लक्सों के योग के बराबर होगा। समीकरण (6.7) निम्न रूप में रूपातंरित हो जाएगी।

$$N_1 \Phi_1 = M_{11} I_1 + M_{12} I_2$$

यहाँ M_{11} उसी कुंडली के प्रेरकत्व को निरूपित करता है।

अतः, फैराडे का नियम उपयोग करने पर,

$$\varepsilon_1 = -M_{11} \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

M_{11} स्व-प्रेरकत्व है तथा इसे L_1 द्वारा लिखा जाता है। इसलिए,

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

उदाहरण 6.9 (a) परिनालिका में संचित चुंबकीय ऊर्जा का व्यंजक परिनालिका के चुंबकीय क्षेत्र B, क्षेत्रफल A तथा लंबाई l के पदों में ज्ञात कीजिए। (b) यह चुंबकीय ऊर्जा तथा संधारित्र में संचित स्थिरवैद्युत ऊर्जा किस रूप में तुलनीय है?

हल

(a) समीकरण (6.17) से, चुंबकीय ऊर्जा है

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2$$

उदाहरण 6.9

उदाहरण 6.9

$$= \frac{1}{2} L \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2$$ (क्योंकि परिनालिका के लिए, $B = \mu_0 nI$)

$$= \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 Al) \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2$$ [समीकरण (6.15) से]

$$= \frac{1}{2\mu_0} B^2 Al$$

(b) प्रति एकांक आयतन चुंबकीय ऊर्जा है,

$$u_B = \frac{U_B}{V}$$ (यहाँ V आयतन है जिसमें फ्लक्स विद्यमान है)

$$= \frac{U_B}{Al}$$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad (6.18)$$

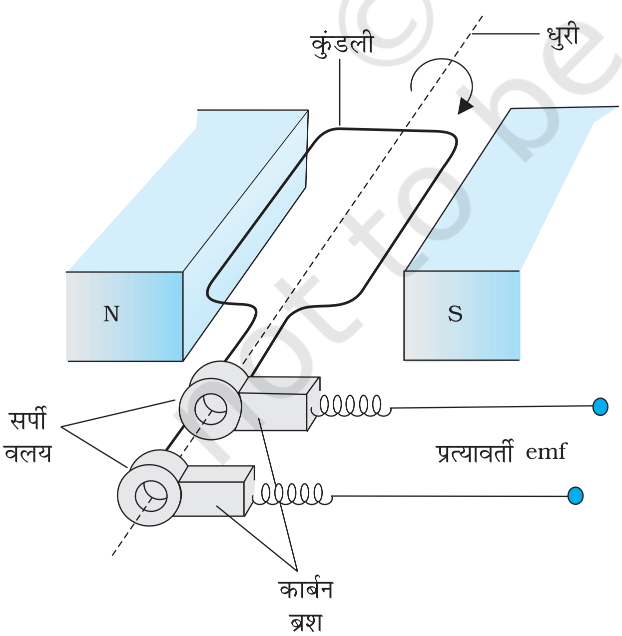
हम पहले ही समांतर प्लेट संधारित्र के एकांक आयतन में संचित स्थिरवैद्युत ऊर्जा का संबंध प्राप्त कर चुके हैं [अध्याय 2 समीकरण 2.73 देखिए]।

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \qquad (2.73)$$

दोनों दशाओं में ऊर्जा क्षेत्र की तीव्रता के समानुपाती है। समीकरण (6.18) तथा (2.73) विशेष स्थितियों क्रमशः एक परिनालिका तथा एक समांतर प्लेट संधारित्र के लिए व्युत्पन्न किए गए हैं। लेकिन वे व्यापक हैं तथा विश्व के किसी भी ऐसे स्थान के लिए सत्य है जिसमें कोई चुंबकीय क्षेत्र अथवा/और विद्युतीय क्षेत्र विद्यमान है।

भौतिकी

प्रत्यावर्ती धारा जनित्र का प्रभावी सजीव चित्रण
http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/generator/ac.html



चित्र 6.13 प्रत्यावर्ती धारा जनित्र।

6.8 प्रत्यावर्ती धारा जनित्र

विद्युत चुंबकीय प्रेरण परिघटना का प्रौद्योगिक रूप से कई प्रकार से उपयोग किया गया है। एक असाधारण तथा महत्वपूर्ण उपयोग प्रत्यावर्ती धारा (ac) उत्पादन है। 100 MW सामर्थ्य का आधुनिक प्रत्यावर्ती धारा जनित्र एक अत्यंत विकसित मशीन है। इस अनुच्छेद में, हम इस मशीन के मूल सिद्धांतों का वर्णन करेंगे। इस मशीन के विकास का श्रेय यूगोस्लाव वैज्ञानिक निकोला टेस्ला को जाता है। जैसा कि अनुच्छेद 6.3 में संकेत किया गया था, किसी लूप में विद्युत वाहक बल या धारा प्रेरित करने के लिए, एक विधि यह है कि लूप के अभिविन्यास में अथवा इसके प्रभावी क्षेत्रफल में परिवर्तन किया जाए। जब कुंडली एक चुंबकीय क्षेत्र **B** में घूर्णन करती है तो लूप का (क्षेत्र के अभिलंबवत) प्रभावी क्षेत्रफल $A\cos\theta$ है, यहाँ θ, **A** तथा **B** के बीच का कोण है। फ्लक्स परिवर्तन करने की यह विधि, एक सरल प्रत्यावर्ती धारा जनित्र का कार्य सिद्धांत है। जनित्र यांत्रिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में परिवर्तित करता है।

प्रत्यावर्ती धारा जनित्र के मूल अवयव चित्र 6.13 में दर्शाए गए हैं। इसमें एक कुंडली होती है जो रोटर शैफ्ट (roter shaft) पर

© NCERT not to be republished

आरोपित होती है। कुंडली का घूर्णन अक्ष चुंबकीय क्षेत्र की दिशा के लंबवत है। कुंडली (जिसे आर्मेचर कहते हैं) को किसी एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में किसी बाह्य साधन द्वारा यांत्रिक विधि से घूर्णन कराया जाता है। कुंडली के घूमने से, इसमें चुंबकीय फ्लक्स परिवर्तित होता है, जिससे कि कुंडली में एक विद्युत वाहक बल प्रेरित होता है। कुंडली के सिरों को सर्पी वलयों (slip rings) तथा ब्रुशों (brushes) की सहायता से एक बाह्य परिपथ से जोड़ा जाता है।

जब कुंडली को एकसमान कोणीय चाल ω से घूर्णन कराया जाता है तो चुंबकीय क्षेत्र सदिश **B** तथा क्षेत्रफल सदिश **A** के बीच कोण θ का मान किसी समय t पर $\theta = \omega t$ है (यह मानते हुए कि जब $t = 0$, $\theta = 0°$) है। परिणामस्वरूप, कुंडली का प्रभावी क्षेत्रफल, जिसमें चुंबकीय क्षेत्र रेखाएँ होकर गुजरती हैं, समय के साथ परिवर्तित होता है। समीकरण (6.1) के अनुसार किसी समय t पर फ्लक्स है :

$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

फैराडे के नियम से, N फेरों वाली घूर्णी कुंडली के लिए प्रेरित विद्युत वाहक बल होगा

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA\frac{d}{dt}(\cos\omega t)$$

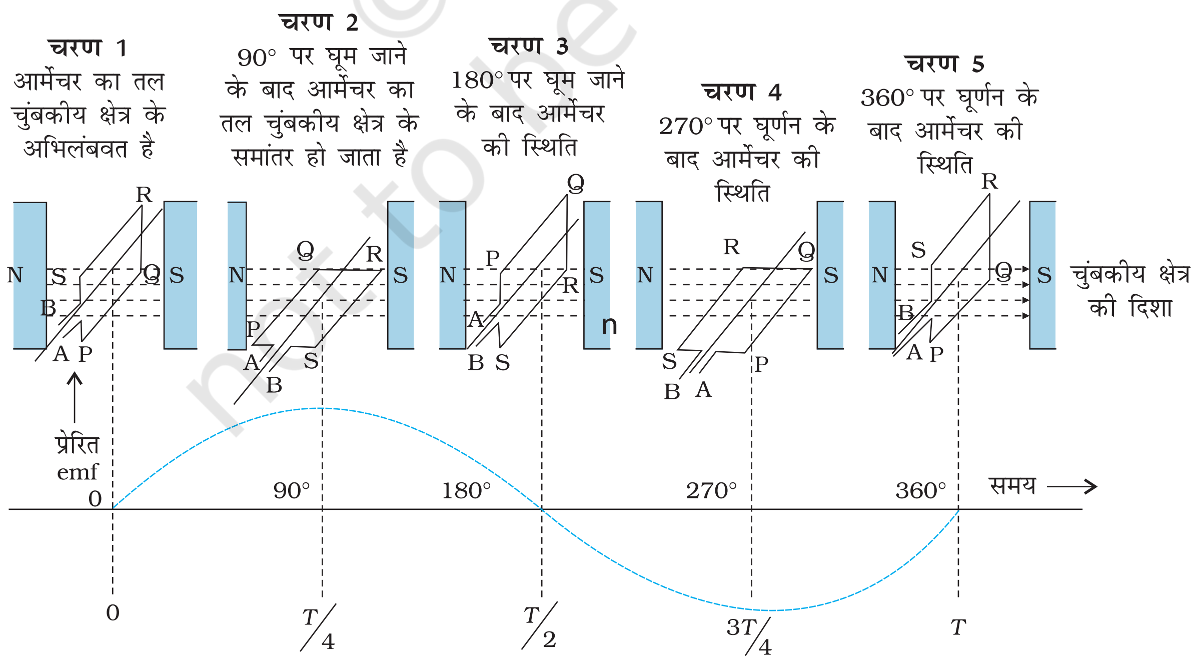
अत:, विद्युत वाहक बल का तात्क्षणिक मान है

$$\varepsilon = NBA\,\omega\,\sin\omega t \qquad (6.19)$$

यहाँ $NBA\omega$ विद्युत वाहक बल का अधिकतम मान है, जो $\sin\omega t = \pm 1$ पर प्राप्त होता है। यदि हम $NBA\omega$ को ε_0 से दर्शाएँ, तब

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t \qquad (6.20)$$

क्योंकि ज्या फलन (sine function) का मान +1 से –1 के बीच बदलता है, विद्युत वाहक बल का चिह्न या ध्रुवता समय के साथ परिवर्तित होता है। चित्र 6.14 से नोट कीजिए कि जब $\theta = 90°$ या $\theta = 270°$ होता है तो विद्युत वाहक बल अपने चरम मान पर होता है क्योंकि इन बिंदुओं पर फ्लक्स में परिवर्तन अधिकतम है।



चित्र 6.14 एक चुंबकीय क्षेत्र में घूर्णन करते तार के लूप में एक प्रत्यावर्ती विद्युत वाहक बल उत्पन्न होता है।

© NCERT not to be republished

क्योंकि धारा की दिशा आवर्ती रूप से परिवर्तित होती है इसलिए धारा को *प्रत्यावर्ती धारा* (ac) कहते हैं। क्योंकि $\omega=2\pi\nu$, समीकरण (6.20) को हम निम्न प्रकार से लिख सकते हैं–

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin 2\pi \, \nu \, t \qquad (6.21)$$

यहाँ, ν, जनित्र की कुंडली (आर्मेचर) के परिक्रमण की आवृत्ति है।

ध्यान रखिए कि समीकरण (6.20) तथा (6.21) विद्युत वाहक बल का तात्क्षणिक मान बतलाते हैं तथा ε, $+\varepsilon_0$ तथा $-\varepsilon_0$ के बीच आवर्ती रूप से परिवर्तित होता है। हम अध्याय 7 में सीखेंगे कि प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा धारा का काल औसत मान कैसे ज्ञात करते हैं।

व्यावसायिक जनित्रों में, आर्मेचर को घुमाने के लिए आवश्यक यांत्रिक ऊर्जा ऊँचाई से गिरते हुए पानी द्वारा प्राप्त की जाती है, उदाहरण के लिए, बाँधों द्वारा। इन्हें *जल-विद्युत जनित्र (hydro-electric generator)* कहते हैं। विकल्पत:, कोयला या अन्य स्रोतों का उपयोग करके, पानी को गर्म करके भाप पैदा करते हैं। उच्च दाब पर भाप को आर्मेचर को घुमाने के लिए प्रयोग में लाते हैं। इन्हें *तापीय जनित्र (thermal generator)* कहते हैं। कोयले के स्थान पर यदि नाभिकीय ईंधन का प्रयोग किया जाता है तो हमें नाभिकीय शक्ति प्राप्त होती है। आधुनिक जनित्र 500 MW उच्च विद्युत शक्ति उत्पन्न कर सकते हैं, अर्थात् इनसे 100 W के 50 लाख बल्ब एक साथ जलाए जा सकते हैं। अधिकांश जनित्रों में कुंडलियों को अचर रखा जाता है तथा विद्युत चुंबकों को घुमाया जाता है। भारत में जनित्रों में घूर्णन आवृत्ति 50 Hz है। कुछ देशों में, जैसे अमेरिका (USA) में यह आवृत्ति 60 Hz है।

उदाहरण 6.10 कमला एक स्थिर साइकिल के पैडल को घुमाती है। पैडल का संबंध 100 फेरों तथा 0.10 m^2 क्षेत्रफल वाली एक कुंडली से है। कुंडली प्रति सेकंड आधा परिक्रमण (चक्कर) कर पाती है तथा यह एक 0.01 T तीव्रता वाले एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में, जो कुंडली के घूर्णन अक्ष के लंबवत है, रखी है। कुंडली में उत्पन्न होने वाली अधिकतम वोल्टता क्या होगी?

हल यहाँ $\nu = 0.5$ Hz; $N = 100$, $A = 0.1 \text{ m}^2$ तथा $B = 0.01$ T। समीकरण (6.19) लगाने पर

$\varepsilon_0 = NBA\ (2\ \pi\ \nu)$

$= 100 \times 0.01 \times 0.1 \times 2 \times 3.14 \times 0.5$

$= 0.314$ V

अधिकतम वोल्टता 0.314 V है।

हम आपसे आग्रह करते हैं कि विद्युत शक्ति उत्पादन के लिए वैकल्पिक संभावनाओं का पता लगाएँ।

उदाहरण 6.10

सारांश

1. क्षेत्रफल **A** की किसी सतह को एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** में रखने पर उसमें से गुजरने वाले चुंबकीय फ्लक्स को निम्न प्रकार परिभाषित कर सकते हैं।

   $\Phi_B = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A} = BA \cos\theta$

   यहाँ θ, **B** एवं **A** के बीच का कोण है।

2. फैराडे के विद्युत चुंबकीय प्रेरण के नियम के अनुसार N फेरे युक्त कुंडली में प्रेरित विद्युत वाहक बल उससे गुजरने वाले चुंबकीय फ्लक्स में परिवर्तन की दर के तुल्य होता है

   $$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

   यहाँ Φ_B एक फेरे से संबद्ध चुंबकीय फ्लक्स है। यदि परिपथ एक बंद परिपथ हो तो उसमें एक धारा $I = \varepsilon/R$ स्थापित हो जाती है, जहाँ R परिपथ का प्रतिरोध है।

3. लेंज के नियम के अनुसार, प्रेरित विद्युत वाहक बल की ध्रुवता इस प्रकार होती है कि वह उस दिशा में धारा प्रवाहित करे, जो उसी परिवर्तन का विरोध करे जिसके कारण उसकी उत्पत्ति हुई है। फैराडे द्वारा निष्पादित व्यंजक में ऋण चिह्न इसी बात का द्योतक है।

© NCERT not to be republished

4. यदि एक l लंबाई की धात्विक छड़ को एकसमान चुंबकीय क्षेत्र B के लंबवत रखें तथा इसे क्षेत्र के लंबवत v वेग से चलाएँ तो इसके सिरों के बीच प्रेरित विद्युत वाहक बल (जिसे गतिक विद्युत वाहक बल कहते हैं) का मान है

$$\varepsilon = Blv$$

5. प्रेरकत्व, फ्लक्स बंधता तथा धारा का अनुपात है। इसका मान $N\Phi/I$ होता है।
6. किसी कुंडली (कुंडली 2) में धारा परिवर्तन निकट स्थित कुंडली (कुंडली 1) में प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न कर सकता है। इस संबंध को

$$\varepsilon_1 = -M_{12}\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

द्वारा व्यक्त करते हैं। यहाँ राशि M_{12} कुंडली 1 का कुंडली 2 के सापेक्ष अन्योन्य प्रेरकत्व है। M_{21} को भी इसी प्रकार परिभाषित किया जा सकता है। इन दो प्रेरकत्वों में एक सामान्य तुल्यता होती है।

$$M_{12} = M_{21}$$

7. जब किसी कुंडली में धारा परिवर्तन होता है तो वह परिवर्तन कुंडली में एक विरोधी विद्युत वाहक बल को उत्पन्न करता है। इस स्व-प्रेरित विद्युत वाहक बल का मान निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त किया जाता है :

$$\varepsilon = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

यहाँ L कुंडली का स्व-प्रेरकत्व है। यह कुंडली के जड़त्व की माप है जो परिपथ में किसी भी धारा परिवर्तन का विरोध करता है।

8. किसी लंबी परिनालिका जिसकी क्रोड μ_r सापेक्ष चुंबकशीलता के पदार्थ की है, का स्व-प्रेरकत्व निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त किया जाता है,

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 A l$$

यहाँ A परिनालिका का अनुप्रस्थ काट, l उसकी लंबाई तथा n उसकी इकाई लंबाई में लपेटों की संख्या को व्यक्त करते हैं।

9. किसी प्रत्यावर्ती धारा जनित्र में विद्युत चुंबकीय प्रेरण द्वारा यांत्रिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में रूपांतरित करते हैं। यदि N फेरों वाली तथा A अनुप्रस्थ काट वाली कुंडली एकसमान चुंबकीय क्षेत्र B में प्रति सेकंड v चक्कर लगाए तो गतिक विद्युत वाहक बल का मान

$$\varepsilon = NBA\,(2\pi v)\sin(2\pi vt)$$

द्वारा व्यक्त किया जाता है। यहाँ हमने मान लिया है कि $t = 0$ s, पर कुंडली चुंबकीय क्षेत्र के अभिलंबवत है।

राशि	प्रतीक	मात्रक	विमाएँ	समीकरण
चुंबकीय फ्लक्स	Φ_B	Wb (वेबर)	$[\mathrm{M\,L^2\,T^{-2}\,A^{-1}}]$	$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
विद्युत वाहक बल (emf)	ε	V (वोल्ट)	$[\mathrm{M\,L^2\,T^{-3}\,A^{-1}}]$	$\varepsilon = -\mathrm{d}(N\Phi_B)/\mathrm{d}t$
अन्योन्य प्रेरकत्व	M	H (हेनरी)	$[\mathrm{M\,L^2\,T^{-2}\,A^{-2}}]$	$\varepsilon_1 = -M_{12}(\mathrm{d}I_2/\mathrm{d}t)$
स्व-प्रेरकत्व	L	H (हेनरी)	$[\mathrm{M\,L^2\,T^{-2}\,A^{-2}}]$	$\varepsilon = -L(\mathrm{d}I/\mathrm{d}t)$

विचारणीय विषय

1. विद्युत एवं चुंबकत्व का एक-दूसरे के साथ घनिष्ठ संबंध है। उन्नीसवीं शताब्दी के प्रारंभ में आर्स्टेड, ऐम्पियर एवं अन्य द्वारा किए गए प्रयोगों ने सिद्ध कर दिया कि गतिमान आवेश (धारा) चुंबकीय क्षेत्र की उत्पत्ति करते हैं। कुछ समय पश्चात सन 1830 के आसपास फैराडे तथा हेनरी

© NCERT not to be republished

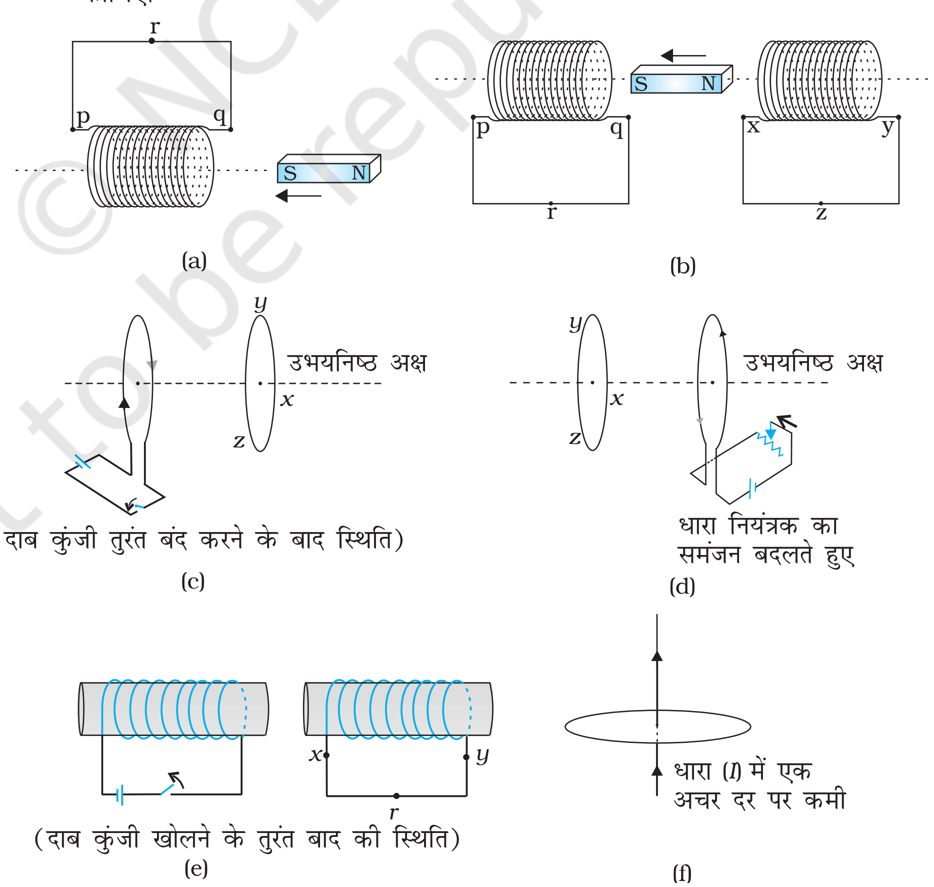
द्वारा किए गए प्रयोगों ने स्पष्ट रूप से प्रदर्शित किया कि गतिमान चुंबक विद्युत धारा प्रेरित (उत्पन्न) करते हैं। गुरुत्वीय, विद्युत चुंबकीय, क्षीण तथा प्रबल नाभिकीय बल एक-दूसरे से संबंधित हैं?

2. किसी बंद परिपथ में, विद्युत धारा इस प्रकार उत्पन्न होती है जिससे कि यह परिवर्ती चुंबकीय फ्लक्स का विरोध कर सके। यह ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांत के अनुरूप है। तथापि, एक खुले परिपथ में प्रेरित विद्युत वाहक बल इसके सिरों पर उत्पन्न होता है। यह फ्लक्स परिवर्तन से किस प्रकार संबंधित है।

3. अनुच्छेद 6.5 में गतिक विद्युत वाहक बल की विवेचना की गई है। इस अवधारणा का निष्पादन हम गतिमान आवेश पर लगने वाले लोरेंज़ बल का प्रयोग करते हुए फैराडे के नियम से भी स्वतंत्रतापूर्वक कर सकते हैं। तथापि, यदि आवेश स्थिर भी हों [तथा लोरेंज़ बल का $q(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$ पद क्रियात्मक नहीं है] तब भी समय के साथ परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के कारण एक प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न होता है। अत: स्थिर चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश एवं समय के साथ परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र में स्थिर आवेश फैराडे के नियम के लिए सममित स्थिति में प्रतीत होते हैं। यह फैराडे के नियम के लिए सापेक्षता के सिद्धांत की प्रासंगिकता पर ललचाने वाला संकेत देता है।

अभ्यास

6.1 चित्र 6.15 (a) से (f) में वर्णित स्थितियों के लिए प्रेरित धारा की दिशा की प्रागुक्ति (predict) कीजिए।

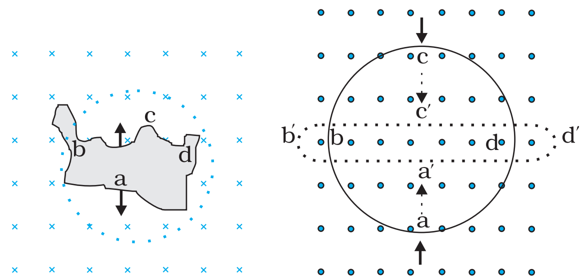


चित्र 6.15

6.2 चित्र 6.16 में वर्णित स्थितियों के लिए लेंज के नियम का उपयोग करते हुए प्रेरित विद्युत धारा की दिशा ज्ञात कीजिए।

(a) जब अनियमित आकार का तार वृत्ताकार लूप में बदल रहा हो;

(b) जब एक वृत्ताकार लूप एक सीधे बारीक तार में विरूपित किया जा रहा हो।



(a) (b)

चित्र 6.16

6.3 एक लंबी परिनालिका के इकाई सेंटीमीटर लंबाई में 15 फेरे हैं। उसके अंदर 2.0 cm^2 का एक छोटा-सा लूप परिनालिका की अक्ष के लंबवत रखा गया है। यदि परिनालिका में बहने वाली धारा का मान 2.0 A में 4.0 A से 0.1 s कर दिया जाए तो धारा परिवर्तन के समय प्रेरित विद्युत वाहक बल कितना होगा?

6.4 एक आयताकार लूप जिसकी भुजाएँ 8 cm एवं 2 cm हैं, एक स्थान पर थोड़ा कटा हुआ है। यह लूप अपने तल के अभिलंबवत 0.3 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र से बाहर की ओर निकल रहा है। यदि लूप के बाहर निकलने का वेग 1 cm s^{-1} है तो कटे भाग के सिरों पर उत्पन्न विद्युत वाहक बल कितना होगा, जब लूप की गति अभिलंबवत हो (a) लूप की लंबी भुजा के (b) लूप की छोटी भुजा के। प्रत्येक स्थिति में उत्पन्न प्रेरित वोल्टता कितने समय तक टिकेगी?

6.5 1.0 m लंबी धातु की छड़ उसके एक सिरे से जाने वाले अभिलंबवत अक्ष के परित: 400 rad s^{-1} की कोणीय आवृत्ति से घूर्णन कर रही है। छड़ का दूसरा सिरा एक धात्विक वलय से संपर्कित है। अक्ष के अनुदिश सभी जगह 0.5 T का एकसमान चुंबकीय क्षेत्र उपस्थित है। वलय तथा अक्ष के बीच स्थापित विद्युत वाहक बल की गणना कीजिए।

6.6 पूर्व से पश्चिम दिशा में विस्तृत एक 10 m लंबा क्षैतिज सीधा तार $0.30 \times 10^{-4} \text{ Wb m}^{-2}$ तीव्रता वाले पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक से लंबवत 5.0 m s^{-1} की चाल से गिर रहा है।

(a) तार में प्रेरित विद्युत वाहक बल का तात्क्षणिक मान क्या होगा?

(b) विद्युत वाहक बल की दिशा क्या है?

(c) तार का कौन-सा सिरा उच्च विद्युत विभव पर है?

6.7 किसी परिपथ में 0.1 s में धारा 5.0 A से 0.0 A तक गिरती है। यदि औसत प्रेरित विद्युत वाहक बल 200 V है तो परिपथ में स्वप्रेरकत्व का आकलन कीजिए।

6.8 पास-पास रखे कुंडलियों के एक युग्म का अन्योन्य प्रेरकत्व 1.5 H है। यदि एक कुंडली में 0.5 s में धारा 0 से 20 A परिवर्तित हो, तो दूसरी कुंडली की फ्लक्स बंधता में कितना परिवर्तन होगा?

© NCERT not to be republished

12091CH07

अध्याय 7

प्रत्यावर्ती धारा

© NCERT not to be republished

7.1 भूमिका

अब तक हमने *दिष्टधारा* (dc) स्रोतों एवं दिष्टधारा स्रोतों से युक्त परिपथों पर विचार किया है। समय के साथ इन धाराओं की दिशा में परिवर्तन नहीं होता। तथापि, समय के साथ परिवर्तित होने वाली धाराओं और वोल्टताओं का मिलना एक आम बात है। हमारे घरों एवं दफ्तरों में पाया जाने वाला मुख्य विद्युत प्रदाय (electric mains supply) एक ऐसी ही वोल्टता का स्रोत है जो समय के साथ ज्या फलन (sine function) की भाँति परिवर्तित होता है। ऐसी वोल्टता को *प्रत्यावर्ती* (ac) *वोल्टता* तथा किसी परिपथ में इसके द्वारा अचालित धारा को *प्रत्यावर्ती धारा* (ac धारा)* कहते हैं। आजकल जिन वैद्युत युक्तियों का हम उपयोग करते हैं उनमें से अधिकांश के लिए ac वोल्टता की ही आवश्यकता होती है। इसका मुख्य कारण यह है कि अधिकांश विद्युत कंपनियों द्वारा बेची जा रही विद्युत ऊर्जा प्रत्यावर्ती धारा के रूप में ही संप्रेषित एवं वितरित होती है। dc पर ac के उपयोग को वरीयता दिए जाने का मुख्य कारण यह है कि ac वोल्टताओं को ट्रांसफॉर्मरों द्वारा आसानी से एवं दक्षता के साथ एक वोल्टता से दूसरी वोल्टता में बदला जा सकता है। इसके अतिरिक्त ac के रूप में लंबी दूरियों तक वैद्युत ऊर्जा का संप्रेषण भी अपेक्षाकृत कम खर्चीला होता है। प्रत्यावर्ती धारा परिपथ ऐसे अभिलक्षण प्रदर्शित करता है जिनका उपयोग दैनिक जीवन में काम आने वाली अनेक युक्तियों में किया जाता है। उदाहरणार्थ, जब हम अपने रेडियो को अपने मनपसंद स्टेशन से समस्वरित करते हैं तो ac परिपथों के एक विशिष्ट गुण का लाभ उठाते हैं जो उन अनेक गुणों में से एक है जिनका अध्ययन आप इस अध्याय में करेंगे।

---

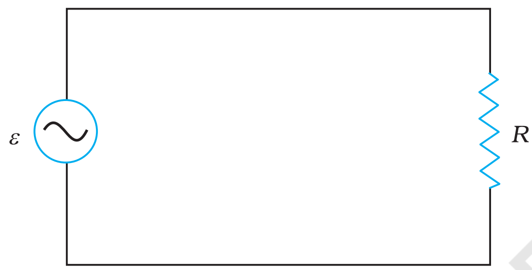
* ac वोल्टता एवं ac धारा, ये वाक्यांश असंगत एवं अनुप्रयुक्त हैं, क्योंकि इनका शाब्दिक अर्थ है क्रमश: 'प्रत्यावर्ती धारा वोल्टता' एवं 'प्रत्यावर्ती धारा'। तब भी संकेताक्षर ac समय के अनुसार सरल आवर्ती क्रम में परिवर्तित होने वाली वैद्युत राशि को व्यक्त करने के लिए इतनी सार्वभौमिक स्वीकृति पा चुका है कि इसके प्रयोग में हम प्रचलित परिपाटी का ही अनुसरण करेंगे। इसके अतिरिक्त, सामान्यत: प्रयुक्त होने वाले शब्द *वोल्टता* का अर्थ दो बिंदुओं के बीच विभवांतर होता है।

7.2 प्रतिरोधक पर प्रयुक्त ac वोल्टता

चित्र 7.1 में ac वोल्टता स्रोत ε से जुड़ा प्रतिरोधक R दर्शाया गया है। परिपथ आरेख में ac स्रोत का संकेत चिह्न ⍜ है। यहाँ हम एक ऐसे स्रोत की बात कर रहे हैं जो अपने सिरों के बीच ज्यावक्रीय रूप में परिवर्तनशील विभवांतर उत्पन्न करता है, माना कि यह विभवांतर जिसे ac वोल्टता भी कहा जाता है, निम्नलिखित प्रकार से व्यक्त किया जाए

$$v = v_m \sin \omega t \qquad (7.1)$$

यहाँ v_m दोलायमान विभवांतर का आयाम एवं ω इसकी कोणीय आवृत्ति है।



चित्र 7.1 प्रतिरोधक पर प्रयुक्त ac वोल्टता।

प्रतिरोधक में प्रवाहित होने वाली धारा का मान प्राप्त करने के लिए हम चित्र 7.1 में दर्शाए गए परिपथ पर किरखोफ का लूप नियम $\sum \varepsilon(t) = 0$, (खण्ड 3.12 देखें) लागू करते हैं जिससे हमें प्राप्त होता है :

$$v_m \sin \omega t = i R$$

अथवा $$i = \frac{v_m}{R} \sin \omega t$$

चूँकि R एक नियतांक है, हम इस समीकरण को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं :

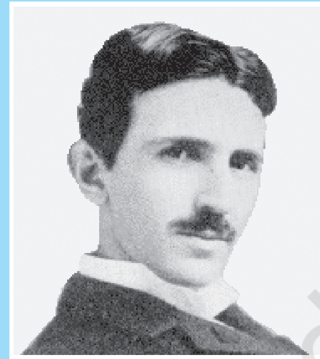
$$i = i_m \sin \omega t \qquad (7.2)$$

यहाँ धारा आयाम i_m के लिए सूत्र है :

$$i_m = \frac{v_m}{R} \qquad (7.3)$$

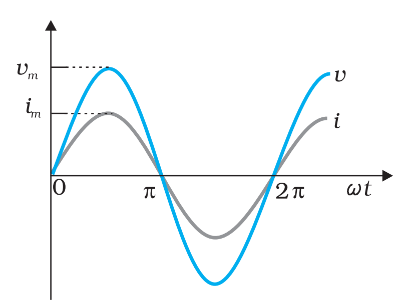
समीकरण (7.3) ओम का नियम है जो प्रतिरोधकों के प्रकरण में ac एवं dc दोनों प्रकार की वोल्टताओं के लिए समान रूप से लागू होता है। समीकरण (7.1) एवं समीकरण (7.2) द्वारा व्यक्त किसी शुद्ध प्रतिरोधक के सिरों के बीच लगाई गई वोल्टता एवं इसमें प्रवाहित होने वाली धारा को चित्र 7.2 में समय के फलन के रूप में आलेखित किया गया है। इस तथ्य पर विशेष ध्यान दीजिए कि v एवं i दोनों ही शून्य, न्यूनतम एवं अधिकतम मानों की स्थितियाँ साथ-साथ ही प्राप्त करती हैं। अत: स्पष्ट है कि वोल्टता एवं धारा एक दूसरे के साथ समान कला में हैं।

हम देखते हैं कि प्रयुक्त वोल्टता की भाँति ही धारा भी ज्या-वक्रीय रूप में परिवर्तित होती है और तदनुसार ही प्रत्येक चक्र में इसके धनात्मक एवं ऋणात्मक मान प्राप्त होते हैं। अत: एक संपूर्ण चक्र में तात्क्षणिक धारा मानों का योग शून्य होता है तथा माध्य धारा शून्य होती है। तथापि माध्य धारा शून्य है इस तथ्य का यह अर्थ नहीं है कि व्यय होने वाली माध्य शक्ति भी शून्य है, और विद्युत ऊर्जा का क्षय नहीं हो रहा है। जैसा कि आप



निकोला टेस्ला (1856 – 1943) सर्बिया-अमेरिका के वैज्ञानिक, आविष्कर्ता एवं प्रतिभावान व्यक्ति। चुंबकीय क्षेत्र को घुमाने का उनका विचार ही व्यावहारिक रूप में सब प्रत्यावर्ती धारा मशीनों का आधार बना जिसके कारण विद्युत शक्ति के युग में प्रवेश किया जा सका। अन्य वस्तुओं के अतिरिक्त, प्रेरण मोटर, ac शक्ति की बहुफेज़ प्रणाली; रेडियो, टेलीविजन तथा अन्य वैद्युत उपकरणों पर लगने वाली उच्च आवृत्ति प्रेरण कुंडली (टेस्ला कुंडली) का आविष्कार भी उन्होंने किया। चुंबकीय क्षेत्र के SI मात्रक का नाम उनके सम्मान में रखा गया है।

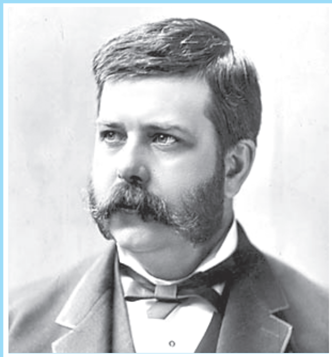
निकोला टेस्ला (1836 – 1943)



चित्र 7.2 शुद्ध प्रतिरोधक में वोल्टता एवं धारा एक ही कला में हैं। निम्निष्ठ, शून्य तथा उच्चिष्ठ क्रमश: एक ही समय में बनते हैं।

© NCERT not to be republished

जॉर्ज वेस्टिंगहाउस (1846 – 1914)



जॉर्ज वेस्टिंगहाउस (1846 – 1914)
दिष्टधारा की तुलना में प्रत्यावर्ती धारा के प्रमुख पक्षधर। अतः दिष्टधारा के समर्थक थॉमस अल्वा एडीसन से उनका सीधा संघर्ष हुआ। वेस्टिंगहाउस का पूर्ण विश्वास था कि प्रत्यावर्ती धारा प्रौद्योगिकी के हाथ में ही वैद्युतीय भविष्य की कुंजी है। उन्होंने अपने नाम वाली प्रसिद्ध कम्पनी की स्थापना की और निकोला टेस्ला एवं अन्य आविष्कारकों को प्रत्यावर्ती धारा मोटरों एवं उच्च वोल्टता पर विद्युत धारा के संप्रेषण संबंधी उपकरणों के विकास के लिए नियुक्त किया, जिससे बड़े पैमाने पर प्रकाश प्राप्त करने का मार्ग खुला।

जानते हैं जूल i^2R द्वारा व्यक्त होता है और i^2 (जो सदैव धनात्मक ही होता है चाहे i धनात्मक हो या ऋणात्मक) पर निर्भर करता है, न कि i पर। अतः जब किसी प्रतिरोधक से ac धारा प्रवाहित होती है तो जूल तापन एवं वैद्युत ऊर्जा का क्षय होता है।

प्रतिरोधकता के क्षयित होने वाली तात्क्षणिक शक्ति होती है

$$p = i^2 R = i_m^2 R \sin^2 \omega t \qquad (7.4)$$

एक समय चक्र में p का माध्य मान है*

$$\bar{p} = \langle i^2 R \rangle = \langle i_m^2 R \sin^2 \omega t \rangle \qquad [7.5(a)]$$

जहाँ किसी अक्षर के ऊपर लगी रेखा (यहाँ $\bar{p}$) उसका माध्य मान निर्दिष्ट करती है एवं <......> यह सूचित करता है कि कोष्ठक के अंदर की राशि का माध्य लिया गया है। चूँकि i_m^2 एवं R नियत राशियाँ हैं

$$\bar{p} = i_m^2 R \langle \sin^2 \omega t \rangle \qquad [7.5(b)]$$

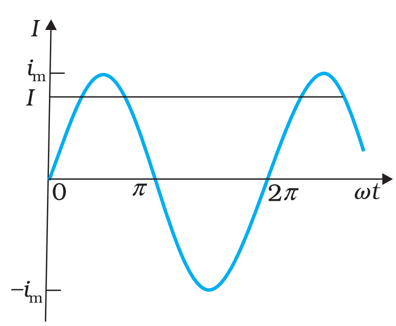
त्रिकोणमितीय सर्वसमिका $\sin^2 \omega t = (1/2)\,(1 - \cos 2\omega t)$, का उपयोग करने पर $\langle \sin^2 \omega t \rangle = (1/2)\,(1 - \langle \cos 2\omega t \rangle)$ और चूँकि $\langle \cos 2\omega t \rangle = 0$**, इसीलिए

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$$

अतः,

$$\bar{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R \qquad [7.5(c)]$$

ac शक्ति को उसी रूप में व्यक्त करने के लिए जिसमें dc शक्ति ($P = I^2R$) को व्यक्त किया जाता है धारा के एक विशिष्ट मान का उपयोग किया जाता है जिसे *वर्ग माध्य मूल* (rms) अथवा प्रभावी (effective) धारा (चित्र 7.3) कहते हैं और इसे I_{rms} अथवा I द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है।



चित्र 7.3 rms धारा I, शिखरधारा i_m से सूत्र $I = i_m / \sqrt{2} = 0.707\, i_m$ द्वारा संबंधित है।

© NCERT not to be republished

* किसी फलन $F(t)$ का समयावधि T में माध्यमान ज्ञात करने के लिए सूत्र है $\langle F(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T F(t)\,dt$

** $\langle \cos 2\omega t \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t \, dt = \frac{1}{T}\left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T = \frac{1}{2\omega T}[\sin 2\omega T - 0] = 0$

इसे इस प्रकार व्यक्त किया जाता है

$$I = \sqrt{\overline{i^2}} = \sqrt{\frac{1}{2}i_m^2} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$$

$$= 0.707\, I_m \qquad (7.6)$$

I के पदों में व्यक्त करें तो P द्वारा निर्दिष्ट माध्य शक्ति

$$P = \overline{p} = \frac{1}{2}i_m^2 R = I^2 R \qquad (7.7)$$

इसी प्रकार, *rms वोल्टता* अथवा *प्रभावी वोल्टता* को हम व्यक्त करते हैं :

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, v_m \qquad (7.8)$$

समीकरण (7.3) के आधार पर

$$v_m = i_m R$$

अथवा $\frac{v_m}{\sqrt{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} R$

अथवा $V = IR$ (7.9)

समीकरण (7.9) ac धारा एवं ac वोल्टता के बीच संबंध बताती है जो dc में इन राशियों के संबंध के समान ही है। यह rms मानों की अवधारणा के लाभ दर्शाती है। rms मानों के पदों में, ac परिपथों के लिए शक्ति का समीकरण (7.7) एवं धारा तथा वोल्टता का संबंध वही है जो dc के लिए होता है।

परंपरा यह कि ac राशियों को उनके rms मानों के पदों में मापा और व्यक्त किया जाए। उदाहरणार्थ, घरेलू आपूर्ति में 220 V वोल्टता का rms मान है जिसका शिखर मान है

$$v_m = \sqrt{2}\, V = (1.414)(220\text{ V}) = 311\text{ V}$$

वास्तव में, I अथवा rms धारा उस dc धारा के समतुल्य है जो वही माध्य शक्ति ह्रास करेगी जो प्रत्यावर्ती धारा करती है। समीकरण (7.7) को निम्नलिखित रूप में भी प्रस्तुत कर सकते हैं–

$$P = V^2 / R = I V \quad (\text{चूँकि } V = I R)$$

उदाहरण 7.1 एक विद्युत बल्ब 220V आपूर्ति पर 100W शक्ति देने के लिए बनाया गया है। (a) बल्ब का प्रतिरोध; (b) स्रोत की शिखर वोल्टता एवं (c) बल्ब में प्रवाहित होने वाली rms धारा ज्ञात कीजिए।

हल

(a) दिया है $P = 100$ W एवं $V = 220$ V। बल्ब का प्रतिरोध है :

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\text{ V})^2}{100\text{ W}} = 484\Omega$$

(b) स्रोत की शिखर वोल्टता

$$v_m = \sqrt{2}V = 311\text{ V}$$

(c) चूँकि, $P = I\, V$

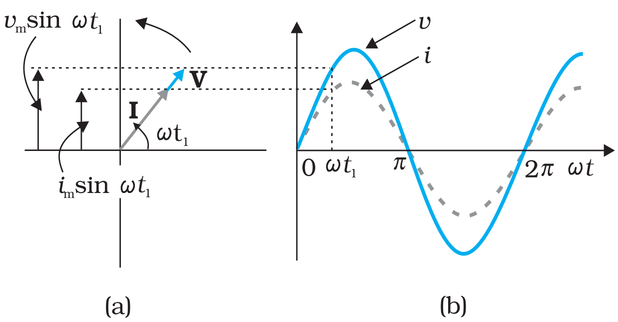
$$I = \frac{P}{V} = \frac{100\text{ W}}{220\text{ V}} = 0.450\text{A}$$

उदाहरण 7.1

© NCERT not to be republished

7.3 ac धारा एवं वोल्टता का घूर्णी सदिश द्वारा निरूपण– कलासमंजक (फेजर्स)

पिछले अनुभाग में हमने सीखा कि किसी प्रतिरोधक में प्रवाहित होने वाली धारा तथा ac वोल्टता समान कला में रहते हैं। परन्तु प्रेरक, संधारित्र अथवा इनके संयोजन युक्त परिपथों में ऐसा नहीं होता है। ac परिपथ में धारा एवं वोल्टता के बीच कला संबंध दर्शाने के लिए हम फेजर्स की धारणा का उपयोग करते हैं। फेजर चित्र के उपयोग से ac परिपथ का विश्लेषण सरलतापूर्वक हो जाता है। फेजर* जैसा कि चित्र 7.4 में दर्शाया गया है, एक सदिश है जो मूल बिंदु के परित: कोणीय वेग ω से घूर्णन करता है। फेजर्स **V** एवं **I** के ऊर्ध्वाधर घटक ज्यावक्रीय रूप से परिवर्तनशील राशियाँ v एवं i निरूपित करते हैं। फेजर्स **V** एवं **I** के परिमाण इन दोलायमान राशियों के आयाम अथवा शिखरमान v_m एवं i_m निरूपित करते हैं। चित्र 7.4(a) चित्र 7.1 के संगत किसी प्रतिरोधक के सिरों से जुड़ी ac वोल्टता की, किसी क्षण t_1 पर, वोल्टता एवं धारा के फेजर्स और उनका पारस्परिक संबंध दर्शाता है। वोल्टता एवं धारा के ऊर्ध्वाधर अक्ष पर प्रक्षेप अर्थात $v_m \sin\omega t$ एवं $i_m \sin \omega t$, क्रमश:, उस क्षण विशेष पर वोल्टता एवं धारा के मान निरूपित करते हैं। ज्यों-ज्यों वे आवृत्ति ω से घूर्णन करते हैं चित्र 7.4(b) में दर्शाए गए वक्र जैसे होते हैं।

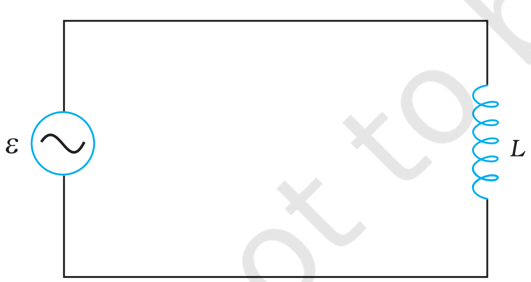


चित्र 7.4 (a) चित्र 7.1 में दर्शाए गए परिपथ के लिए फेजर आरेख (b) v एवं i तथा ωt के बीच ग्राफ।

चित्र 7.4(a) से हम यह समझ सकते हैं कि प्रतिरोधक के लिए फेजर्स **V** एवं **I** एक ही दिशा में होते हैं। ऐसा हर समय होता है। इसका अर्थ है कि वोल्टता एवं धारा के बीच कला कोण शून्य होता है।

7.4 प्रेरक पर प्रयुक्त ac वोल्टता

चित्र 7.5 एक प्रेरक के सिरों पर लगा ac स्रोत दर्शाता है। प्राय: प्रेरक के लपेटों में लगे तार का अच्छा खासा प्रतिरोध होता है, लेकिन यहाँ हम यह मानेंगे कि इस प्रेरक का प्रतिरोध नगण्य है। अत: यह परिपथ विशुद्ध प्रेरणिक ac परिपथ है। माना कि स्रोत के सिरों के बीच वोल्टता $v = v_m \sin\omega t$ है क्योंकि परिपथ में कोई प्रतिरोधक नहीं है। किरखोफ लूप नियम $\sum \varepsilon(t) = 0$, का उपयोग करने से



चित्र 7.5 प्रेरक से जुड़ा एक ac स्रोत।

$$v - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (7.10)$$

यहाँ समीकरण का दूसरा पद प्रेरक में स्वप्रेरित फैराडे emf है, एवं L प्रेरक का स्व-प्रेरकत्व है। ऋणात्मक चिह्न लेंज के नियम का अनुसरण करने से

* यद्यपि ac परिपथ में वोल्टता एवं धारा को घूर्णन करते सदिशों-फेजर्स द्वारा निरूपित किया जाता है, अपने आप में वे सदिश नहीं हैं। वे अदिश राशियाँ हैं। होता यह है, कि आवर्ती रूप से परिवर्तित होते अदिशों की कलाएँ एवं आयाम गणितीय रूप से उसी प्रकार संयोजित होते हैं जैसे कि उन्हीं परिमाण एवं दिशाओं वाले घूर्णन सदिशों के प्रक्षेप। आवर्ती रूप से परिवर्तित होने वाली अदिश राशियों को, घूर्णन सदिशों द्वारा निरूपित करने से हम इन राशियों का संयोजन एक सरल विधि द्वारा, एक पहले से ही ज्ञात नियम का प्रयोग करके, कर सकते हैं।

© NCERT not to be republished

समाविष्ट होता है (अध्याय 6)। समीकरण (7.1) एवं समीकरण (7.10) को संयोजित करने पर

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{v}{L} = \frac{v_m}{L}\sin\omega t \qquad (7.11)$$

समीकरण (7.11) में यह सन्निहित है कि धारा $i(t)$ के लिए समीकरण समय का ऐसा फलन होना चाहिए कि इसकी प्रवणता, $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ एक ज्यावक्रीय रूप में परिवर्तनशील राशि हो जो स्रोत वोल्टता के साथ समान कला में रहती हो और जिसका आयाम v_m/L द्वारा प्राप्त होता हो। धारा का मान प्राप्त करने के लिए, हम $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ को समय के सापेक्ष समाकलित करते हैं,

$$\int \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \frac{v_m}{L}\int \sin(\omega t)\mathrm{d}t$$

इससे हमें प्राप्त होता है :

$$i = -\frac{v_m}{\omega L}\cos(\omega t) + \text{नियतांक}$$

यहाँ समाकलन नियतांक की विमा, धारा की विमा होती है और यह समय पर निर्भर नहीं करती। चूँकि, स्रोत का emf शून्य के परितः सममितीय रूप से दोलन करता है; वह धारा, जो इसके कारण बहती है, भी सममितीय रूप से दोलन करती है। अतः न तो धारा का कोई नियत, न ही समय पर निर्भर करने वाला अवयव, अस्तित्व में आता है। इसलिए, समाकलन नियतांक का मान शून्य होता है।

$$-\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \text{ लिखें तो}$$

$$i = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (7.12)$$

यहाँ $i_m = \dfrac{v_m}{\omega L}$ धारा का आयाम है। राशि ωL प्रतिरोध के सदृश है, इसे *प्रेरकीय प्रतिघात* कहा जाता है एवं इसे X_L द्वारा व्यक्त करते हैं।

$$X_L = \omega L \qquad (7.13)$$

तब, धारा का आयाम है :

$$i_m = \frac{v_m}{X_L} \qquad (7.14)$$

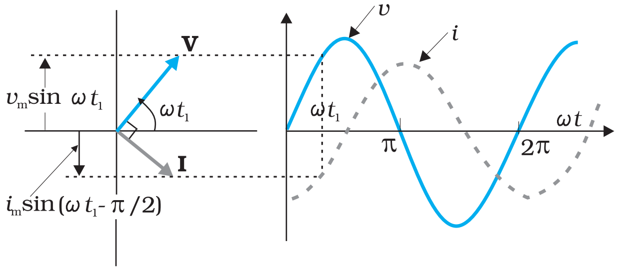
प्रेरकीय प्रतिघात की विमाएँ वही हैं तो प्रतिरोध की और इसका SI मात्रक ओम (Ω) है। प्रेरकीय प्रतिघात एक शुद्ध प्रेरणिक परिपथ में धारा को वैसे ही नियंत्रित करता है जैसे प्रतिरोध एक शुद्ध प्रतिरोधक परिपथ में। प्रेरकीय प्रतिघात, प्रेरकत्व एवं धारा की आवृत्ति के अनुक्रमानुपाती होता है।

स्रोत वोल्टता एवं प्रेरक में प्रवाहित होने वाली धारा के समीकरण (7.1) एवं (7.12) की तुलना से यह ज्ञात होता है कि धारा वोल्टता से $\pi/2$ अथवा (1/4) चक्र पीछे रहती है। चित्र 7.6 (a) प्रस्तुत प्रकरण के t_1 क्षण पर, वोल्टता एवं धारा फेजर्स दर्शाता है। धारा फेजर **I** वोल्टता फेजर **V** से $\pi/2$ पीछे है। जब उन्हें ω आवृत्ति से वामावर्त दिशा में घूर्णन कराते हैं तो ये वोल्टता एवं धारा जनित करते हैं जो क्रमशः समीकरण (7.1) एवं (7.12) द्वारा व्यक्त की जाती है और जिसे चित्र 7.6 (b) में दर्शाया गया है।

भौतिकी

ac परिपथ के अवयव, R, L तथा C एवं RLC श्रेणी-परिपथ के फेजर आरेखों से संबंधित प्रभावी सजीव चित्रण
http://www.animations.physics.unsw.edu.au//jw/AC.html

© NCERT not to be republished



चित्र 7.6 (a) चित्र 7.5 में दर्शाए गए परिपथ का फेजर आरेख (b) v एवं i तथा ωt के बीच ग्राफ़।

हम देखते हैं कि धारा, वोल्टता की अपेक्षा चौथाई आवर्त काल $\left[\frac{T}{4} = \frac{\pi/2}{\omega}\right]$ के पश्चात अपने अधिकतम मान को प्राप्त करती है। आपने देखा कि एक प्रेरक में प्रतिघात होता है जो धारा को उसी प्रकार नियंत्रित करता है जैसे dc परिपथ में प्रतिरोध करता है। पर, क्या प्रतिरोध की तरह ही इसमें भी शक्ति व्यय होती है? आइए, इसका पता लगाने का प्रयास करें।

प्रेरक को आपूर्त तात्क्षणिक शक्ति

$$p_L = i\,v = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \times v_m \sin(\omega t)$$

$$= -i_m v_m \cos(\omega t)\sin(\omega t)$$

$$= -\frac{i_m v_m}{2}\sin(2\omega t)$$

अत: एक पूरे चक्र में माध्य शक्ति

$$P_L = \left\langle -\frac{i_m v_m}{2}\sin(2\omega t)\right\rangle$$

$$= -\frac{i_m v_m}{2}\langle \sin(2\omega t)\rangle = 0$$

क्योंकि, एक पूरे चक्र में $\sin(2\omega t)$ का माध्य शून्य होता है

इसलिए *एक पूरे चक्र में किसी प्रेरक को आपूर्त माध्य शक्ति भी शून्य होती है।*

उदाहरण 7.2 25.0 mH का एक शुद्ध प्रेरक 220 V के एक स्रोत से जुड़ा है। यदि स्रोत की आवृत्ति 50 Hz हो तो परिपथ का प्रेरकीय प्रतिघात एवं rms धारा ज्ञात कीजिए।

हल प्रेरकीय प्रतिघात

$$X_L = 2\pi\nu L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 25 \times 10^{-3}\,\Omega$$
$$= 7.85\Omega$$

परिपथ में rms धारा

$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{220\,\text{V}}{7.85\,\Omega} = 28\text{A}$$

उदाहरण 7.2

7.5 संधारित्र पर प्रयुक्त ac वोल्टता

चित्र 7.7 में एक संधारित्रीय ac परिपथ दर्शाया गया है जिसमें केवल एक संधारित्र एक ऐसे ac स्रोत ε से जुड़ा है जो वोल्टता $v = v_m \sin \omega t$ प्रदान करता है।

चित्र 7.7 एक संधारित्र से जुड़ी ac वोल्टता।

जब dc परिपथ में वोल्टता स्रोत से किसी संधारित्र को जोड़ा जाता है तो इसमें धारा, उस अल्पकाल के लिए ही प्रवाहित होती है जो संधारित्र की प्लेटों पर एकत्रित होता है, उनके बीच विभवांतर बढ़ता है, जो धारा का विरोध करता है। अर्थात dc परिपथ में ज्यों-ज्यों संधारित्र आवेशित होता है यह परिपथ धारा को सीमित करता है अथवा उसके प्रवाह का विरोध करता है। जब संधारित्र पूरी तरह आवेशित हो जाता है तो परिपथ में धारा गिर कर शून्य हो जाती है।

जब संधारित्र को ac स्रोत से जोड़ा जाता है, जैसा कि चित्र 7.7 में दर्शाया गया है तो यह धारा को नियंत्रित तो करता है, पर आवेश के प्रवाह को पूरी तरह रोकता नहीं है। क्योंकि धारा प्रत्येक अर्द्ध चक्र में प्रत्यावर्तित होती है संधारित्र भी एकांतर क्रम में आवेशित एवं अनावेशित होता है। माना कि किसी क्षण t पर संधारित्र पर आवेश q है। तो संधारित्र के सिरों के बीच तात्क्षणिक वोल्टता है,

$$v = \frac{q}{C} \tag{7.15}$$

किरखोफ के लूप नियम के अनुसार, स्रोत एवं संधारित्र के सिरों के बीच वोल्टताएँ समान हैं, अत:

$$v_m \sin \omega t = \frac{q}{C}$$

धारा का मान ज्ञात करने के लिए हम संबंध $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ का उपयोग करते हैं

$$i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_m C \sin \omega t) = \omega C\, v_m \cos(\omega t)$$

संबंध, $\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, का उपयोग करने से हम पाते हैं,

$$i = i_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{7.16}$$

यहाँ, दोलायमान धारा का आयाम $i_m = \omega C v_m$ है। इसको हम

$$i_m = \frac{v_m}{(1/\omega C)}$$

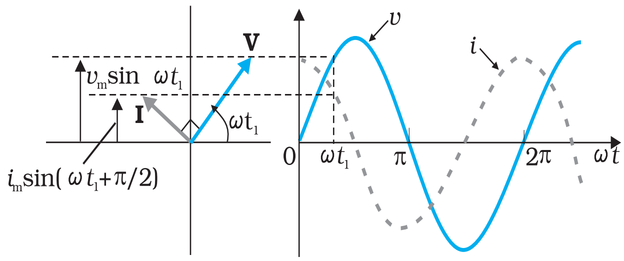
के रूप में लिखें और विशुद्ध प्रतिरोधकीय परिपथ के तदनुरूपी सूत्र $i_m = v_m/R$ से तुलना करें तो हम पाते हें कि $(1/\omega C)$ की भूमिका प्रतिरोध जैसी ही है। इसको *संधारित्र प्रतिघात* कहते हैं और X_c से निरूपित करते हैं।

$$X_c = 1/\omega C \tag{7.17}$$

अत: धारा का आयाम है,

$$i_m = \frac{v_m}{X_C} \tag{7.18}$$

© NCERT not to be republished



(a) (b)

चित्र 7.8 (a) चित्र 7.7 में दर्शाए गए परिपथ का फेजर आरेख (b) v एवं i का समय के सापेक्ष ग्राफ़।

संधारित्रीय प्रतिघात की विमाएँ वही हैं जो प्रतिरोध की और इसका SI मात्रक ओम (Ω) है। संधारित्रीय प्रतिघात उसी प्रकार विशुद्ध संधारित्रीय परिपथ में धारा को नियंत्रित करता है जैसे विशुद्ध प्रतिरोधकीय परिपथ में प्रतिरोध, परंतु इसका मान आवृत्ति एवं धारिता के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

समीकरण (7.16) की स्रोत वोल्टता की समीकरण (7.1) से तुलना करने पर हम पाते हैं कि धारा, वोल्टता से $\pi/2$ अग्रगामी होती है। चित्र 7.8 (a) किसी क्षण t_1 पर फेजर आरेख दर्शाता है। यहाँ धारा फेजर **I** , वोल्टता फेजर **V** से $\pi/2$ कोण अग्रगामी है जब वे वामावर्त घूर्णन करते हैं। चित्र 7.8 (b), वोल्टता एवं धारा में समय के साथ होने वाला परिवर्तन दर्शाता है। हम देखते हैं कि धारा, वोल्टता की तुलना में चौथाई समयकाल पहले अधिकतम मान ग्रहण करती है।

संधारित्र को आपूर्त तात्क्षणिक शक्ति,

$$p_c = i\,v = i_m \cos(\omega t) v_m \sin(\omega t)$$

$$= i_m v_m \cos(\omega t) \sin(\omega t)$$

$$= \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \qquad (7.19)$$

अत: संधारित्र के प्रकरण में, माध्य शक्ति

$$\bar{P}_C = \left\langle \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \right\rangle = \frac{i_m v_m}{2} \langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$$

क्योंकि एक पूर्ण चक्र पर $\langle\sin(2\omega t)\rangle = 0$

इस प्रकार हम देखते हैं कि प्रेरक के प्रकरण में धारा, वोल्टता से $\pi/2$ कोण पश्चगामी एवं संधारित्र के प्रकरण में धारा, वोल्टता से $\pi/2$ कोण अग्रगामी होती है।

उदाहरण 7.3

उदाहरण 7.3 एक लैंप किसी संधारित्र के साथ श्रेणीक्रम में जुड़ा है। dc एवं ac संयोजनों के लिए अपने प्रेक्षणों की प्रागुक्ति कीजिए। प्रत्येक प्रकरण में बताइए कि संधारित्र की धारिता कम करने का क्या प्रभाव होगा?

हल जब संधारित्र के साथ किसी dc स्रोत को जोड़ते हैं तो संधारित्र आवेशित होता है और उसके पूर्ण आवेशन के बाद परिपथ में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती और लैंप प्रकाशित नहीं होता है। इस मामले में C को कम करने से कोई परिवर्तन नहीं आएगा। ac स्रोत के साथ, संधारित्र $(1/\omega C)$ संधारित्रीय प्रतिघात लगाता है और परिपथ में धारा प्रवाहित होती है। परिणामत: लैंप प्रकाश देगा। C को कम करने से प्रतिघात बढ़ेगा और लैंप पहले की तुलना में दीप्ति से प्रकाशित होगा।

उदाहरण 7.4

उदाहरण 7.4 15.0 μF का एक संधारित्र, 220 V, 50 Hz स्रोत से जोड़ा गया है। परिपथ का संधारित्रीय प्रतिघात और इसमें प्रवाहित होने वाली (rms एवं शिखर) धारा का मान बताइए। यदि आवृत्ति को दोगुना कर दिया जाए तो संधारित्रीय प्रतिघात और धारा के मान पर क्या प्रभाव होगा?

हल संधारित्रीय प्रतिघात है,

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2\pi(50\text{Hz})(15.0\times10^{-6}\text{F})} = 212\ \Omega$$

© NCERT not to be republished

rms धारा है

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{220\,\text{V}}{212\ \Omega} = 1.04\ \text{A}$$

शिखर धारा है

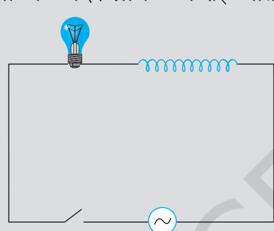
$$i_m = \sqrt{2}I = (1.41)(1.04\ A) = 1.47A$$

यह धारा +1.47A एवं –1.47 A के बीच दोलन करती है और वोल्टता से $\pi/2$ कोण अग्रगामी होती है।

यदि आवृत्ति दोगुनी हो जाए तो संधारित्रीय प्रतिघात आधा रह जाता है, परिणामत: धारा दोगुनी हो जाती है।

उदाहरण 7.4

उदाहरण 7.5 एक प्रकाश बल्ब और एक सरल कुंडली प्रेरक, एक कुंजी सहित, चित्र में दर्शाए अनुसार, एक ac स्रोत से जोड़े गए हैं। स्विच को बंद कर दिया गया है और कुछ समय पश्चात एक लोहे की छड़ प्रेरक कुंडली के अंदर प्रविष्ट कराई जाती है।



चित्र 7.9

छड़ को प्रविष्ट कराते समय प्रकाश बल्ब की चमक (a) बढ़ती है (b) घटती है (c) अपरिवर्तित रहती है। कारण सहित उत्तर दीजिए।

हल जैसे-जैसे लोहे की छड़ कुंडली में प्रवेश करती है कुंडली के अंदर का चुंबकीय क्षेत्र इसे चुंबकित कर देता है जिससे कुंडली के अंदर चुंबकीय क्षेत्र बढ़ जाता है। अत: कुंडली का प्रेरकत्व बढ़ जाता है। परिणामत: कुंडली का प्रेरकीय प्रतिघात बढ़ जाता है। इस प्रकार प्रयुक्त ac वोल्टता का अधिकांश भाग प्रेरक के सिरों के बीच प्रभावी हो जाता है और बल्ब के सिरों के बीच वोल्टता कम रह जाती है। अत: बल्ब की दीप्ति कम हो जाती है।

उदाहरण 7.5

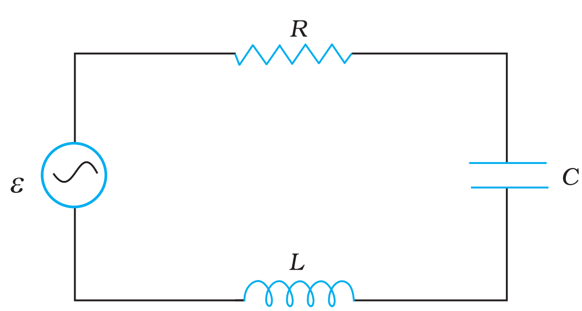
7.6 श्रेणीबद्ध LCR परिपथ पर प्रयुक्त ac वोल्टता

चित्र 7.10, ac स्रोत ε से जुड़ा श्रेणीबद्ध LCR परिपथ दर्शाता है। पहले की ही भाँति हम ac स्रोत की वोल्टता $v = v_m \sin \omega t$ लेते हैं।

यदि संधारित्र पर आवेश q एवं किसी क्षण t पर परिपथ में प्रवाहित धारा i है तो किरखोफ़ पाश नियम से

$$L\frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = v \qquad (7.20)$$

हम तात्क्षणिक धारा i और प्रयुक्त प्रत्यावर्ती वोल्टता v के साथ इसका कला संबंध ज्ञात करना चाहते हैं। हम इस समस्या को हल करने के लिए दो विधियों का उपयोग करेंगे। पहली विधि में हम फेजर्स तकनीक का उपयोग करेंगे और दूसरी विधि में हम समीकरण (7.20) को विश्लेषणात्मक रूप से हल करके i की कालाश्रितता प्राप्त करेंगे।



चित्र 7.10 किसी ac स्रोत से संयोजित श्रेणीबद्ध LCR परिपथ।

© NCERT not to be republished

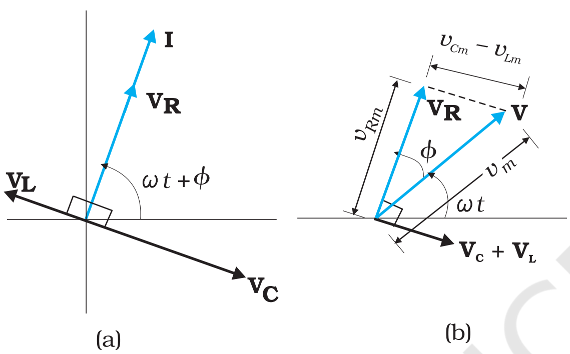
7.6.1 फेजर आरेख द्वारा हल

चित्र 7.10 में दर्शाए गए परिपथ में प्रतिरोधक, प्रेरक एवं संधारित्र श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। अत: किसी क्षण विशेष पर परिपथ के हर घटक में ac धारा, उसके आयाम एवं कला समान हैं। माना कि

$$i = i_m \sin(\omega t+\phi) \qquad (7.21)$$

यहाँ ϕ स्रोत की वोल्टता और परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा में कला-अंतर है। पिछले अनुभागों में हमने जो सीखा है उसके आधार पर हम वर्तमान प्रकरण का एक फेजर आरेख बनाएँगे।

मान लीजिए कि समीकरण (7.21) द्वारा प्रदत्त परिपथ की धारा को फेजर **I** द्वारा व्यक्त करें। और प्रेरक, प्रतिरोधक, संधारित्र एवं स्रोत के सिरों के बीच वोल्टताओं को क्रमश: $\mathbf{V_L}$, $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C}$, एवं **V** से निरूपित करें तो पिछले अनुभाग से हम जानते हैं कि $\mathbf{V_R}$, **I** के समातंर है, $\mathbf{V_C}$ धारा **I** से $\pi/2$ रेडियन पीछे है तथा $\mathbf{V_L}$, **I** से $\pi/2$ रेडियन आगे है। चित्र 7.11(a) में $\mathbf{V_L}$, $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C}$ एवं **I** को समुचित कला संबंधों के साथ दर्शाया गया है।



चित्र 7.11 (a) फेजर्स $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_C$, एवं *I* के बीच पारस्परिक संबंध (b) फेजर्स $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_R$, एवं $(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C)$ के बीच 7.10 में दर्शाए गए परिपथ के लिए संबंध।

इन फेजर्स की लंबाई अर्थात $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C}$ एवं $\mathbf{V_L}$ के आयाम हैं :

$$v_{Rm} = i_m R,\ v_{Cm} = i_m X_C,\ v_{Lm} = i_m X_L \qquad (7.22)$$

परिपथ के लिए वोल्टता समीकरण (7.20) को इस प्रकार लिखा जा सकता है

$$v_L + v_R + v_C = v \qquad (7.23)$$

वह फेजर संबंध जिसके ऊर्ध्वाधर घटकों द्वारा उपरोक्त समीकरण बनती है, वह है

$$\mathbf{V_L} + \mathbf{V_R} + \mathbf{V_C} = \mathbf{V} \qquad (7.24)$$

इस संबंध को चित्र 7.11 (b) में प्रस्तुत किया गया है। चूँकि, $\mathbf{V_C}$ एवं $\mathbf{V_L}$ सदैव एक ही सरल रेखा में और एक दूसरे की विपरीत दिशाओं में होते हैं, उनको एक एकल फेजर $(\mathbf{V_C} + \mathbf{V_L})$ के रूप में संयोजित किया जा सकता है जिसका परिमाण $|v_{Cm} - v_{Lm}|$ होता है। चूँकि **V** उस समकोण त्रिभुज के कर्ण से निरूपित किया गया है जिसकी भुजाएँ $\mathbf{V_R}$ एवं $(\mathbf{V_C} + \mathbf{V_L})$ हैं, पाइथागोरस प्रमेय द्वारा,

$$v_m^2 = v_{Rm}^2 + (v_{Cm} - v_{Lm})^2$$

समीकरण (7.22) से v_{Rm}, v_{Cm}, एवं v_{Lm} के मान प्रत्येक समीकरण में रखने पर

$$v_m^2 = (i_m R)^2 + (i_m X_C - i_m X_L)^2$$

$$= i_m^2 \left[R^2 + (X_C - X_L)^2\right]$$

अथवा $$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \qquad [7.25(a)]$$

किसी परिपथ में प्रतिरोध से समतुल्यता के आधार पर हम ac परिपथ के लिए *प्रतिबाधा*, *Z* पद को उपयोग में लाएँ तो

$$i_m = \frac{v_m}{Z} \qquad [7.25(b)]$$

यहाँ $$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \qquad (7.26)$$

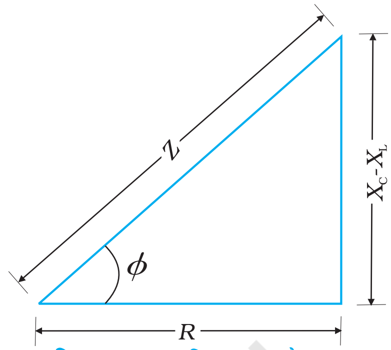
© NCERT not to be republished

चूँकि फेजर **I** सदैव फेजर $\mathbf{V_R}$ के समांतर होता है, कला कोण ϕ $\mathbf{V_R}$ एवं **V** के बीच बना कोण है और चित्र 7.12 के आधार पर इसका मान ज्ञात किया जा सकता है

$$\tan\phi = \frac{v_{Cm} - v_{Lm}}{v_{Rm}}$$

समीकरण (7.22) का उपयोग करने पर,

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} \tag{7.27}$$



चित्र 7.12 प्रतिबाधा आरेख।

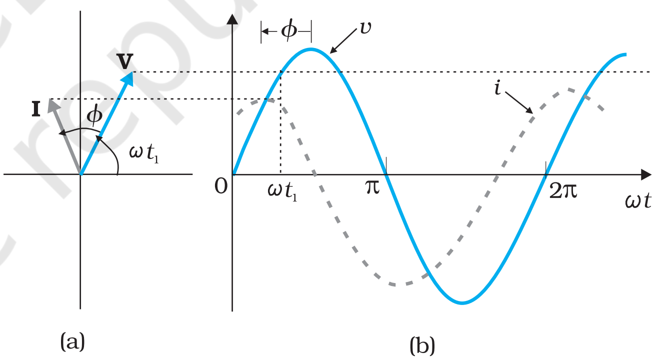
समीकरणों (7.26) एवं (7.27) का ग्राफीय निरूपण चित्र (7.12) में प्रस्तुत किया गया है। यह *प्रतिबाधा आरेख* कहलाता है। यह एक समकोण त्रिभुज है जिसका कर्ण Z है।

समीकरण 7.25(a) धारा का आयाम बताती है एवं समीकरण (7.27) से कलाकोण का मान प्राप्त होता है। इनके साथ मिलकर समीकरण (7.21) पूर्णत: निर्दिष्ट हो जाती है।

यदि $X_C > X_L$, ϕ धनात्मक होता है तथा परिपथ का धारितात्मक व्यवहार प्रधान हो जाता है। परिणामत: परिपथ में धारा स्रोत वोल्टता से अग्र हो जाती है। यदि $X_C < X_L$, ϕ ऋणात्मक होता है तथा परिपथ का प्रेरकीय व्यवहार प्रमुख हो जाता है। परिणामत: परिपथ में धारा स्रोत वोल्टता से पश्च हो जाती है।

चित्र 7.13, $X_C > X_L$ के प्रकरण के लिए फेजर आरेख है और यह ωt के साथ v एवं i में होने वाले परिवर्तन को दर्शाता है।

इस प्रकार, फेजर्स तकनीक का उपयोग करके, हमने श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ में धारा का आयाम एवं कला ज्ञात कर ली है। लेकिन ac परिपथों के विश्लेषण की इस विधि में कुछ कमियाँ हैं। प्रथम तो यह कि फेज़र आरेख प्रारंभिक स्थितियों के विषय में कोई सूचना नहीं देते। आप t का कोई भी यादृच्छिक मान (जैसा कि इस अध्याय में सब जगह t_1 लिया गया है) ले सकते हैं और विभिन्न फेजर्स के बीच सापेक्षिक कोण दर्शाते हुए अलग-अलग फेजर्स आरेख बना सकते हैं। इस प्रकार प्राप्त हल को *स्थायी अवस्था हल* कहते हैं। यह कोई व्यापक हल नहीं है। इसके अतिरिक्त एक *क्षणिक हल* भी होता है जो $v = 0$ के लिए भी लागू होता है। व्यापक हल, क्षणिक हल एवं स्थायी अवस्था हल के योग से प्राप्त होता है। पर्याप्त दीर्घकाल के पश्चात क्षणिक हल के प्रभाव निष्प्रभावी हो जाते हैं और परिपथ के आचरण का वर्णन स्थायी अवस्था द्वारा ही हल किया जाता है।



चित्र 7.13 (a) **V** एवं **I** के लिए फेजर आरेख
(b) श्रेणीबद्ध LCR परिपथ के लिए ωt के साथ v एवं i में परिवर्तन दर्शाने वाले ग्राफ (यहाँ $X_C > X_L$)।

7.6.2 अनुनाद

श्रेणीबद्ध *RLC* परिपथ का एक रोचक अभिलक्षण अनुनाद की परिघटना है। अनुनाद ऐसे सभी निकायों की एक सामान्य परिघटना है जिनमें एक विशिष्ट आवृत्ति से दोलन की प्रवृत्ति होती है। यह आवृत्ति उस निकाय की *प्राकृतिक आवृत्ति* कहलाती है। यदि इस प्रकार का कोई निकाय किसी ऐसे ऊर्जा स्रोत द्वारा संचालित हो जिसकी आवृत्ति निकाय की प्राकृतिक आवृत्ति के सन्निकट हो तो निकाय बहुत अधिक आयाम के साथ दोलन करता हुआ पाया जाता है। इसका एक सुपरिचित उदाहरण झूले पर बैठा हुआ बच्चा है। झूले की, लोलक की ही तरह मूल बिन्दु के इधर-उधर दोलन

© NCERT not to be republished

की एक प्राकृतिक आवृत्ति होती है। यदि बच्चा रस्सी को नियमित समय-अंतरालों पर खींचता है और खींचने की आवृत्ति लगभग झूले के दोलनों की प्राकृतिक आवृत्ति के बराबर हो तो झूलने का आयाम अधिक होगा (देखिए कक्षा 11 का अध्याय 13)।

v_m आयाम एवं ω आवृत्ति की वोल्टता द्वारा संचालित RLC परिपथ के लिए हम पाते हैं कि धारा आयाम,

$$i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

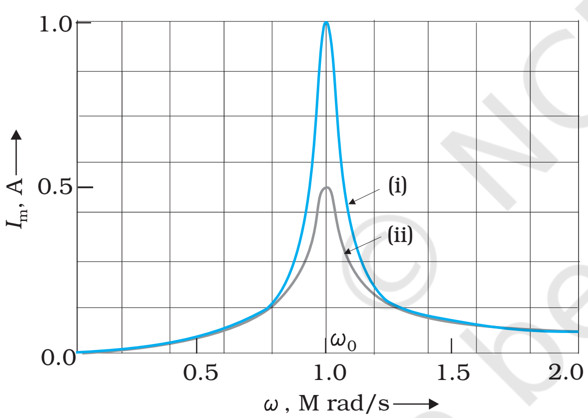
यहाँ $X_c = 1/\omega C$ एवं $X_L = \omega L$ अतः यदि ω को परिवर्तित किया जाए तो एक विशिष्ट आवृत्ति ω_0 पर $X_c = X_L$ एवं प्रतिबाधा Z का मान न्यूनतम $\left(Z = \sqrt{R^2 + 0^2} = R\right)$ हो जाता है। यह आवृत्ति *अनुनादी आवृत्ति* कहलाती है :

$$X_c = X_L \text{ या } \frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$$

$$\text{या} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (7.28)$$

अनुनादी आवृत्ति पर धारा का आयाम अधिकतम होता है और इसका मान है, $i_m = v_m/R$

चित्र 7.14 किसी RLC श्रेणीक्रम परिपथ के लिए ω के साथ I_m का परिवर्तन दर्शाता है। यहाँ $L = 1.00$ mH, $C = 1.00$ nF है तथा R के दो अलग-अलग मान (i) $R = 100\ \Omega$ एवं (ii) $R = 200\ \Omega$ लिए गए हैं। प्रयुक्त स्रोत के लिए $V_m = 100$ V, इस प्रकरण में $\omega_0 = (\frac{1}{\sqrt{LC}}) = 1.00\times10^6$ rad/s ।



चित्र 7.14 दो प्रकरणों *(i)* $R = 100\ \Omega$ एवं *(ii)* $R = 200\ \Omega$ के लिए, ω के साथ I_m का परिवर्तन। दोनों प्रकरणों में $L = 1.00$ mH

हम देखते हैं कि अनुनादी आवृत्ति पर धारा का आयाम अधिकतम होता है। चूँकि $i_m = v_m / R$ अनुनाद की स्थिति में, प्रकरण (i) में धारा का परिमाण प्रकरण (ii) की स्थिति में धारा के परिमाण से दोगुना है।

अनुनादी परिपथों के तरह-तरह के अनुप्रयोग होते हैं उदाहरणार्थ, रेडियो एवं टीवी सेटों के समस्वरण की क्रियाविधि। किसी रेडियो का ऐंटिना अनेक प्रसारक स्टेशनों से संकेतों का अभिग्रहण करता है। ऐंटिना द्वारा अभिग्रहित संकेत, रेडियो के समस्वरण परिपथ में स्रोत का कार्य करते हैं, इसलिए परिपथ अनेक आवृत्तियों पर संचालित किया जा सकता है। परंतु किसी विशिष्ट रेडियो स्टेशन को सुनने के लिए हम रेडियो को समस्वरित करते हैं। समस्वरण के लिए हम समस्वरण परिपथ में लगे संधारित्र की धारिता को परिवर्तित कर परिपथ की आवृत्ति को परिवर्तित कर इस स्थिति में लाते हैं कि उसकी अनुनादी आवृत्ति अभिगृहित रेडियो संकेतों की आवृत्ति के लगभग बराबर हो जाए। जब ऐसा होता है तो परिपथ में उस विशिष्ट रेडियो स्टेशन से आने वाले संकेतों की आवृत्ति के धारा आयाम का मान अधिकतम हो जाता है।

एक महत्वपूर्ण एवं ध्यान देने योग्य तथ्य यह है कि अनुनाद की परिघटना केवल उन्हीं परिपथों द्वारा प्रदर्शित की जाती है जिनमें L एवं C दोनों विद्यमान होते हैं। क्योंकि केवल तभी L एवं C के सिरों के बीच की वोल्टता (विपरीत कला में होने के कारण) एक दूसरे को निरस्त करती हैं और

धारा आयाम v_m/R होता है तथा कुल स्रोत वोल्टता R के सिरों के बीच ही प्रभावी पायी जाती है। इसका अर्थ यह हुआ कि RL या RC परिपथ में अनुनाद नहीं।

उदाहरण 7.6 एक 200 Ω प्रतिरोधक एवं एक 15.0 μF संधारित्र, किसी 220 V, 50 Hz ac स्रोत से श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। (a) परिपथ में धारा की गणना कीजिए; (b) प्रतिरोधक एवं संधारित्र के सिरों के बीच (rms) वोल्टता की गणना कीजिए। क्या इन वोल्टताओं का बीजगणितीय योग स्रोत वोल्टता से अधिक है? यदि हाँ, तो इस विरोधाभास का निराकरण कीजिए।

हल

दिया है

$R = 200\,\Omega,\ C = 15.0\,\mu F = 15.0 \times 10^{-6}\,F$

$V = 220\,V,\ \nu = 50\,Hz$

(a) धारा की गणना करने के लिए, हमें परिपथ की प्रतिबाधा की आवश्यकता होती है। यह होता है–

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi \nu C)^{-2}}$$

$$= \sqrt{(200\,\Omega)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times 15.0 \times 10^{-6}\,F)^{-2}}$$

$$= \sqrt{(200\,\Omega)^2 + (212.3\,\Omega)^2}$$

$$= 291.67\,\Omega$$

इसलिए, परिपथ में धारा है,

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220\,V}{291.5\,\Omega} = 0.755\,A$$

(b) चूँकि पूरे परिपथ में समान धारा प्रवाहित हो रही है, इसलिए

$$V_R = I R = (0.755\,A)(200\,\Omega) = 151\,V$$

$$V_C = I X_C = (0.755\,A)(212.3\,\Omega) = 160.3\,V$$

दोनों वोल्टताओं V_R एवं V_C का बीजगणितीय योग 311.3 V है जो स्रोत वोल्टता 220 V से अधिक है। इस विरोधाभास का निराकरण किस प्रकार किया जाए? जैसा कि आपने पाठ में पढ़ा है, दोनों वोल्टताएँ समान कला में नहीं होती हैं। इसलिए उनको साधारण संख्याओं की तरह नहीं जोड़ा जा सकता है। इन वोल्टताओं में 90º का कला-अंतर होता है। इसलिए इनके योग का परिमाण पाइथागोरस के प्रमेय का उपयोग करके ज्ञात किया जा सकता है। अतः,

$$V_{R+C} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$= 220\,V$$

इस प्रकार, यदि दो वोल्टताओं के बीच के कला-अंतर को गणना में लाते हुए प्रतिरोधक एवं संधारित्र के सिरों के बीच कुल वोल्टता ज्ञात की जाए तो यह स्रोत वोल्टता के बराबर ही पायी जाएगी।

उदाहरण 7.6

7.7 ac परिपथों में शक्ति : शक्ति गुणांक

हम देख चुके हैं कि श्रेणीबद्ध *RLC* परिपथ में प्रयुक्त कोई वोल्टता $v = v_m \sin\omega t$ इस परिपथ में धारा $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$ प्रवाहित करती है। यहाँ,

$$i_m = \frac{v_m}{Z} \text{ एवं } \phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_L}{R}\right)$$

© NCERT not to be republished

इसलिए स्रोत द्वारा आपूर्त तात्क्षणिक शक्ति p है,

$$p = v\,i = (v_m \sin \omega t) \times [i_m \sin(\omega t + \phi)]$$

$$= \frac{v_m i_m}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)] \quad (7.29)$$

एक पूर्ण चक्र में माध्य शक्ति समीकरण (7.29) के दाएँ पक्ष के दोनों पदों का माध्य लेने से प्राप्त हो सकती है। इनमें केवल दूसरा पद ही समय पर निर्भर करता है, और इसका माध्य शून्य है (कोज्या (cosine) का धनात्मक अर्द्ध इसके ऋणात्मक अर्द्ध को निरस्त कर देता है।) इसलिए,

$$P = \frac{v_m i_m}{2} \cos \phi = \frac{v_m}{\sqrt{2}} \frac{i_m}{\sqrt{2}} \cos \phi$$

$$= V\,I \cos \phi \quad [7.30(a)]$$

इसको इस प्रकार भी लिखा जा सकता है

$$P = I^2 Z \cos \phi \quad [7.30(b)]$$

अतः क्षयित माध्य शक्ति, न केवल वोल्टता एवं धारा पर निर्भर करती है बल्कि उनके बीच के कला–कोण की कोज्या (cosine) पर भी निर्भर करती है। राशि $\cos \phi$ को *शक्ति गुणांक* कहा जाता है। आइए निम्नलिखित प्रकरणों पर चर्चा करें :

प्रकरण (i) *प्रतिरोधकीय परिपथ :* यदि परिपथ में केवल शुद्ध R है तो यह परिपथ *प्रतिरोधकीय* परिपथ कहलाता है। इस परिपथ के लिए $\phi = 0$, $\cos \phi = 1$ इसमें अधिकतम शक्ति क्षय होती है।

प्रकरण (ii) *शुद्ध प्रेरकीय* अथवा *धारितीय परिपथ :* यदि परिपथ में केवल एक प्रेरक अथवा संधारित्र हो तो हम जानते हैं कि धारा एवं वोल्टता के बीच कला अंतर $\pi/2$ होता है। इसलिए $\cos \phi = 0$ और इसलिए यद्यपि परिपथ में धारा प्रवाहित होती है तो भी कोई शक्ति क्षय नहीं होती। इस धारा को कभी-कभी *वाटहीन धारा* भी कहा जाता है।

प्रकरण (iii) *श्रेणीबद्ध LCR परिपथ :* किसी LCR परिपथ में शक्ति क्षय समीकरण (7.30) के अनुसार होता है। यहाँ $\phi = \tan^{-1} (X_c - X_L)/ R$ अतः किसी RL या RC या RCL परिपथ में ϕ शून्येतर हो सकता है। इन परिपथों में भी शक्ति केवल प्रतिरोधक में ही क्षयित होती है।

प्रकरण (iv) *LCR परिपथ में अनुनाद स्थिति में शक्ति क्षय :* अनुनाद की स्थिति में $X_c - X_L = 0$ एवं $\phi = 0$ इसलिए $\cos\phi = 1$ एवं $P = I^2 Z = I^2 R$ अर्थात परिपथ में अधिकतम शक्ति (R के माध्यम से) अनुनाद की स्थिति में क्षयित होती है।

उदाहरण 7.7

उदाहरण 7.7 (a) विद्युत शक्ति के परिवहन के लिए प्रयुक्त होने वाले परिपथों में निम्न शक्ति गुणांक, संप्रेषण में अधिक ऊर्जा का क्षय होगा, निर्दिष्ट करता है। इसका कारण समझाइए।

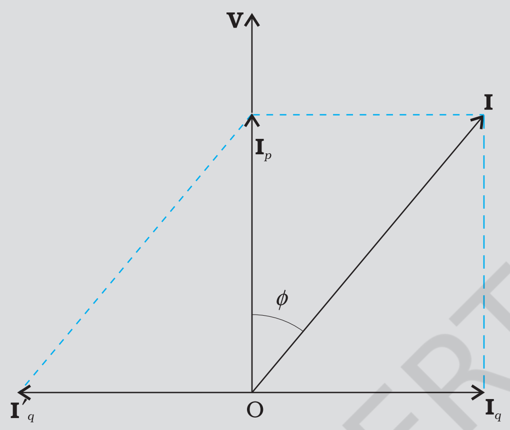
(b) परिपथ का शक्ति गुणांक, प्रायः परिपथ में उपयुक्त मान के संधारित्र का उपयोग करके सुधारा जा सकता है। यह तथ्य समझाइए।

हल (a) हम जानते हैं कि $P = I\,V \cos \phi$ यहाँ $\cos \phi$ शक्ति गुणांक है। दी गई वोल्टता पर वांछित शक्ति की आपूर्ति के लिए यदि $\cos \phi$ का मान कम होगा तो हमें उसी अनुपात में धारा का मान बढ़ाना पड़ेगा। परन्तु इससे संप्रेषण में अधिक शक्ति क्षय (I^2R) होगा।

(b) माना कि किसी परिपथ में धारा I वोल्टता से ϕ कोण पीछे रहती है तो इस परिपथ के लिए $\cos \phi = R/Z$

© NCERT not to be republished

हम शक्ति गुणांक का सुधार कर इसका मान 1 की ओर प्रवृत्त कर सकते हैं जिसके लिए Z का मान R हो यह प्रयास करना पड़ेगा। यह उपलब्धि कैसे होती है, आइए चित्र द्वारा इसे समझने का प्रयास करें। धारा **I** को हम दो घटकों में वियोजित करते हैं– $\mathbf{I}_p$ प्रयुक्त वोल्टता **V** की दिशा में एवं $\mathbf{I}_q$ वोल्टता की लंबवत दिशा में। $\mathbf{I}_q$ जैसा आप अनुभाग 7.7 में पढ़ चुके हैं, वाटहीन घटक कहलाता है क्योंकि धारा के इस घटक के संगत कोई शक्ति क्षय नहीं होता। $\mathbf{I}_P$ को शक्ति घटक कहा जाता है, क्योंकि यह वोल्टता के साथ समान कला में है और इसी के साथ परिपथ में शक्ति क्षय होती है।



चित्र 7.15

इस विश्लेषण से यह स्पष्ट है कि यदि हम शक्ति गुणांक में सुधार लाना चाहें तो पश्चगामी वाटहीन धारा $\mathbf{I}_q$ को उसी के बराबर अग्रगामी वाटहीन धारा $\mathbf{I}'_q$ द्वारा उदासीन करना पड़ेगा। इसके लिए उपयुक्त मान का संधारित्र समांतर क्रम में संयोजित करना होगा ताकि I_q एवं $\mathbf{I}'_q$ एक-दूसरे को निरस्त कर सकें और P प्रभावी रूप से I_p V हो सके।

उदाहरण 7.7

उदाहरण 7.8 283 V शिखर वोल्टता एवं 50 Hz आवृत्ति की एक ज्यावक्रीय वोल्टता एक श्रेणीबद्ध LCR परिपथ से जुड़ी है जिसमें $R = 3\ \Omega$, $L = 25.48$ mH, एवं $C = 796\ \mu$F है। ज्ञात कीजिए (a) परिपथ की प्रतिबाधा; (b) स्रोत के सिरों के बीच लगी वोल्टता एवं परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा के बीच कला-अंतर; (c) परिपथ में होने वाला शक्ति-क्षय; एवं (d) शक्ति गुणांक।

हल

(a) परिपथ की प्रतिबाधा ज्ञात करने के लिए पहले हम X_L एवं X_C की गणना करेंगे।

$$X_L = 2\pi\nu L$$
$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 25.48 \times 10^{-3}\ \Omega = 8\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 796 \times 10^{-6}} = 4\Omega$$

इसलिए,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (8-4)^2}$$
$$= 5\ \Omega$$

उदाहरण 7.8

उदाहरण 7.8

(b) कला-अंतर, $\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{4-8}{3}\right) = -53.1°$$

चूँकि ϕ का मान ऋणात्मक है, परिपथ में धारा स्रोत के सिरों के बीच वोल्टता से पीछे रहती है,

(c) परिपथ में शक्ति क्षय,

$P = I^2 R$

अब, $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{283}{5}\right) = 40\text{A}$

अतः, $P = (40\text{A})^2 \times 3\,\Omega = 4800\text{ W}$

(d) शक्ति गुणांक $= \cos\phi = \cos(-53.1°) = 0.6$

उदाहरण 7.9

उदाहरण 7.9 माना कि पूर्व उदाहरण में वर्णित स्रोत की आवृत्ति परिवर्तनशील है। (a) स्रोत की किस आवृत्ति पर अनुनाद होगा। (b) अनुनाद की अवस्था में प्रतिबाधा, धारा एवं क्षयित शक्ति की गणना कीजिए।

हल

(a) वह आवृत्ति जिस पर अनुनाद होगा,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25.48 \times 10^{-3} \times 796 \times 10^{-6}}}$$

$$= 222.1\text{rad/s}$$

$$\nu_r = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{221.1}{2 \times 3.14}\text{Hz} = 35.4\text{Hz}$$

(b) अनुनाद की स्थिति में प्रतिबाधा, Z प्रतिरोध, R के बराबर होती है अतः

$Z = R = 3\Omega$

अनुनाद स्थिति में rms धारा

$$= \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = \left(\frac{283}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{3} = 66.7\text{A}$$

अनुनाद स्थिति में शक्ति क्षय

$$P = I^2 \times R = (66.7)^2 \times 3 = 13.35\text{ kW}$$

प्रस्तुत प्रकरण में आप देख सकते हैं कि अनुनाद स्थिति में शक्ति क्षय उदाहरण 7.8 में हुए शक्ति क्षय से अधिक है।

उदाहरण 7.10

उदाहरण 7.10 किसी हवाई अड्डे पर सुरक्षा कारणों से, किसी व्यक्ति को धातु-संसूचक के द्वार पथ से गुजारा जाता है। यदि उसके पास कोई धातु से बनी वस्तु है, तो धातु संसूचक से एक ध्वनि निकलने लगती है। यह संसूचक किस सिद्धांत पर कार्य करता है?

© NCERT not to be republished

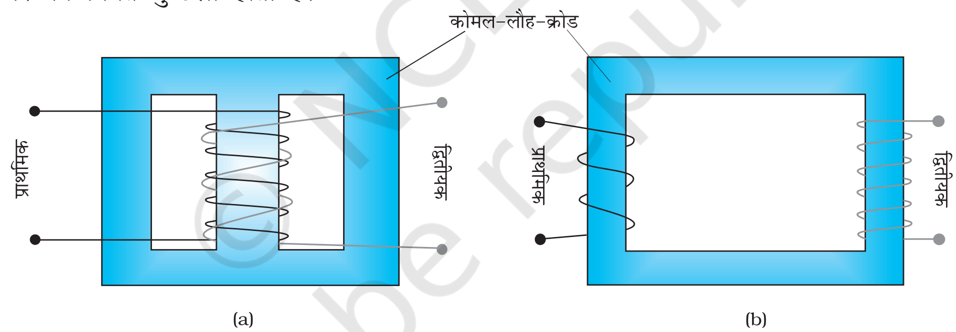
उदाहरण 7.10

हल धातु संसूचक ac परिपथों में अनुनाद के सिद्धांत पर कार्य करता है। जब आप किसी धातु संसूचक से गुजरते है तो वास्तव में आप अनेक फेरों वाली एक कुंडली से होकर गुजरते हैं। यह कुंडली एक ऐसी समस्वरित संधारित्र से जुड़ी होती है जिसके कारण परिपथ अनुनाद की स्थिति में होता है। जब आप जेब में धातु लेकर कुंडली से गुजरते हैं तो परिपथ की प्रतिबाधा परिवर्तित हो जाती है, परिणामस्वरूप परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा में सार्थक परिवर्तन होता है। धारा का यह परिवर्तन संसूचित होता है एवं इलेक्ट्रॉनिक परिपथिकी के कारण चेतावनी की ध्वनि उत्पन्न होती है।

7.8 ट्रांसफॉर्मर

अनेक उद्देश्यों के लिए ac वोल्टता को एक मान से दूसरे अधिक या कम मान में परिवर्तित करना (या रूपांतरित करना) आवश्यक हो जाता है। ऐसा अन्योन्य प्रेरण के सिद्धांत पर आधारित एक युक्ति के द्वारा किया जाता है जिसे *ट्रांसफॉर्मर* कहते हैं।

ट्रांसफार्मर में दो कुंडलियाँ होती हैं जो एक दूसरे से विद्युतरुद्ध होती हैं। वे एक कोमल-लौह-क्रोड पर लिपटी होती हैं। लपेटने की विधि या तो चित्र 7.16 (a) की भाँति होती है, जिसमें एक कुंडली दूसरी के ऊपर लिपटी होती है, या फिर चित्र 7.16 (b) की भाँति जिसमें दोनों कुंडलियाँ क्रोड की अलग-अलग भुजाओं पर लिपटी होती हैं। एक कुंडली को *प्राथमिक कुंडली* (primary coil) कहते हैं इसमें N_p लपेटे होते हैं। दूसरी कुंडली को *द्वितीयक कुंडली* (secondary coil) कहते हैं, इसमें N_s लपेटे होते हैं। प्राय: प्राथमिक कुंडली निवेशी कुंडली होती है एवं द्वितीयक कुंडली ट्रांसफार्मर की निर्गत कुंडली होती है।



चित्र 7.16 किसी ट्रांसफॉर्मर में प्राथमिक एवं द्वितीयक कुंडलियों को लपेटने की दो व्यवस्थाएँ : (a) एक दूसरे के ऊपर लपेटी गई दो कुंडलियाँ (b) क्रोड की अलग-अलग भुजाओं पर लिपटी कुंडलियाँ

जब प्राथमिक कुंडली के सिरों के बीच प्रत्यावर्ती वोल्टता लगाई जाती है तो परिणामी धारा एक प्रत्यावर्ती चुंबकीय फ्लक्स उत्पन्न करती है जो द्वितीयक कुंडली से संयोजित होकर इसके सिरों के बीच एक emf प्रेरित करता है। इस emf का मान द्वितीयक कुंडली में फेरों की संख्या पर निर्भर करता है। हम मान लेते हैं कि हमारा ट्रांसफॉर्मर एक आदर्श ट्रांसफॉर्मर है जिसकी प्राथमिक कुंडली का प्रतिरोध नगण्य है, और क्रोड का संपूर्ण फ्लक्स प्राथमिक एवं द्वितीयक दोनों कुंडलियों से गुजरता है। प्राथमिक कुंडली के सिरों के बीच वोल्टता v_p लगाने से, माना किसी क्षण t पर, इस कुंडली का प्रत्येक फेरा क्रोड में ϕ फ्लक्स उत्पन्न करता है।

तब N_s लपेटों वाली द्वितीयक कुंडली के सिरों के बीच प्रेरित emf या वोल्टता ε_s है

$$\varepsilon_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \tag{7.31}$$

प्रत्यावर्ती फ्लक्स, ϕ प्राथमिक कुंडली में भी एक emf प्रेरित करता है जिसे पश्च विद्युत वाहक बल कहते हैं। यह है,

$$\varepsilon_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \tag{7.32}$$

© NCERT not to be republished

लेकिन, $\varepsilon_p = v_p$ यदि ऐसा नहीं होता तो प्रारंभिक कुंडली (जिसका प्रतिरोध हमने शून्य माना है) में अनंत परिमाण की धारा प्रवाहित होती। यदि द्वितीयक कुंडली के सिरे मुक्त हों अथवा इससे बहुत कम धारा ली जा रही हो तो पर्याप्त सन्निकट मान तक

$$\varepsilon_s = v_s$$

यहाँ v_s द्वितीयक कुंडली के सिरों के बीच वोल्टता है। अत: समीकरणों (7.31) एवं (7.32) को हम इस प्रकार लिख सकते हैं –

$$v_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \qquad [7.31(a)]$$

$$v_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \qquad [7.32(a)]$$

समीकरण [7.31 (a)] एवं [7.32 (a)] से,

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (7.33)$$

ध्यान दीजिए कि उपरोक्त संबंध की व्युत्पत्ति में हमने तीन परिकल्पनाओं का उपयोग किया है जो इस प्रकार हैं– (i) प्राथमिक कुंडली का प्रतिरोध एवं इसमें प्रवाहित होने वाली धारा कम है; (ii) प्राथमिक एवं द्वितीयक कुंडली से समान फ्लक्स बाहर निकल पाता है; एवं (iii) द्वितीयक कुंडली में बहुत कम धारा प्रवाहित होती है।

यदि यह मान लिया जाए कि ट्रांसफॉर्मर की दक्षता 100% है (कोई ऊर्जा क्षय नहीं होता); तो निवेशी शक्ति, निर्गत शक्ति के बराबर होगी और चूँकि $p = i\,v$,

$$i_p v_p = i_s v_s \qquad (7.34)$$

यद्यपि कुछ न कुछ ऊर्जा क्षय तो सदैव होता ही है, फिर भी यह एक अच्छा सन्निकटन है, क्योंकि एक भली प्रकार अभिकल्पित ट्रांसफॉर्मर की दक्षता 95% से अधिक होती है। समीकरण (7.33) एवं (7.34) को संयोजित करने पर,

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (7.35)$$

क्योंकि i एवं v दोनों की दोलन आवृत्ति वही है जो ac स्रोत की, समीकरण (7.35) से संगत राशियों के आयामों अथवा rms मानों का अनुपात भी प्राप्त होता है।

अब, हम देख सकते हैं कि ट्रांसफॉर्मर किस प्रकार वोल्टता एवं धारा के मानों को प्रभावित करता है। हम जानते हैं कि :

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right) V_p \quad \text{तथा} \quad I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right) I_p \qquad (7.36)$$

अर्थात यदि द्वितीयक कुंडली में प्राथमिक कुंडली से अधिक फेरे हैं ($N_s > N_p$) तो वोल्टता बढ़ जाती है ($V_s > V_p$)। इस प्रकार की व्यवस्था को *उच्चायी ट्रांसफॉर्मर* (step-up transformer) कहते हैं। तथापि, इस व्यवस्था में, द्वितीयक कुंडली में धारा प्राथमिक कुंडली से कम होती है ($N_p/N_s < 1$ एवं $I_s < I_p$)। उदाहरणार्थ, यदि किसी ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुंडली में 100 एवं द्वितीयक कुंडली में 200 फेरे हों तो $N_s/N_p = 2$ एवं $N_p/N_s = 1/2$। अत: 220V, 10A का निवेश, बढ़कर 440 V का निर्गम 5.0 A पर देगा।

यदि द्वितीयक कुंडली में प्राथमिक कुंडली से कम फेरे हैं ($N_s < N_p$) तो यह ट्रांसफॉर्मर *अपचयी* (step-down transformer) है। इस ट्रांसफार्मर में $V_s < V_p$ एवं $I_s > I_p$ अर्थात वोल्टता कम हो जाती है तथा धारा बढ़ जाती है।

© NCERT not to be republished

ऊपर प्राप्त की गई समीकरण आदर्श ट्रांसफॉर्मरों के लिए ही लागू होती है (जिनमें कोई ऊर्जा क्षय नहीं होता)। परंतु वास्तविक ट्रॉसफॉर्मरों में निम्नलिखित कारणों से अल्प मात्रा में ऊर्जा क्षय होता है–

(i) *फ्लक्स क्षरण*–सदैव कुछ न कुछ फ्लक्स तो क्षरित होता ही है, अर्थात क्रोड के खराब अभिकल्पन या इसमें रही वायु रिक्ति के कारण, प्राथमिक कुंडली का समस्त फ्लक्स द्वितीयक कुंडली से नहीं गुजरता। प्राथमिक एवं द्वितीयक कुंडलियों को एक दूसरे के ऊपर लपेट कर फ्लक्स क्षरण को कम किया जाता है।

(ii) *कुंडलनों का प्रतिरोध*– कुंडलियाँ बनाने में लगे तारों का कुछ न कुछ प्रतिरोध तो होता ही है और इसलिए इन तारों में उत्पन्न ऊष्मा (I^2R) के कारण ऊर्जा क्षय होता है। उच्च धारा, निम्न वोल्टता कुंडलनों में मोटे तार का उपयोग करके, इनमें होने वाले ऊर्जा क्षय को कम किया जाता है।

(iii) *भँवर धाराएँ*–प्रत्यावर्ती चुंबकीय फ्लक्स, लौह-क्रोड में भँवर धाराएँ प्रेरित करके, इसे गर्म कर देता है। स्तरित क्रोड का उपयोग करके इस प्रभाव को कम किया जाता है।

(iv) *शैथिल्य* (Hysteresis)–प्रत्यावर्ती चुंबकीय क्षेत्र द्वारा क्रोड का चुंबकन बार-बार उत्क्रमित होता है। इस प्रक्रिया में व्यय होने वाली ऊर्जा क्रोड में ऊष्मा के रूप में प्रकट होती है। कम शैथिल्य वाले पदार्थ का क्रोड में उपयोग करके इस प्रभाव को कम रखा जाता है।

विद्युत ऊर्जा का लंबी दूरियों तक, बड़े पैमाने पर संप्रेषण एवं वितरण करने के लिए ट्रांसफॉर्मरों का उपयोग किया जाता है। जनित्र की निर्गत वोल्टता को उच्चायित किया जाता है (ताकि धारा कम हो जाती है और परिणामस्वरूप I^2R हानि घट जाती है। इसकी लंबी दूरी के उपभोक्ता के समीप स्थित क्षेत्रीय उप-स्टेशन तक संप्रेषित किया जाता है। वहाँ वोल्टता को अपचयित किया जाता है। वितरण उप-स्टेशनों एवं खंभों पर फिर से अपचयित करके 240 V की शक्ति आपूर्ति हमारे घरों को पहुँचायी जाती है।

सारांश

1. जब किसी प्रतिरोधक R के सिरों पर कोई प्रत्यावर्ती वोल्टता $v = v_m \sin \omega t$ लगाई जाती है तो उसमें धारा $i = i_m \sin\omega t$ संचालित होती है जहाँ, $i_m = \frac{v_m}{R}$. यह धारा प्रयुक्त वोल्टता की कला में होती है।

2. किसी प्रतिरोधक R से प्रवाहित प्रत्यावर्ती धारा $i = i_m \sin\omega t$ के लिए जूल तापन के कारण माध्य शक्ति क्षय $(1/2)i_m^2R$ होता है। इसे उसी रूप में व्यक्त करने के लिए जिसमें dc शक्ति ($P = I^2R$), को व्यक्त करते हैं, धारा के एक विशिष्ट मान का उपयोग किया जाता है। इसे वर्ग माध्य मूल (rms) धारा कहते हैं तथा I से व्यक्त करते हैं :

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, i_m$$

इसी प्रकार, *rms* वोल्टता

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, v_m$$

माध्य शक्ति के लिए व्यंजक $P = IV = I^2R$

3. किसी शुद्ध प्रेरक L के किसी पर प्रयुक्त ac वोल्टता $v = v_m \sin\omega t$ इसमें $i = i_m \sin(\omega t - \pi/2)$, धारा संचालित करता है, यहाँ

$$i_m = \frac{v_m}{X_L} \quad \text{जहाँ} \quad X_L = \omega L$$

© NCERT not to be republished

X_L को *प्रेरणिक प्रतिघात* कहते हैं। प्रेरक में धारा वोल्टता से $\pi/2$ रेडियन से पीछे होती है। एक पूरे चक्र में किसी प्रेरिक को आपूर्ति माध्य शक्ति शून्य होती है।

4. किसी संधारित्र के सिरों पर प्रयुक्त ac वोल्टता $v = v_m \sin\omega t$ उसमें $i = i_m \sin(\omega t + \pi/2)$ धारा संचालित करता है। यहाँ

$$i_m = \frac{v_m}{X_C},\ X_C = \frac{1}{\omega C}$$

X_C को *धारिता प्रतिघात* कहते हैं। संधारित्र में प्रवाहित धारा प्रयुक्त वोल्टता से $\pi/2$ रेडियन आगे होती है। प्रेरक के समान ही एक पूरे चक्र में संधारित्र को आपूर्त माध्य शक्ति शून्य होती है।

5. वोल्टता $v = v_m \sin\omega t$, द्वारा संचालित किसी श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ में धारा का मान निम्नलिखित व्यंजक से दिया जाता है,

यहाँ $i_m = \dfrac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$

तथा $\phi = \tan^{-1}\dfrac{X_C - X_L}{R}$

होता है।

$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$ को परिपथ की *प्रतिबाधा* कहते हैं।

एक पूरे चक्र में माध्य शक्ति क्षय को निम्न सूत्र से व्यक्त करते हैं,

$$P = V\,I\cos\phi$$

पद $\cos\phi$ को *शक्ति गुणांक* कहते हैं।

6. किसी विशुद्ध प्रेरणिक अथवा धारिता परिपथ के लिए $\cos\phi = 0$। ऐसे परिपथ में यद्यपि धारा तो प्रवाहित होती है तथापि शक्ति क्षय नहीं होता है। ऐसे उदाहरणों में धारा को *वाटहीन* (Wattless) धारा कहते हैं।

7. किसी ac परिपथ में धारा व वोल्टता के मध्य कला के संबंध को सुगमता से व्यक्त किया जा सकता है। इसमें वोल्टता तथा धारा को घूर्णी सदिशों से निरूपित करते हैं। घूर्णी सदिश को *फेजर* कहते हैं। फेजर एक सदिश के समान है जो ω चाल से मूल बिंदु के चतुर्दिश घूर्णन करता है। फेजर का परिमाण फेजर द्वारा निरूपित राशि (वोल्टता या धारा) के आयाम या शिखर मान को व्यक्त करता है।
फेजर-आरेख के उपयोग से किसी ac परिपथ का विश्लेषण आसान हो जाता है।

8. ट्रांसफार्मर में एक लोहे का क्रोड होता है जिसमें फेरों की संख्या N_p की एक प्राथमिक कुंडली तथा फेरों की संख्या N_s की एक द्वितीयक कुंडली लिपटी रहती है। यदि प्राथमिक कुंडली को किसी ac स्रोत से जोड़ दें, तो प्राथमिक एवं द्वितीयक वोल्टता निम्नलिखित व्यंजक द्वारा संबंधित होती हैं,

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right)V_p$$

तथा दोनों धाराओं के मध्य के संबंध को निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त करते हैं

$$I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)I_p$$

यदि प्राथमिक की तुलना में द्वितीयक कुंडली में फेरों की संख्या अधिक है तो वोल्टता उच्च हो जाती है $(V_s > V_p)$। इस प्रकार की युक्ति को *उच्चायी ट्रांसफार्मर* कहते हैं। किंतु यदि प्राथमिक की तुलना में द्वितीयक में फेरों की संख्या कम है तो *ट्रांसफार्मर अपचयी* होता है।

© NCERT not to be republished

भौतिक राशि	प्रतीक	विमा	मात्रक	टिप्पणी
rms वोल्टता	V_{rms}	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$, V_m ac वोल्टता का आयाम है।
rms धारा	I_{rms}	[A]	A	$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, I_m ac धारा का आयाम है।
प्रतिघात :				
प्रेरणिक	X_L	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	$X_L = \omega L$
धारितात्मक	X_C	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	$X_C = 1/\omega C$
प्रतिबाधा	Z	$[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$	Ω	परिपथ में विद्यमान अवयवों पर निर्भर करता है।
अनुनादी आवृत्ति	ω_r या ω_0	$[T^{-1}]$	Hz	$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ के लिए
गुणता कारक	Q	विमाहीन		$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r CR}$ श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ के लिए
शक्ति कारक		विमाहीन		$= \cos\phi$, ϕ परिपथ में आरोपित वोल्टता तथा धारा में कलांतर है

विचारणीय विषय

1. जब ac वोल्टता या धारा को कोई मान दिया जाता है तो यह प्राय: धारा अथवा वोल्टता का rms मान होता है। आपके कमरे में लगे विद्युत स्विच के टर्मिनलों के बीच वोल्टता सामान्यतया 240 V होती है। यह वोल्टता के *rms* मान को निर्दिष्ट करती है। इस वोल्टता का आयाम $V_m = \sqrt{2}V_{rms} = \sqrt{2}(240) = 340\text{ V}$ है।
2. किसी ac परिपथ में प्रयुक्त अवयव की शक्ति संनिर्धारण माध्य शक्ति से निर्धारण को इंगित करती है।
3. किसी ac परिपथ में उपयुक्त शक्ति कभी भी ऋणात्मक नहीं होती।
4. प्रत्यावर्ती एवं दिष्ट धाराएँ दोनों ऐम्पियर में मापी जाती हैं। किंतु प्रत्यावर्ती धारा के लिए ऐम्पियर को किस प्रकार भौतिक रूप से परिभाषित किया जाए? जिस प्रकार dc ऐम्पियर को परिभाषित करते हैं उसी प्रकार इसे (ac ऐम्पियर को) ac धाराओं को वहन करने वाले दो समांतर तारों के अन्योन्य आकर्षण के रूप में परिभाषित नहीं कर सकते। ac धारा स्रोत की आवृत्ति के साथ दिशा परिवर्तित करती है जिससे माध्य आकर्षण बल शून्य हो जाता है। अत: ac ऐम्पियर को किसी ऐसे गुण के संबंध में परिभाषित करना चाहिए जो धारा की दिशा पर निर्भर न करता हो।

© NCERT not to be republished

जूल तापन एक ऐसा ही गुण है, तथा किसी परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा के *rms* मान को एक ऐम्पियर के रूप में परिभाषित करते हैं यदि यह धारा वही औसत ऊष्मीय प्रभाव उत्पन्न करती है, जैसा कि dc धारा की एक ऐम्पियर उन्हीं परिस्थितियों में करती है।

5. किसी ac परिपथ में विभिन्न अवयवों के सिरों के बीच वोल्टताओं का योग करते समय उनकी कलाओं का उचित ध्यान रखना चाहिए। उदाहरणार्थ, यदि किसी *RC* परिपथ में V_R और V_C क्रमशः *R* व *C* के सिरों के बीच वोल्टता है तो *RC* संयोजन के सिरों के बीच वोल्टता $V_{RC} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ होगी न कि $V_R + V_C$ क्योंकि V_C तथा V_R के बीच कला-अंतर $\frac{\pi}{2}$ है।

6. यद्यपि किसी फेजर-आरेख में वोल्टता तथा धारा को सदिशों से निरूपित करते हैं तथापि ये राशियाँ वास्तव में सदिश नहीं हैं। ये अदिश राशियाँ हैं। ऐसा होता है कि सरल आवर्त रूप से परिवर्तित होने वाले अदिशों की कलाएँ गणितीय रूप से उसी प्रकार संयोग करती हैं, जैसे कि तदनुसार परिमाणों व दिशाओं के घूर्णी सदिशों के प्रक्षेप करते हैं। 'घूर्णी सदिश', जो सरल आवर्त रूप से परिवर्तनशील अदिश राशियों का निरूपण करते हैं, हमें इन राशियों के जोड़ने की सरल विधि प्रदान करने के लिए सन्निविष्ट किए जाते हैं। इसके लिए हम उस नियम का उपयोग करते हैं जिसे हम सदिशों के संयोजन के नियम के रूप में पहले ही से जानते हैं।

7. किसी ac परिपथ में शुद्ध संधारित्रों तथा प्रेरकों से कोई शक्ति-क्षय संबद्ध नहीं होता। यदि ac परिपथ में किसी अवयव द्वारा शक्ति-क्षय होता है तो वह प्रतिरोधक अवयव है।

8. किसी *LCR* परिपथ में अनुनाद की परिघटना तब होती है जब $X_L = X_C$ या $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ।

अनुनाद होने के लिए परिपथ में *L* व *C* दोनों अवयवों का होना आवश्यक है। इनमें से मात्र एक (*L* अथवा *C*) के होने से वोल्टता के निरस्त होने की संभावना नहीं होती और इस प्रकार अनुनाद संभव नहीं है।

9. किसी *LCR* परिपथ में शक्ति गुणांक (Power Factor) इस बात को मापता है कि परिपथ अधिकतम शक्ति व्यय करने के कितने समीप है।

10. जनित्रों एवं मोटरों में निवेश तथा निर्गत की भूमिकाएँ एक-दूसरे के विपरीत होती हैं। एक मोटर में वैद्युत ऊर्जा निवेश है तथा यांत्रिक ऊर्जा निर्गत है; जनित्र में यांत्रिक ऊर्जा निवेश है तथा वैद्युत ऊर्जा निर्गत है। दोनों युक्तियाँ ऊर्जा को एक प्रकार से दूसरे में रूपांतरित करती हैं।

11. एक ट्रांसफॉर्मर (*उच्चायी*) निम्न वोल्टता को उच्च वोल्टता में परिवर्तित करता है। यह ऊर्जा के संरक्षण के नियम का उल्लंघन नहीं करता है। धारा उसी अनुपात में घट जाती है।

© NCERT not to be republished

अभ्यास

7.1 एक 100 Ω का प्रतिरोधक 200 V, 50 Hz आपूर्ति से संयोजित है।

(a) परिपथ में धारा का rms मान कितना है?

(b) एक पूरे चक्र में कितनी नेट शक्ति व्यय होती है।

7.2 (a) ac आपूर्ति का शिखर मान 300 V है। rms वोल्टता कितनी है?

(b) ac परिपथ में धारा का rms मान 10 A है। शिखर धारा कितनी है?

7.3 एक 44 mH का प्रेरित्र 220 V, 50 Hz आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ में धारा के rms मान को ज्ञात कीजिए।

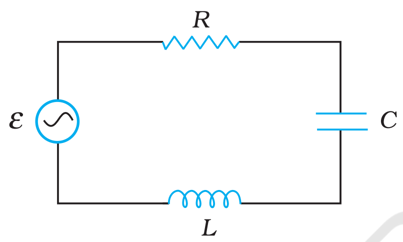
7.4 एक 60 μF का संधारित्र 110 V, 60 Hz ac आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ में धारा के rms मान को ज्ञात कीजिए।

7.5 अभ्यास 7.3 व 7.4 में एक पूरे चक्र की अवधि में प्रत्येक परिपथ में कितनी नेट शक्ति अवशोषित होती है? अपने उत्तर का विवरण दीजिए।

7.6 30 μF का एक आवेशित संधारित्र 27 mH के प्रेरित्र से जोड़ा गया है। परिपथ के मुक्त दोलनों की कोणीय आवृत्ति कितनी है?

7.7 एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ को, जिसमें $R = 20\ \Omega$, $L = 1.5$ H तथा $C = 35\ \mu$F, एक परिवर्ती आवृत्ति की 200 V ac आपूर्ति से जोड़ा गया है। जब आपूर्ति की आवृत्ति परिपथ की मूल आवृत्ति के बराबर होती है तो एक पूरे चक्र में परिपथ को स्थानांतरित की गई माध्य शक्ति कितनी होगी?

7.8 चित्र 7.17 में एक श्रेणीबद्ध *LCR* परिपथ दिखलाया गया है जिसे परिवर्ती आवृत्ति के 230 V के स्रोत से जोड़ा गया है। $L = 5.0$ H, $C = 80\ \mu$F, $R = 40\ \Omega$



चित्र 7.17

(a) स्रोत की आवृत्ति निकालिए जो परिपथ में अनुनाद उत्पन्न करे।
(b) परिपथ की प्रतिबाधा तथा अनुनादी आवृत्ति पर धारा का आयाम निकालिए।
(c) परिपथ के तीनों अवयवों के सिरों पर विभवपात के rms मानों को निकालिए। दिखलाइए कि अनुनादी आवृत्ति पर *LC* संयोग के सिरों पर विभवपात शून्य है।

© NCERT not to be republished

अध्याय 8

वैद्युतचुंबकीय तरंगें

12091CH08

© NCERT not to be republished

8.1 भूमिका

अध्याय 4 में हमने सीखा है कि विद्युत धारा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है तथा दो धारावाही तार परस्पर एक-दूसरे पर चुंबकीय बल आरोपित करते हैं। इसके अतिरिक्त, अध्याय 6 में हम यह देख चुके हैं कि समय के साथ परिवर्तनशील चुंबकीय क्षेत्र विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। परंतु, क्या इसका विलोम भी सत्य है? क्या समय के साथ परिवर्तित होता हुआ विद्युत क्षेत्र चुंबकीय क्षेत्र को उत्पन्न करता है? जेम्स क्लार्क मैक्सवेल (1831-1879) ने यह तर्क प्रस्तुत किया कि वास्तव में ऐसा ही होता है। न केवल विद्युत धारा वरन समय के साथ परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र भी चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है। समय के साथ परिवर्तनशील धारा से जुड़े संधारित्र के बाहर किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए ऐम्पियर का नियम लगाते समय, मैक्सवेल का ध्यान इस नियम संबंधी एक असंगति की ओर गया। इस असंगति को दूर करने के लिए उन्होंने एक अतिरिक्त धारा के अस्तित्व का सुझाव दिया जिसको उन्होंने विस्थापन धारा नाम दिया।

उन्होंने विद्युत व चुंबकीय क्षेत्रों तथा उनके स्रोतों–आवेश एवं धारा-घनत्व को सम्मिलित कर, समीकरणों का एक समुच्चय सूत्रबद्ध किया। इन समीकरणों को मैक्सवेल समीकरण कहते हैं। लोरेंज का बल सूत्र (अध्याय 4) और मिला लें तो ये समीकरण विद्युत-चुंबकत्व के सभी आधारभूत नियमों को गणितीय रूप में व्यक्त करते हैं।

मैक्सवेल के समीकरणों से उभरने वाली सबसे महत्वपूर्ण प्रागुक्ति वैद्युतचुंबकीय तरंगों का अस्तित्व होना है जो अंतरिक्ष में संचरित समय के साथ बदलते (युग्मित) विद्युतीय एवं चुंबकीय क्षेत्र हैं। मैक्सवेल के समीकरणों के अनुसार, इन तरंगों की चाल, प्रकाशीय मापन द्वारा प्राप्त प्रकाश

की चाल (3×10^8 m/s) के लगभग बराबर होती है। इससे हम इस महत्वपूर्ण निष्कर्ष पर पहुँचे कि प्रकाश एक वैद्युतचुंबकीय तरंग है। इस प्रकार, मैक्सवेल के कार्य ने विद्युत, चुंबकत्व एवं प्रकाश के क्षेत्रों को एकीकृत कर दिया। 1885 में, हर्ट्ज़ ने प्रयोग द्वारा वैद्युतचुंबकीय तरंगों के अस्तित्व को प्रदर्शित किया। मार्कोनी एवं अन्य आविष्कर्ताओं ने यथासमय, इसके तकनीकी उपयोग में संचार के क्षेत्र में जो क्रांति की, उसके आज हम प्रत्यक्षदर्शी हैं।

इस अध्याय में, पहले हम विस्थापन धारा की आवश्यकता एवं उसके परिणामों के विषय में चर्चा करेंगे। फिर हम वैद्युतचुंबकीय तरंगों का एक विवरणात्मक चित्र प्रस्तुत करेंगे। वैद्युतचुंबकीय तरंगों का संपूर्ण वर्णक्रम, जो गामा किरणों (तरंगदैर्घ्य ~10^{-12} m) से दीर्घ रेडियो तरंगों (तरंगदैर्घ्य ~10^6 m) तक फैला है, उसके विषय में चर्चा की जाएगी।

8.2 विस्थापन धारा

अध्याय 4 में हम देख चुके हैं कि विद्युत धारा अपने चारों ओर एक चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। मैक्सवेल ने दर्शाया कि तार्किक संगति के लिए यह आवश्यक है कि परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र भी चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करे। यह प्रभाव बहुत ही महत्त्व का है, क्योंकि यह रेडियो तरंगों, गामा किरणों, एवं दृश्य प्रकाश के अतिरिक्त भी अन्य सभी वैद्युतचुंबकीय तरंगों के अस्तित्व की व्याख्या करता है।

यह देखने के लिए कि परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र किस प्रकार चुंबकीय क्षेत्र के उद्‌भव का कारण बनता है। आइए हम किसी संधारित्र के आवेशन की प्रक्रिया पर विचार करें और संधारित्र के बाहर किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए ऐम्पियर के परिपथीय नियम (अध्याय 4)

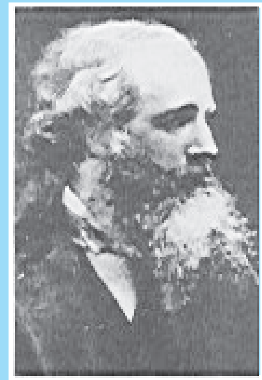
$$\oint \mathbf{B}.\mathbf{dl} = \mu_0 \, i\,(t) \qquad (8.1)$$

का उपयोग करें।

[चित्र 8.1(a)] में एक समांतर प्लेट संधारित्र C दर्शाया गया है जो एक ऐसे परिपथ का भाग है जिसमें समय के साथ परिवर्तनशील धारा $i\,(t)$ प्रवाहित हो रही है। आइए, समांतर प्लेट संधारित्र के बाह्य क्षेत्र में स्थित किसी बिंदु जैसे कि P पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करें। इसके लिए, हम r त्रिज्या का एक समतल वृत्ताकार लूप लेते हैं जिसका तल धारावाही तार की दिशा के लंबवत है और जिसका केंद्र तार के ऊपर है [चित्र 8.1(a)]। सममिति के आधार पर हम कह सकते हैं कि चुंबकीय क्षेत्र की दिशा वृत्ताकार लूप की परिधि के अनुदिश है और लूप के प्रत्येक बिंदु पर इसका परिमाण समान है। इस कारण, यदि क्षेत्र का परिमाण B है तो समीकरण (8.1) का वाम पक्ष $B\,(2\pi r)$ है।

$$B(2\pi r) = \mu_0 i\,(t) \qquad (8.2)$$

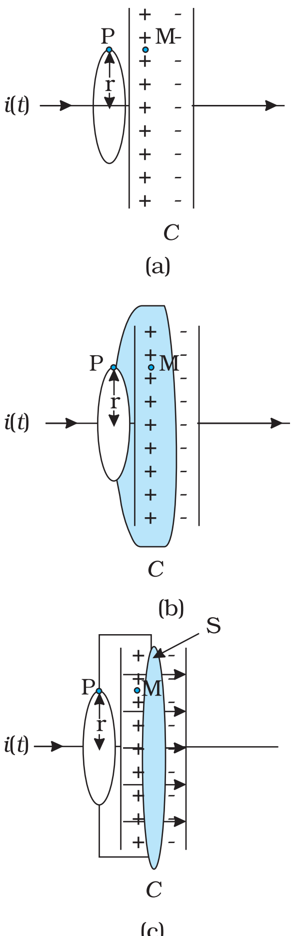
अब इसी परिसीमा वाली एक अन्य सतह पर विचार कीजिए। यह घड़े के आकार की एक सतह है जो धारा को कहीं भी नहीं छूती है [चित्र 8.1(b)] पर



जेम्स क्लार्क मैक्सवेल (1831 – 1879) स्कॉटलैंड के एडिनबर्ग में जन्मे, उन्नीसवीं शती के महानतम भौतिकविदों में से एक। उन्होंने गैस के अणुओं की तापीय गतियों के वितरण के लिए व्यंजक व्युत्पन्न किया और वे उन पहले लोगों में से एक थे जिन्होंने श्यानता आदि मापन योग्य राशियों का उपयोग कर आण्विक प्राचलों के विश्वसनीय आकलन प्राप्त किए। मैक्सवेल की सबसे बड़ी उपलब्धि, विद्युत एवं चुंबकत्व के (कूलॉम, ऑर्स्टेड, ऐम्पियर एवं फैराडे द्वारा खोजे गए) नियमों के एकीकरण द्वारा संगत समीकरणों का एक समुच्चय प्रस्तुत करना था, जिन्हें आज हम मैक्सवेल के समीकरणों के नाम से जानते हैं। इनके आधार पर वे इस सर्वाधिक महत्वपूर्ण निष्कर्ष पर पहुँचे कि प्रकाश, वैद्युतचुंबकीय तरंग ही है। मजे की बात यह है कि मैक्सवेल, फैराडे के वैद्युत अपघटन के नियमों से उत्पन्न इस विचार से सहमत नहीं थे कि विद्युत की प्रकृति कण रूप में है।

जेम्स क्लार्क मैक्सवेल (1831–1879)

© NCERT not to be republished



चित्र 8.1 एक समांतर प्लेट संधारित्र C, जो एक ऐसे परिपथ का भाग है जिसमें समय के साथ परिवर्तनशील धारा $i\,(t)$ प्रवाहित हो रही है; तथा, (a) में r त्रिज्या का एक लूप दर्शाया गया है जो लूप पर स्थित P बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए बनाया गया है; (b) में एक घट-आकार, सतह दर्शायी गई है जो संधारित्र के अंदर इसकी प्लेटों के बीच से गुजरती है एवं (a) में दर्शाया गया लूप इसका रिम है; (c) में (टिफिन की आकृति की) एक अन्य सतह दर्शायी गई है, वृत्ताकार लूप जिसका रिम है एवं समतल वृत्ताकार तली S संधारित्र की प्लेटों के बीच में है। तीर संधारित्र प्लेटों के बीच एक समय विद्युत क्षेत्र दर्शाते हैं।

इसकी तली संधारित्र की दोनों प्लेटों के बीच में है और उसका मुँह ऊपर वर्णित वृत्ताकार लूप है। दूसरी ऐसी सतह (बिना ढक्कन के) टिफिन बॉक्स के आकार की है [चित्र 8.1(c)]। *समान* प्राचलों वाली ऐसी सतहों के लिए ऐम्पियर का नियम लगाने पर, हम पाते हैं कि समीकरण (8.1) के बाईं ओर का मान तो नहीं बदलता है पर दाईं ओर का मान *शून्य* है *न कि* $\mu_0 i\,(t)$, क्योंकि चित्र 8.1(b) एवं (c) में दर्शायी गई सतहों से कोई धारा नहीं गुजरती है। इसलिए, हमारा सामना एक *विरोधाभास* से होता है। एक प्रकार से गणना करें तो बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र है; दूसरी प्रकार गणना करें तो P पर चुंबकीय क्षेत्र शून्य होता है। क्योंकि यह विरोधाभास हमारे द्वारा लागू किए गए ऐम्पियर के परिपथीय नियम के कारण उत्पन्न होता है। इस नियम में संभवत: कोई पद छूट गया है। छूटा हुआ यह पद ऐसा होना चाहिए कि चाहे हम किसी भी सतह का उपयोग करें बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र का समान मान प्राप्त हो।

यदि हम चित्र 8.1(c) को ध्यानपूर्वक देखें तो छूटे हुए पद का अनुमान लगाया जा सकता है। क्या संधारित्र की प्लेटों के *बीच* की सतह S से गुजरती हुई किसी राशि के मान में परिवर्तन हो रहा है। जी हाँ, वास्तव में उनके बीच विद्युत क्षेत्र बदल रहा है। यदि संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A हो एवं इस पर कुल आवेश Q हो तो प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ का परिमाण $(Q/A)/\varepsilon_0$ होता है [देखिए समीकरण (2.41)]। यह क्षेत्र चित्र 8.1(c) की सतह S के लंबवत होता है। इसका परिमाण संधारित्र की प्लेटों के क्षेत्रफल A पर समान रहता है पर इनके बाहर शून्य हो जाता है। इसलिए, सतह S से गुजरने वाला *विद्युत फ्लक्स*, गाउस के नियम के उपयोग से होता है

$$\Phi_E = |\mathbf{E}|\,A = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{A}A = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (8.3)$$

अब यदि संधारित्र की प्लेटों पर आवेश Q समय के साथ परिवर्तित हो तो यहाँ एक धारा $i = (\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t)$ होगी। इसलिए समीकरण (8.3) से

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

यह निर्दिष्ट करता है कि ऐम्पियर के नियम में संगति के लिए,

$$\varepsilon_0\left(\frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t}\right) = i \qquad (8.4)$$

यही ऐम्पियर के परिपथीय नियम का छूटा हुआ पद है। यदि हम किसी भी सतह से होकर चालकों द्वारा वाहित कुल धारा में, ε_0 गुणा विद्युत फ्लक्स के परिवर्तन की दर जोड़ें तो हम ऐम्पियर के परिपथीय नियम का सामान्यीकरण कर सकते हैं। तब सभी सतहों के लिए धारा का मान i समान होगा। तब कहीं पर भी ऐम्पियर का सामान्यीकृत नियम लगाने पर B के प्राप्त मान में कोई विसंगति नहीं आएगी। बिंदु P पर, B का मान शून्येतर ही होगा चाहे इसकी गणना करने के लिए हम कोई भी सतह लें। प्लेटों के बाहर, किसी बिंदु P पर B का मान वही होगा जो ठीक इसके अंदर बिंदु M पर होना चाहिए [चित्र 8.1(a)]। आवेशों के प्रवाह के कारण चालकों में जो धारा प्रवाहित होती है उसे *चालन धारा* कहा जाता है। समीकरण (8.4) द्वारा व्यक्त धारा एक नवीन पद है। जो परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र (या विद्युतीय विस्थापन, जो अभी भी कभी उपयोग में आता है) के कारण अस्तित्व में आता है। इसको इसलिए *विस्थापन धारा* अथवा मैक्सवेल की विस्थापन धारा कहा जाता है। चित्र 8.2, आगे वर्णित समांतर प्लेट संधारित्र के अंदर विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र दर्शाता है।

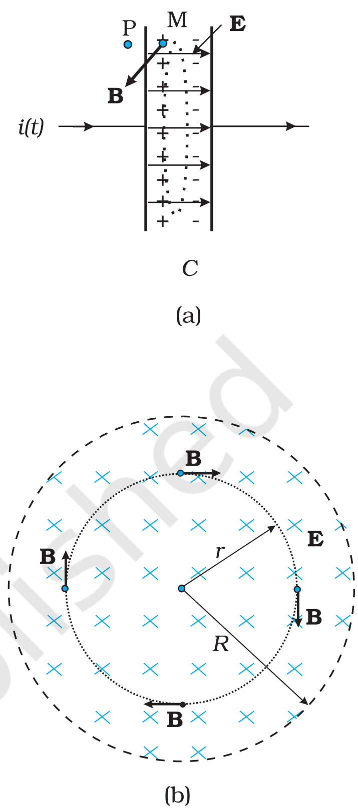
मैक्सवेल द्वारा किया गया व्यापकीकरण निम्न है। चुंबकीय क्षेत्र का स्रोत केवल प्रवाहमान आवेशों से निर्मित चालन विद्युत धारा ही नहीं होती, अपितु समय के सापेक्ष विद्युत क्षेत्र में परिवर्तन

© NCERT not to be republished

की दर भी इसका कारण बन सकती है। अधिक स्पष्टता से इस बात को कहें तो कुल धारा i, i_c द्वारा निर्दिष्ट चालन धारा एवं i_d $(= \varepsilon_0 \,(\mathrm{d}\Phi_E/\mathrm{d}t))$ द्वारा निर्दिष्ट विस्थापन धारा के योग के बराबर होती है। अत:

$$i = i_c + i_d = i_c + \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t} \qquad (8.5)$$

सुस्पष्ट शब्दों में इसका अर्थ है कि संधारित्र की प्लेटों के बाहर केवल चालन धारा $i_c = i$ होती है, तथा कोई विस्थापन धारा नहीं होती, अर्थात् $i_d = 0$ । दूसरी ओर संधारित्र के अंदर कोई चालन धारा नहीं होती, अर्थात् $i_c = 0$ और केवल विस्थापन धारा होती है जिससे $i_d = i$ ।



चित्र 8.2 (a) संधारित्र की प्लेटों के बीच स्थित बिंदु M पर विद्युत क्षेत्र **E** एवं चुंबकीय क्षेत्र **B** (b) चित्र (a) का परिच्छेदीय आरेख।

व्यापकीकृत (एवं यथार्थ) ऐम्पियर के परिपथीय नियम का स्वरूप समीकरण (8.1) जैसा है। बस केवल एक अंतर है "ऐसी किसी भी सतह, जिसकी परिमिति बंद लूप है से गुजरने वाली कुल धारा चालन धारा एवं विस्थापन धारा का योग होती है।" व्यापक रूप में यह नियम

$$\oint \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0 \, i_c + \mu_0 \, \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t} \qquad (8.6)$$

तथा इसे ऐम्पियर मैक्सवेल नियम कहते हैं।

किसी भी दृष्टि से विस्थापन धारा के भौतिक प्रभाव चालन धारा के समान हैं। कुछ स्थितियों में, उदाहरणार्थ, किसी चालक तार में नियत विद्युत क्षेत्र के लिए विस्थापन धारा का मान शून्य हो सकता है क्योंकि किसी विद्युत क्षेत्र **E** समय के साथ परिवर्तित नहीं होता। कुछ दूसरी स्थितियों में, जैसे कि ऊपर बताए गए आवेशित होते संधारित्र में चालन एवं विस्थापन धारा दोनों ही उपस्थित हो सकते हैं पर अलग-अलग दिक्स्थानों में। परंतु अधिकतर स्थितियों में दोनों एक ही स्थान पर विद्यमान हो सकते हैं क्योंकि कोई भी माध्यम पूर्ण चालक या पूर्ण विद्युतरोधी नहीं होता। सर्वाधिक रोचक तथ्य यह है कि किसी विशाल क्षेत्र में जहाँ कोई भी चालन धारा नहीं होती, समय के साथ परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र के कारण केवल विस्थापन धारा ही होती है। ऐसे क्षेत्र में, आसपास कोई (चालन) धारा स्रोत नहीं होने पर भी चुंबकीय क्षेत्र विद्यमान होगा। इस विस्थापन धारा के अस्तित्व की प्रागुक्ति प्रयोग द्वारा पुष्ट की जा सकती है। उदाहरण के लिए, चित्र 8.2(a) के संधारित्र की प्लेटों के बीच (माना बिंदु M पर) चुंबकीय क्षेत्र मापा जा सकता है। यह ठीक उतना ही पाया जाएगा जितना कि बाहर के किसी बिंदु (माना P) पर।

विस्थापन धारा के (शब्दश:) दूरगामी परिणाम हैं। एक तथ्य जिसकी ओर हमारा ध्यान एकदम आकर्षित होता है, वह यह है कि विद्युत एवं चुंबकत्व अब और अधिक सममितीय* हो गए हैं। फैराडे का प्रेरण संबंधी नियम यह बताता है कि प्रेरित विद्युत वाहक बल चुंबकीय फ्लक्स *परिवर्तन की दर के बराबर* होता है। अब, चूँकि दो बिंदुओं 1 एवं 2 के बीच विद्युत वाहक बल, बिंदु 1 से बिंदु 2 तक इकाई आवेश को ले जाने में किया गया कार्य है। विद्युत वाहक बल की उपस्थिति एक विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति को इंगित करती है। फैराडे के विद्युत चुंबकीय प्रेरण संबंधी नियम को हम दूसरे शब्दों में इस प्रकार भी कह सकते हैं कि समय के साथ परिवर्तनशील *चुंबकीय क्षेत्र, विद्युत क्षेत्र* उत्पन्न करता है। यह तथ्य कि समय के साथ परिवर्तनशील *विद्युत क्षेत्र, चुंबकीय क्षेत्र* उत्पन्न करता है, फैराडे के नियम का सममितीय प्रतिरूप है और विस्थापन धारा के चुंबकीय क्षेत्र का स्रोत होने का परिणाम है। अत: समय पर निर्भर वैद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र एक-दूसरे की उत्पत्ति के कारण हैं।

* ये अभी भी पूर्णत: सममितीय नहीं हैं। विद्युत क्षेत्र को उत्पन्न करने के लिए विद्युत आवेशों के सादृश्य चुंबकीय क्षेत्र के स्रोत (चुंबकीय एकल ध्रुव, magnetic monopole) ज्ञात नहीं हैं।

© NCERT not to be republished

फैराडे का विद्युत चुंबकीय प्रेरण का नियम एवं मैक्सवेल-ऐम्पियर का परिपथीय नियम इस कथन की परिमाणात्मक अभिव्यक्ति है। जहाँ धारा, कुल धारा है जैसा कि समीकरण (8.5) से स्पष्ट है। इस सममिति की एक अत्यंत महत्वपूर्ण निष्पत्ति विद्युत चुंबकीय तरंगों का अस्तित्व है जिसके विषय में हम अगले अनुभाग में चर्चा करेंगे।

निर्वात में मैक्सवेल के समीकरण

1. $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q / \varepsilon_0$ (विद्युत संबंधी गाउस नियम)
2. $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ (चुंबकत्व संबंधी गाउस नियम)
3. $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$ (फैराडे नियम)
4. $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i_c + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ (ऐम्पियर-मैक्सवेल नियम)

8.3 वैद्युतचुंबकीय तरंगें

8.3.1 तरंगों के स्रोत

वैद्युतचुंबकीय (electromagnetic, संक्षेप में em) तरंगें उत्पन्न कैसे होती हैं? न तो स्थिर आवेश, न ही एकसमान गति से चलते हुए आवेश (स्थिर धारा), वैद्युतचुंबकीय तरंगों के स्रोत हो सकते हैं। क्योंकि, स्थिर आवेश तो केवल स्थिरवैद्युत क्षेत्र उत्पन्न करते हैं जबकि गतिमान आवेश चुंबकीय क्षेत्र भी उत्पन्न करते हैं पर वह समय के साथ परिवर्तित नहीं होता। मैक्सवेल के सिद्धांत की यह एक महत्वपूर्ण निष्पत्ति है कि त्वरित आवेश वैद्युतचुंबकीय तरंगें विकिरित करते हैं। इस मौलिक निष्पत्ति का प्रमाण प्रस्तुत पुस्तक के विस्तार क्षेत्र से परे है, परंतु हम इसको एक अपरिष्कृत, गुणात्मक विवेचन के आधार पर स्वीकार कर सकते हैं। मान लीजिए कि एक आवेश है जो किसी निश्चित आवृत्ति से दोलन कर रहा है (कोई दोलन करता हुआ आवेश भी एक त्वरित आवेश का उदाहरण है)। यह उस क्षेत्र में एक दोलित विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जो पुनः एक दोलित चुंबकीय क्षेत्र को जन्म देता है जो पुनः एक दोलित विद्युत क्षेत्र की उत्पत्ति का कारण बनता है और यह प्रक्रिया चलती रहती है। अतः दोलित विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र एक-दूसरे को संपोषित करते हैं या कहें कि तरंग गमन करती है। स्वाभाविक रूप से वैद्युतचुंबकीय तरंगों की आवृत्ति, आवेश के दोलनों की आवृत्ति के बराबर होती है। गमनकारी तरंगों से जुड़ी ऊर्जा, स्रोत अर्थात त्वरित आवेश की ऊर्जा से ही प्राप्त होती है।

पूर्वोक्त चर्चा के आधार पर हो सकता है कि इस प्रागुक्ति का परीक्षण कि प्रकाश विद्युत चुंबकीय तरंग है, सहज हो सकता है। हम विचार कर सकते हैं कि दृश्य प्रकाश (माना कि पीला) उत्पन्न करने के लिए हमें बस एक आवेश को उस प्रकाश की आवृत्ति से दोलन कराने के लिए एक ac परिपथ की आवश्यकता है। लेकिन अफसोस की बात यह है कि ऐसा संभव नहीं है। पीले प्रकाश की आवृत्ति लगभग 6×10^{14} Hz है जबकि अत्यधिक आधुनिक इलैक्ट्रॉनिक परिपथों से भी जो अधिकतम आवृत्ति हम प्राप्त कर पाते हैं वह लगभग 10^{11} Hz होती है। यही कारण है कि जब वैद्युतचुंबकीय तरंगों का प्रायोगिक प्रदर्शन हुआ तो वह निम्न आवृत्ति की तरंगों (रेडियो तरंगों के परिसर में) के लिए ही हुआ, जैसा कि हर्ट्ज़ के प्रयोग (1887) के प्रकरण में देख सकते हैं।

© NCERT not to be republished

मैक्सवेल के सिद्धांत के परीक्षण के लिए किए गए हर्ट्ज़ के सफल प्रयोग ने सनसनी फैला दी तथा ये प्रयोग इस क्षेत्र में अन्य महत्वपूर्ण कार्यों के लिए प्रेरणा का आधार बने। इस संबंध में दो महत्वपूर्ण उपलब्धियाँ उल्लेख किए जाने योग्य हैं। हर्ट्ज़ के प्रयोग के सात साल बाद, जगदीश चंद्र बसु ने कलकत्ता में कार्य करते हुए काफी कम तरंगदैर्घ्य (25 mm से 5 mm) की वैद्युतचुंबकीय तरंगें उत्पन्न करने और उन्हें प्रेक्षित करने में सफलता प्राप्त की। उनका प्रयोग भी हर्ट्ज़ के प्रयोग की भाँति ही प्रयोगशाला तक ही सीमित रहा।

लगभग उसी समय इटली में गुगलीओ मार्कोनी ने हर्ट्ज़ के कार्य का अनुसरण करते हुए कई किलोमीटर तक की दूरियों तक वैद्युतचुंबकीय तरंगें संप्रेषित करने में सफलता प्राप्त की। मार्कोनी के प्रयोग से संचार के क्षेत्र में वैद्युतचुंबकीय तरंगों के उपयोग का प्रारंभ हुआ।

हेनरिच रूडोल्फ हर्ट्ज़ (1857 – 1894) जर्मन भौतिकविद, जिन्होंने पहली बार रेडियो तरंगों को प्रसारित किया और ग्रहण किया। उन्होंने वैद्युतचुंबकीय तरंगें पैदा कीं, उन्हें आकाश में भेजा और उनका तरंगदैर्घ्य तथा चाल ज्ञात किया। उन्होंने दर्शाया कि वैद्युतचुंबकीय तरंगों के कंपनों की प्रकृति, परावर्तन एवं अपवर्तन ठीक वैसे ही थे जैसे प्रकाश एवं ऊष्मा तरंगों में, और इस प्रकार पहली बार इनकी अभिन्नता सिद्ध की। उन्होंने गैसों में विद्युत विसर्जन संबंधी शोध की अगुवाई की और प्रकाश-विद्युत प्रभाव की खोज की।

हेनरिच रूडोल्फ हर्ट्ज़ (1857–1894)

8.3.2 वैद्युतचुंबकीय तरंगों की प्रकृति

मैक्सवेल के समीकरणों के आधार पर यह दर्शाया जा सकता है कि किसी वैद्युतचुंबकीय तरंग में विद्युतीय एवं चुंबकीय क्षेत्र एक-दूसरे के लंबवत होते हैं और इसके गमन की दिशा के भी। विस्थापन धारा पर दिए गए विवेचन के आधार पर भी यह तर्कसंगत प्रतीत होता है। चित्र 8.2 पर विचार कीजिए। संधारित्र में प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र प्लेटों के लंबवत है। विस्थापन धारा के द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र संधारित्र की प्लेटों के समांतर वृत्त के अनुदिश है। अत: इस स्थिति में **B** तथा **E** परस्पर लंबवत हैं। यह एक सामान्य लक्षण है।

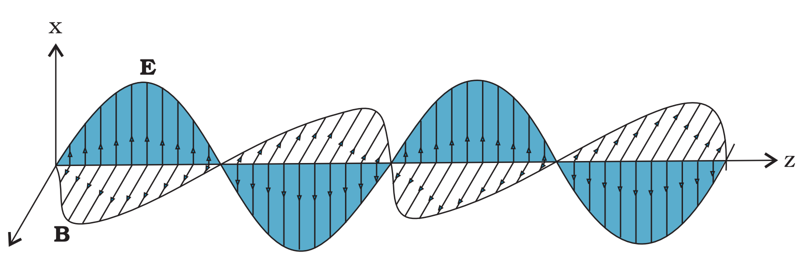
चित्र (8.3) में हमने z दिशा में गमन करती हुई एक समतल वैद्युतचुंबकीय तरंग का प्रारूपिक उदाहरण प्रदर्शित किया है (किसी क्षण t पर, क्षेत्रों को z-निर्देशांक के फलन के रूप में दर्शाया गया है)। विद्युत क्षेत्र E_x, x-अक्ष के अनुदिश है और किसी क्षण t पर z के साथ ज्यावक्रीय रूप में परिवर्तित होता है। चुंबकीय क्षेत्र B_y, y-अक्ष के अनुदिश है और यह भी z के साथ ज्यावक्रीय रूप में परिवर्तित होता है। विद्युत क्षेत्र E_x एवं चुंबकीय क्षेत्र B_y एक दूसरे के लंबवत हैं एवं गमन दिशा, z के भी लंबवत है। E_x एवं B_y को हम निम्नवत लिख सकते हैं :

$$E_x = E_0 \sin (kz - \omega t) \qquad [8.7(a)]$$

$$B_y = B_0 \sin (kz - \omega t) \qquad [8.7(b)]$$

यहाँ k एवं तरंग की तरंगदैर्घ्य λ में निम्नलिखित सामान्य संबंध है

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (8.8)$$



चित्र 8.3 एक रेखीय ध्रुवित वैद्युतचुंबकीय तरंग जो z-दिशा में गमन कर रही है और जिसका दोलनकारी विद्युत क्षेत्र **E**, x- दिशा के अनुदिश एवं दोलनकारी चुंबकीय क्षेत्र **B**, y-दिशा के अनुदिश है।

तथा यहाँ ω कोणीय आवृत्ति है, k तरंग सदिश (या गमन सदिश) **k** का परिमाण है। k की दिशा तरंग के गमन की दिशा निर्दिष्ट करती है। तरंग की गमन चाल (ω/k) है। E_x एवं B_y के लिए समीकरणों [8.7(a) एवं (b)] तथा मैक्सवेल के समीकरणों का उपयोग करके आप निम्न परिणाम पर पहुँच सकते हैं –

© NCERT not to be republished

$$\omega = ck, \text{ यहाँ, } c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \qquad [8.9(a)]$$

समीकरण $\omega = ck$, सभी तरंगों के लिए प्रामाणिक संबंध है (देखिए कक्षा 11 भौतिकी पाठ्यपुस्तक, अनुभाग 14.4)। प्राय: इस संबंध को आवृत्ति, ν $(=\omega/2\pi)$ एवं तरंगदैर्घ्य, λ $(=2\pi/k)$ के पदों में इस रूप में लिखा जाता है–

$$2\pi\nu = c\ \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{अथवा}$$

$$\nu\lambda = c \qquad [8.9(b)]$$

मैक्सवेल के समीकरणों के आधार पर इस निष्कर्ष पर भी पहुँचा जा सकता है कि किसी वैद्युतचुंबकीय तरंग में विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र परस्पर निम्नलिखित समीकरण द्वारा संबंधित है –

$$B_0 = (E_0/c) \qquad (8.10)$$

अब हम वैद्युतचुंबकीय तरंगों के कुछ अभिलक्षणों पर टिप्पणियाँ करते हैं। वे मुक्त स्थान या निर्वात में, विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों के स्व:संपोषित दोलन हैं। वे इस अर्थ में अभी तक हमारे द्वारा अध्ययन की गई अन्य तरंगों से भिन्न हैं कि इनमें विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों के दोलनों के लिए किसी *भौतिक माध्यम* की आवश्यकता नहीं होती।

लेकिन, अगर एक भौतिक माध्यम वास्तव में विद्यमान हो तो उदाहरण के लिए हम जानते हैं कि प्रकाश जो वैद्युतचुंबकीय तरंगें ही हैं; काँच में से गमन करता है। यह हम पहले ही देख चुके हैं कि किसी माध्यम में कुल विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों को उस माध्यम की आपेक्षिक विद्युतशीलता ε एवं आपेक्षिक चुंबकशीलता μ के पदों में वर्णित किया जाता है (यह राशियाँ बताती हैं कि बाह्य क्षेत्र की तुलना में कुल क्षेत्र कितने गुना है)। मैक्सवेल समीकरणों में विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों के विवरण में ε_0 एवं μ_0 का स्थान यह राशियाँ ले लेती हैं। आपेक्षिक विद्युतशीलता ε एवं आपेक्षिक चुंबकशीलता μ वाले किसी माध्यम में, प्रकाश का वेग हो जाता है

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad (8.11)$$

अत: किसी माध्यम में प्रकाश का वेग उस माध्यम के वैद्युत एवं चुंबकीय गुणों पर निर्भर करता है। अगले अध्याय में हम देखेंगे कि एक माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम का *अपवर्तनांक* इन दो माध्यमों में प्रकाश के वेग के अनुपात में होता है।

मुक्त आकाश अथवा निर्वात में वैद्युतचुंबकीय तरंगों का वेग एक महत्वपूर्ण, मौलिक नियतांक है। विभिन्न तरंगदैर्घ्य की वैद्युतचुंबकीय तरंगों पर किए गए प्रयोगों ने यह दर्शाया है कि यह वेग (जो तरंगदैर्घ्य पर निर्भर नहीं है) सभी के लिए समान होता है और इसका मान 3×10^8 m/s से कुछ मीटर प्रति सेकंड कम या अधिक होता है। निर्वात में वैद्युतचुंबकीय तरंगों के वेग का नियत होना, प्रयोगों द्वारा इतनी दृढ़ता से पुष्ट हो चुका है और इसका मान इतनी अधिक यथार्थता से ज्ञात किया जा चुका है कि इसको *लंबाई* के मानक के रूप में स्वीकार कर लिया गया है।

वैद्युतचुंबकीय तरंगों का बड़ा प्रौद्योगिकीय महत्त्व, इनके द्वारा एक स्थान से दूसरे स्थान तक ऊर्जा वहन करने की क्षमता से ही प्रस्फुटित होता है। रेडियो एवं टीवी सिग्नलों के रूप में प्रसारण स्टेशनों से यही ऊर्जा अभिग्राहकों तक पहुँच कर उन्हें क्रियाशील बनाती है। प्रकाश के रूप में सूर्य से ऊर्जा पृथ्वी तक पहुँचती है जिसके कारण पृथ्वी पर जीवन संभव हुआ है।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 8.1 25 MHz आवृत्ति की एक समतल वैद्युतचुंबकीय तरंग निर्वात में x-दिशा के अनुदिश गतिमान है। दिक्काल (space) में किसी विशिष्ट बिंदु पर इसका $\mathbf{E} = 6.3\ \hat{\mathbf{j}}$ V/m है। इस बिंदु पर **B** का मान क्या है?

हल **B** एवं **E** के परिमाण एक-दूसरे से निम्नलिखित समीकरण द्वारा संबंधित हैं–

$$B = \frac{E}{c}$$

$$= \frac{6.3\ \text{V/m}}{3 \times 10^8\ \text{m/s}} = 2.1 \times 10^{-8}\ \text{T}$$

इसकी दिशा के संबंध में हम जानते हैं कि **E** y-दिशा के अनुदिश है और तरंग x-दिशा के अनुदिश गमन कर रही है। अतः **B** x- एवं y-अक्षों दोनों के लंबवत दिशा में होना चाहिए। सदिश बीजगणित का उपयोग करने पर, **E** ×**B** को x-दिशा में होना चाहिए। चूँकि $(+\hat{\mathbf{j}}) \times (+\hat{\mathbf{k}}) = \hat{\mathbf{i}}$, **B** z-दिशा के अनुदिश है।

अतः $\mathbf{B} = 2.1 \times 10^{-8}\ \hat{\mathbf{k}}$ T

उदाहरण 8.1

उदाहरण 8.2 किसी समतल वैद्युतचुंबकीय तरंग में चुंबकीय क्षेत्र $B_y = (2 \times 10^{-7})$ T $\sin (0.5\times10^3 x + 1.5\times10^{11} t)$ है

(a) तरंग की आवृत्ति तथा तरंगदैर्घ्य क्या है?

(b) विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक लिखिए।

हल

(a) दिए गए समीकरण की निम्न समीकरण

$$B_y = B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right]$$

से तुलना करने पर

$$\lambda = \frac{2\pi}{0.5 \times 10^3}\ \text{m} = 1.26\ \text{cm}$$

तथा $\frac{1}{T} = \nu = \left(1.5 \times 10^{11}\right)/2\pi = 23.9$ GHz

(b) $E_0 = B_0 c = 2\times10^{-7}$ T $\times\ 3 \times 10^8$ m/s $= 6 \times 10^1$ V/m

विद्युत क्षेत्र घटक तरंग की गमन दिशा एवं चुंबकीय क्षेत्र की दिशा के लंबवत होता है। अतः, विद्युत क्षेत्र घटक z-अक्ष के अनुदिश निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त होगा

$E_z = 60 \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11}\ t)$ V/m

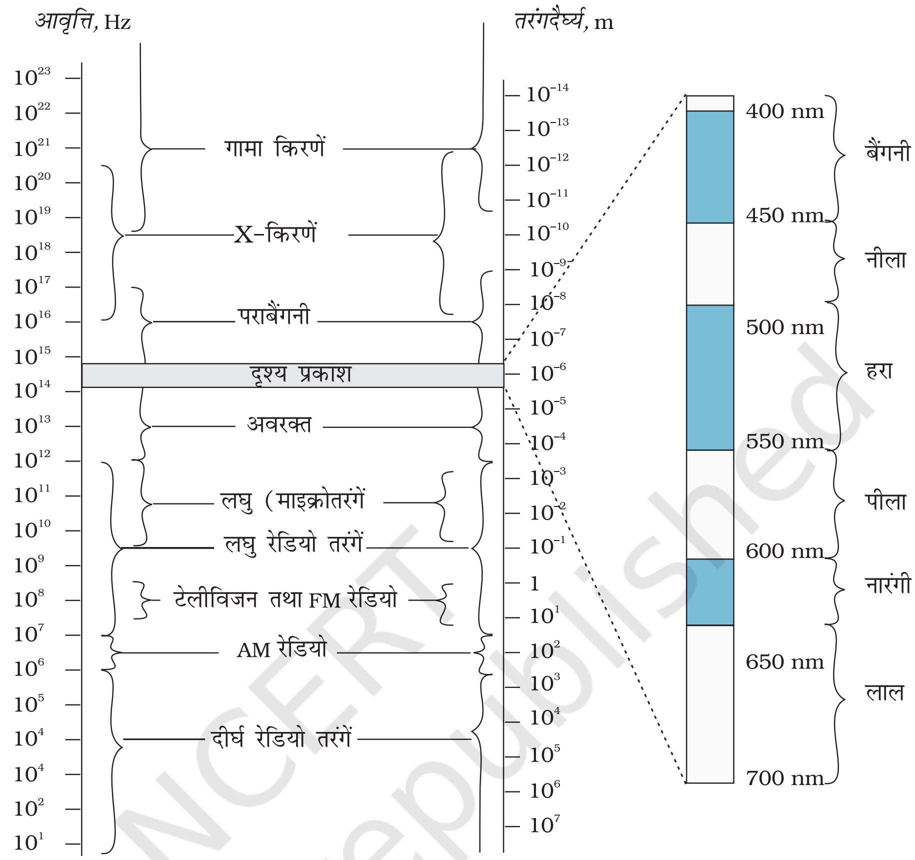
उदाहरण 8.2

8.4 वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम

जिस समय मैक्सवेल ने वैद्युतचुंबकीय तरंगों संबंधी अपना सिद्धांत प्रस्तुत किया था तो दृश्य प्रकाश तरंगें ही एक मात्र सुपरिचित वैद्युतचुंबकीय (em) तरंगें थीं। पराबैगनी एवं अवरक्त तरंगों का अस्तित्व अभी मुश्किल से साबित हो पाया था। उन्नीसवीं शताब्दी के अंत तक X- किरणें एवं गामा किरणें भी खोज ली गई थीं। अब हम जानते हैं कि दृश्य प्रकाश तरंगें, X- किरणें, गामा किरणें, रेडियो तरंगें, सूक्ष्म (माइक्रो) तरंगें, पराबैंगनी एवं अवरक्त तरंगें ये सभी em तरंगें हैं। तरंगों का आवृत्ति के क्रम में वर्गीकरण (चित्र 8.4) *वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम* कहलाता है। *एक प्रकार की तरंग और उसके निकटवर्ती दूसरे प्रकार की तरंग के बीच कोई स्पष्ट विभाजन रेखा नहीं है।* वर्गीकरण मोटे तौर पर इस बात पर आधारित है कि तरंगें किस प्रकार उत्पन्न एवं/अथवा संसूचित की जाती हैं।

अब हम वैद्युतचुंबकीय तरंगों के इन विभिन्न प्रकारों का उनकी घटती हुई तरंगदैर्घ्यों के क्रम में वर्णन करेंगे।

© NCERT not to be republished



चित्र 8.4 वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम जिसके विभिन्न भागों के सामान्य नाम दर्शाए गए हैं। विभिन्न भागों के बीच कोई स्पष्ट विभाजन रेखा नहीं है।

वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम
http://www.fnal.gov/pub/inquiring/more/light
http://imagine.gsfc.nasa.gov/docs/science/

हम इन विभिन्न प्रकार की वैद्युतचुंबकीय तरंगों का अवरोही तरंगदैर्घ्य के क्रम में, संक्षेप में वर्णन कर रहे हैं।

8.4.1 रेडियो तरंगें

रेडियो तरंगें चालक तारों में आवेशों की त्वरित गति से उत्पन्न होती हैं। इनका उपयोग रेडियो एवं दूरदर्शन की संचार प्रणालियों में किया जाता है। इनका आवृत्ति परास सामान्यत: 500 kHz से लगभग 1000 MHz के बीच होता है। AM (आयाम मॉड्यूलित) बैंड 530 kHz से 1710 kHz के बीच होता है। इससे उच्चतर 54 MHz तक की आवृत्तियाँ लघुतरंग बैंडों के रूप में उपयोग की जाती हैं। टी.वी. तरंगों का परास 54 MHz से 890 MHz के बीच होता है। FM (आवृत्ति मॉड्यूलित) रेडियो बैंड 88 MHz से 108 MHz के बीच फैला होता है। सेल्यूलर फोनों में अत्युच्च आवृत्ति (UHF) बैंड की रेडियो तरंगों का उपयोग करके ध्वनि संदेशों के आदान-प्रदान की व्यवस्था की जाती है। ये तरंगें किस प्रकार प्रसारित एवं अभिगृहित की जाती है, इसका वर्णन अध्याय 15 में किया गया है।

8.4.2 सूक्ष्म तरंगें

सूक्ष्म तरंगों (लघु तरंगदैर्घ्य की रेडियो तरंगें) की आवृत्तियाँ गिगा हर्ट्ज़ (GHz) के परास में होती हैं ये विशेष प्रकार की निर्वात नलिकाओं (vacuum tubes) जिन्हें क्लाइस्ट्रॉन, मेगनेट्रॉन अथवा गन डायोड कहते हैं, द्वारा उत्पन्न होती हैं। अपने लघु तरंगदैर्घ्य के कारण विमान संचालन में रडार प्रणाली के लिए उपयुक्त हैं। रडार, तेज गेदों जैसे कि टेनिस में सर्व की गई गेंदों या वाहनों की गति ज्ञात करने के लिए उपयोग में लाए जाने वाले यंत्र, चाल-गनों (speed guns), गनों की कार्य

प्रणाली का भी आधार हैं। माइक्रोवेव ऑवन इन तरंगों का एक रोचक घरेलू अनुप्रयोग है। इन ऑवनों में सूक्ष्म तरंगों की आवृत्ति इस प्रकार चुनी जाती है कि वे जल के अणुओं की अनुनाद आवृत्ति से मेल खा सकें, ताकि तरंगों की ऊर्जा प्रभावी रूप से अणुओं की गतिज ऊर्जा बढ़ाने के लिए स्थानांतरित की जा सके। इससे किसी भी जलयुक्त खाद्य पदार्थ का ताप बढ़ जाता है।

8.4.3 अवरक्त तरंगें

अवरक्त तरंगें (Infrared Waves) गर्म पिंडों एवं अणुओं से उत्पन्न होती हैं। यह बैंड दृश्य स्पेक्ट्रम के निम्न आवृत्ति या दीर्घ तरंगदैर्घ्य सिरे से संलग्नित होता है। अवरक्त तरंगों को कभी-कभी *ऊष्मा तरंगें* भी कहा जाता है। ऐसा इसलिए है क्योंकि अधिकांश पदार्थों में विद्यमान जल के अणु अवरक्त तरंगों को तुरंत अवशोषित कर लेते हैं (कई अन्य अणु, जैसे, CO_2, NH_3, आदि भी अवरक्त तरंगों को अवशोषित कर लेते हैं।) अवशोषण के पश्चात उनकी तापीय गति बढ़ जाती है, अर्थात वे गर्म हो जाते हैं और अपने परिवेश को गर्म करने लगते हैं। अवरक्त लैम्पों का उपयोग कायचिकित्सा में किया जाता है। अवरक्त विकिरण की पृथ्वी की गर्मी अर्थात माध्य ताप बनाए रखने में भी हरित गृह प्रभाव के द्वारा एक अहम भूमिका है। पृथ्वी पर आने वाला दृश्य प्रकाश (जो अपेक्षाकृत सरलतापूर्वक वायुमंडल से गुजर जाता है, पृथ्वी के पृष्ठ द्वारा अवशोषित हो जाता है और दीर्घ तरंगदैर्घ्य की अवरक्त तरंगों के रूप में पुनर्विकिरित हो जाता है। यह विकिरण, कार्बन डाइऑक्साइड एवं जल वाष्प जैसे हरित गृह प्रभावकारी गैसों के द्वारा वायुमंडल में रोक लिया जाता है। उपग्रहों में लगे अवरक्त संसूचकों का उपयोग सैनिक उद्देश्यों एवं फसलों की वृद्धि का प्रेक्षण करने के लिए किया जाता है। इलैक्ट्रॉनिक युक्तियाँ (उदाहरण के लिए प्रकाश उत्सर्जक डायोड) भी अवरक्त तरंगें उत्सर्जित करती हैं और घरेलू इलैक्ट्रॉनिक प्रणालियों जैसे टी.वी. सैट, वीडियो रिकॉर्डर एवं हाई-फाई प्रणालियों के रिमोट नियंत्रकों में ये बहुलता से प्रयोग की जाती हैं।

8.4.4 दृश्य प्रकाश तरंगें

यह वैद्युतचुंबकीय तरंगों का सर्वाधिक सुपरिचित रूप है। यह उस स्पेक्ट्रम का भाग है जिसके लिए मानवीय नेत्र संवेदनशील होते हैं। इसका आवृत्ति परास लगभग 4×10^{14} हर्ट्ज़ से 7×10^{14} हर्ट्ज़ या तरंगदैर्घ्य परास लगभग 700 – 400 nm होता है। हमारे चारों ओर की वस्तुओं से उत्सर्जित या परावर्तित होने वाला दृश्य प्रकाश जगत के विषय में सभी सूचनाएँ हमें उपलब्ध कराता है। हमारे नेत्र तरंगदैर्घ्यों के इस परास के लिए संवेदनशील हैं। विभिन्न जंतु तरंगदैर्घ्यों के विभिन्न परासों के लिए संवेदनशील हैं। उदाहरणार्थ, सर्प अवरक्त तरंगों को संसूचित कर सकते हैं। कई कीटों का दृश्य परास पराबैंगनी तरंगों तक पहुँचता है।

8.4.5 पराबैंगनी तरंगें

इसमें लगभग 4×10^{-7} m (400 nm) से 6×10^{-10}m (0.6 nm) तरंगदैर्घ्य परास की तरंगें सम्मिलित हैं। पराबैंगनी (UV) विकिरण विशिष्ट लैंपों एवं बहुत गर्म पिंडों से उत्पन्न होते हैं। सूर्य पराबैंगनी प्रकाश का एक महत्वपूर्ण स्रोत है। परंतु, सौभाग्य से इसका अधिकांश भाग वायुमंडल की लगभग 40 – 50 km की ऊँचाई पर स्थित ओजोन परत में अवशोषित हो जाता है। अधिक परिमाण में UV प्रकाश के संपर्क में आने का मानवों पर हानिकारक प्रभाव होता है। UV विकिरणों के पड़ने से त्वचा में अधिक मेलानिन का उत्पादन होता है जिससे त्वचा ताम्र रंग की हो जाती है। UV विकिरण सामान्य काँच द्वारा अवशोषित हो जाते हैं। अत: काँच लगी खिड़कियों से छन कर आने वाले प्रकाश के कारण धूप-ताम्रता (sunburn) नहीं होती है।

वेल्डिंग करने वाले लोग, वेल्डिंग चिनगारियों से निकलने वाली UV किरणों से अपनी आँखों की सुरक्षा के लिए विशिष्ट काँच युक्त धूप के चश्मे पहनते हैं या काँच की खिड़कियों से युक्त मुखौटे अपने चेहरे पर लगाते हैं। अपनी छोटी तरंगदैर्घ्यों के कारण, पराबैंगनी किरणों को अति परिशुद्ध अनुप्रयोगों, जैसे लासिक (LASIK – Laser-assisted in situ keratomileusis) नेत्र शल्यता में उपयोग हेतु अत्यंत संकीर्ण किरण-पुंजों में फ़ोकसित किया जा सकता है। जल शोधक में पराबैंगनी (UV) लैंपों का उपयोग जीवाणुओं को मारने में होता है।

© NCERT not to be republished

चूँकि ओजोन परत एक संरक्षक की भूमिका अदा करती है इसलिए क्लोरोफ्लोरो–कार्बन (CFCs) गैसों (जैसे फ्रीऑन) द्वारा इसका ह्रास अंतर्राष्ट्रीय स्तर पर चिंता का विषय है।

8.4.6 X–किरणें

वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम के UV भाग के पश्चात X-किरणों का क्षेत्र है। चिकित्सीय उपयोगिता के कारण हम X-किरणों से परिचित हैं। इसका परास तरंगदैर्घ्य 10^{-8} m (10 nm) से लेकर नीचे 10^{-13} m (10^{-4}nm) तक फैला है। X-किरणों के उत्पादन की एक सामान्य विधि किसी धात्वीय लक्ष्य पर उच्च ऊर्जा के इलेक्ट्रॉनों की बौछार करना है। चिकित्सा में X-किरणों को नैदानिक साधन के रूप में तथा कुछ प्रकार के कैंसर के उपचार के लिए उपयोग में लाते हैं। चूँकि X-किरणें सजीव ऊतकों तथा जीवों को हानि पहुँचाती हैं या नष्ट कर देती हैं इसलिए इनसे अनावश्यक अथवा अधिक उद्‌भासन (exposure) से बचने की सावधानी बरतनी चाहिए।

8.4.7 गामा किरणें

ये वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम के ऊपरी आवृत्ति के क्षेत्र में होती हैं तथा इनकी तरंगदैर्घ्य लगभग 10^{-10} m से लेकर 10^{-14} m से भी कम होती है। उच्च आवृत्ति का यह विकिरण नाभिकीय अभिक्रियाओं में उत्पन्न होता है। यह रेडियोधर्मी नाभिकों द्वारा भी उत्सर्जित होता है। ये चिकित्सा में कैंसर कोशिकाओं को नष्ट करने के लिए भी उपयोगी हैं।

सारणी 8.1 में विभिन्न प्रकार की वैद्युतचुंबकीय तरंगों, उनके उत्पादन एवं संसूचन को सार रूप में प्रस्तुत किया गया है। जैसा कि पहले बताया गया है, विभिन्न किरणों के क्षेत्रों के मध्य कोई तीक्ष्ण सीमाएँ नहीं हैं तथा ये दूसरे क्षेत्रों में भी व्यापित होते हैं।

सारणी 8.1 विभिन्न वैद्युतचुंबकीय तरंगों के अभिलक्षण

प्रकार	तरंगदैर्घ्य का परास	उत्पादन	संसूचन
रेडियो तरंगें	> 0.1 m	एरियल (aerial) में इलेक्ट्रॉनों का द्रुत त्वरण या मंदन	अभिग्राहक के एरियल
सूक्ष्म तरंगें	0.1m से 1 mm	क्लेस्ट्रॉन या मेग्नाट्रॉन वाल्व	बिंदु संपर्क डायोड
अवरक्त तरंगें	1mm से 700 nm	परमाणुओं एवं अणुओं के कंपन	थर्मोपाइल, बोलोमीटर, अवरक्त फोटोग्राफिक फिल्म
प्रकाश तरंगें	700 nm से 400 nm	परमाणु में इलेक्ट्रॉन, जब उच्चतर ऊर्जा स्तर से निम्नतर ऊर्जा स्तर पर संक्रमण करते हैं	मानवीय नेत्र, फोटो सेल, फोटोग्राफिक फिल्म
पराबैंगनी प्रकाश तरंगें	400 nm से 1 nm	परमाणु के आंतरिक शैलों में इलेक्ट्रॉनों का एक ऊर्जा स्तर से दूसरे ऊर्जा स्तर पर संक्रमण	फोटो सेल फोटोग्राफिक फिल्म
X-किरणें	1nm से 10^{-3} nm	X-किरण नलिका अथवा आंतरिक शैलों के इलेक्ट्रॉन	फोटोग्राफिक फिल्म, गीगर ट्यूब, आयनीकरण प्रकोष्ठ
गामा किरणें	$<10^{-3}$ nm	नाभिकों का रेडियोऐक्टिव क्षय	फोटोग्राफिक फिल्म, गीगर ट्यूब, आयनीकरण प्रकोष्ठ

not to be republished © NCERT

सारांश

1. मैक्सवेल ने ऐम्पियर के नियम में एक विसंगति पाई तथा इस विसंगति को दूर करने के लिए एक अतिरिक्त धारा के अस्तित्व का सुझाव दिया जिसे विस्थापन धारा कहते हैं। विस्थापन धारा समय के साथ परिवर्तित होने वाले विद्युत क्षेत्र के कारण उत्पन्न होती है और इसको इस प्रकार लिख सकते हैं

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t}$$

यह ठीक उसी प्रकार चुंबकीय क्षेत्र के स्रोत का कार्य करती है जैसे कि चालन धारा।

2. एक त्वरित आवेश वैद्युतचुंबकीय तरंगें उत्पन्न करता है। आवर्तीय रूप से, ν आवृत्ति से दोलन करता एक विद्युत आवेश उसी आवृत्ति ν की वैद्युतचुंबकीय तरंगों को उत्पन्न करता है। एक वैद्युत द्विध्रुव वैद्युतचुंबकीय तरंगों का मौलिक स्रोत है।

3. कुछ मीटर कोटि तरंगदैर्घ्य वाली वैद्युतचुंबकीय तरंगें प्रयोगशाला में सबसे पहले 1887 में हर्ट्ज़ द्वारा उत्पन्न व संसूचित की गई। इस प्रकार उन्होंने मैक्सवेल की मौलिक भविष्यवाणी की पुष्टि की।

4. किसी वैद्युतचुंबकीय तरंग में विद्युत तथा चुंबकीय क्षेत्र, दिक्काल में ज्यावक्रीय ढंग से दोलन करते हैं। दोलनशील विद्युत व चुंबकीय क्षेत्र **E** तथा **B** परस्पर तथा वैद्युतचुंबकीय तरंग के संचरण की दिशा के लंबवत होते हैं। z-अक्ष के अनुदिश संचरित आवृत्ति ν तथा तरंगदैर्घ्य λ की किसी तरंग के लिए हमें निम्नलिखित सूत्र उपलब्ध है :

$$E = E_x(t) = E_0 \sin (kz - \omega t)$$

$$= E_0 \sin \left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \nu t\right)\right] = E_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

$$B = B_y(t) = B_0 \sin (kz - \omega t)$$

$$= B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \nu t\right)\right] = B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

ये परस्पर निम्नलिखित सूत्र द्वारा संबंधित हैं : $E_0/B_0 = c$

5. निर्वात में वैद्युतचुंबकीय तरंग की चाल c, μ_0 तथा ε_0 (चुंबकशीलता तथा विद्युतशीलता) से इस प्रकार संबंधित हैं : $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ । c का मान प्रकाशीय मापों द्वारा प्राप्त प्रकाश की चाल के बराबर होता है।

प्रकाश एक वैद्युतचुंबकीय तरंग है इसलिए c प्रकाश की भी चाल है। प्रकाश के अतिरिक्त सभी वैद्युतचुंबकीय तरंगों की मुक्त आकाश में वही चाल c है।

प्रकाश या वैद्युतचुंबकीय तरंगों की किसी भौतिक माध्यम में चाल $v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ होती है। यहाँ μ माध्यम की चुंबकशीलता तथा ε विद्युतशीलता है।

6. वैद्युतचुंबकीय तरंगों का स्पेक्ट्रम सिद्धांततः तरंगों के अनंत परिसर में विस्तृत होता है। 10^{-2} Å या 10^{-12} m से 10^{6} m तक तरंगदैर्घ्य के बढ़ते हुए क्रम में समायोजित करने पर विभिन्न भाग अलग-अलग नाम से इस प्रकार जाने जाते हैं, γ-किरणें, X-किरणें, पराबैंगनी किरणें, दृश्य प्रकाश, अवरक्त प्रकाश, सूक्ष्म तरंगें तथा रेडियो तरंगें।

ये द्रव्य से विद्युत तथा चुंबकीय क्षेत्रों के द्वारा पारस्परिक क्रिया करती हैं जिससे सभी द्रव्यों में विद्यमान आवेश दोलन प्रारंभ कर देते हैं। विस्तृत पारस्परिक क्रिया तथा इस प्रकार अवशोषण, प्रकीर्णन आदि की क्रिया विधि em तरंग की तरंगदैर्घ्य तथा माध्यम के परमाणु एवं अणुओं की प्रकृति पर निर्भर करती है।

© NCERT not to be republished

विचारणीय विषय

1. विभिन्न प्रकार की वैद्युतचुंबकीय तरंगों का मौलिक अंतर उनकी तरंगदैर्घ्यों अथवा आवृत्तियों में निहित है क्योंकि ये सभी निर्वात में एक ही चाल से गुजरती हैं। परिणामस्वरूप, तरंगें पदार्थ से अपनी पारस्परिक क्रिया करने की विधि में बहुत भिन्न हैं।
2. त्वरित आवेशित कण वैद्युतचुंबकीय ऊर्जा विकिरित करते हैं। वैद्युतचुंबकीय तरंग की तरंगदैर्घ्य प्रायः तरंग विकीर्णक निकाय के आमाप (साइज़) पर निर्भर करती है। इस प्रकार से γ-किरण जिसकी तरंगदैर्घ्य 10^{-14} m से 10^{-15} m के मध्य है, विशिष्ट रूप से परमाणु–नाभिक से उत्पन्न होती है। X-किरणें भारी परमाणुओं से उत्सर्जित होती हैं। किसी परिपथ में त्वरित इलेक्ट्रॉनों से रेडियो तरंगें उत्पन्न होती हैं। एक संप्रेषक ऐंटीना अति दक्षतापूर्वक उन तरंगों को विकिरित कर सकता है जिनकी तरंगदैर्घ्य उसी परिमाण की हैं, जिस परिमाण का ऐंटीना है तथापि परमाणुओं द्वारा उत्सर्जित दृश्य विकिरण की तरंगदैर्घ्य परमाणु के आकार से काफी अधिक होती है।
3. अवरक्त तरंगें जिनकी आवृत्ति दृश्य प्रकाश से कम होती है, न केवल इलेक्ट्रॉनों को कंपित करती हैं वरन् पदार्थ के सभी परमाणुओं अथवा अणुओं को भी कंपित करती हैं। यह कंपन आंतरिक ऊर्जा को बढ़ाता है तथा परिणामस्वरूप ताप को भी। यही कारण है कि अवरक्त तरंगों को प्रायः *ऊष्णता तरंगें* कहते हैं।
4. हमारी आँख की संवेदनशीलता का केंद्र सूर्य के तरंगदैर्घ्य वितरण के केंद्र पर पड़ता है। ऐसा इसलिए हुआ है क्योंकि मानव इस प्रकार विकसित हुआ है कि उसकी दृष्टि उन तरंगदैर्घ्यों के प्रति सबसे अधिक संवेदनशील है जो सूर्य के विकिरणों में सर्वाधिक प्रबल हैं।

© NCERT not to be republished

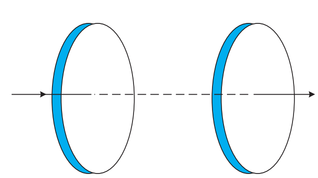
अभ्यास

8.1 चित्र 8.5 में एक संधारित्र दर्शाया गया है जो 12 cm त्रिज्या की दो वृत्ताकार प्लेटों को 5.0 cm की दूरी पर रखकर बनाया गया है। संधारित्र को एक बाह्य स्रोत (जो चित्र में नहीं दर्शाया गया है) द्वारा आवेशित किया जा रहा है। आवेशकारी धारा नियत है और इसका मान 0.15A है।

(a) धारिता एवं प्लेटों के बीच विभवांतर परिवर्तन की दर का परिकलन कीजिए।

(b) प्लेटों के बीच विस्थापन धारा ज्ञात कीजिए।

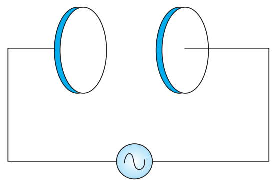
(c) क्या किरखोफ का प्रथम नियम संधारित्र की प्रत्येक प्लेट पर लागू होता है? स्पष्ट कीजिए।



चित्र 8.5

8.2 एक समांतर प्लेट संधारित्र (चित्र 8.6), $R = 6.0$ cm त्रिज्या की दो वृत्ताकार प्लेटों से बना है और इसकी धारिता $C = 100$ pF है। संधारित्र को 230 V, 300 rad s^{-1} की (कोणीय) आवृत्ति के किसी स्रोत से जोड़ा गया है।

(a) चालन धारा का rms मान क्या है?
(b) क्या चालन धारा विस्थापन धारा के बराबर है?
(c) प्लेटों के बीच, अक्ष से 3.0 cm की दूरी पर स्थित बिंदु पर **B** का आयाम ज्ञात कीजिए।



चित्र 8.6

8.3 10^{-10} m तरंगदैर्घ्य की X-किरणों, 6800 Å तरंगदैर्घ्य के प्रकाश, तथा 500 m की रेडियो तरंगों के लिए किस भौतिक राशि का मान समान है?

8.4 एक समतल वैद्युतचुंबकीय तरंग निर्वात में z-अक्ष के अनुदिश चल रही है। इसके विद्युत तथा चुंबकीय क्षेत्रों के सदिश की दिशा के बारे में आप क्या कहेंगे? यदि तरंग की आवृत्ति 30 MHz हो तो उसकी तरंगदैर्घ्य कितनी होगी?

8.5 एक रेडियो 7.5 MHz से 12 MHz बैंड के किसी स्टेशन से समस्वरित हो सकता है। संगत तरंगदैर्घ्य बैंड क्या होगा?

8.6 एक आवेशित कण अपनी माध्य साम्यावस्था के दोनों ओर 10^9 Hz आवृत्ति से दोलन करता है। दोलक द्वारा जनित वैद्युतचुंबकीय तरंगों की आवृत्ति कितनी है?

8.7 निर्वात में एक आवर्त वैद्युतचुंबकीय तरंग के चुंबकीय क्षेत्र वाले भाग का आयाम B_0 = 510 nT है। तरंग के विद्युत क्षेत्र वाले भाग का आयाम क्या है?

8.8 कल्पना कीजिए कि एक वैद्युतचुंबकीय तरंग के विद्युत क्षेत्र का आयाम E_0 = 120 N/C है तथा इसकी आवृत्ति ν = 50.0 MHz है। (a) B_0, ω, k तथा λ ज्ञात कीजिए, (b) **E** तथा **B** के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

8.9 वैद्युतचुंबकीय स्पेक्ट्रम के विभिन्न भागों की पारिभाषिकी पाठ्यपुस्तक में दी गई है। सूत्र $E = h\nu$ (विकिरण के एक क्वांटम की ऊर्जा के लिए : फोटॉन) का उपयोग कीजिए तथा em वर्णक्रम के विभिन्न भागों के लिए eV के मात्रक में फोटॉन की ऊर्जा निकालिए। फोटॉन ऊर्जा के जो विभिन्न परिमाण आप पाते हैं वे वैद्युतचुंबकीय विकिरण के स्रोतों से किस प्रकार संबंधित हैं?

8.10 एक समतल em तरंग में विद्युत क्षेत्र, 2.0×10^{10} Hz आवृत्ति तथा 48 V m^{-1} आयाम से ज्यावक्रीय रूप से दोलन करता है।
(a) तरंग की तरंगदैर्घ्य कितनी है?
(b) दोलनशील चुंबकीय क्षेत्र का आयाम क्या है?
(c) यह दर्शाइए कि **E** क्षेत्र का औसत ऊर्जा घनत्व, **B** क्षेत्र के औसत ऊर्जा घनत्व के बराबर है। [$c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}]

© NCERT not to be republished